



- 1.-** Dimostrare che in un quadrilatero convesso la somma delle lunghezze delle due diagonali è minore del perimetro e maggiore del semiperimetro.
- 2.-** Dimostrare che per un tetraedro non esiste un percorso continuo (cioè senza salti) che percorra una sola volta tutti gli spigoli.
- 3.-** Siano a e b facce opposte di un cubo C . Si consideri il solido V costituito dall'unione delle seguenti piramidi: la prima piramide ha per base la faccia a e un vertice che coincide con il centro della faccia b , la seconda piramide ha per base la faccia b e un vertice che coincide con il centro della faccia a .
Trovare il rapporto tra i volumi del solido V e del cubo C .
Trovare il rapporto tra le superficie del solido V e del cubo C .
- 4.-** Si fissino nel piano una retta r e due punti A, B non appartenenti a r .
Si dimostri che in generale (cioè: salvo posizioni particolari dei punti A e B) esiste un punto $R \in r$ che rende massima in valore assoluto la differenza delle distanze di R da A e da B .
Per quali posizioni di A, B tale valore massimo non esiste?
- 5.-** Si consideri il parallelogramma $ABCD$ e il suo centro O . Sia P un punto del lato AB .
Dimostrare che se P è equidistante da C e da D allora gli angoli DAB e OPA sono uguali.
Dedurre il viceversa.
- 6.-** Per ogni intero positivo n , sia
$$P(n) = (n^3 + 3n^2 + 2n) \cdot (n^2 + 7n + 12)$$

dimostrare che $P(n)$ è divisibile per 6.
Se $n < 2019$, quanti di questi $P(n)$ risultano divisibili per 7?
- 7.-** Dimostrare che se $p - 4, p, p + 4$ sono numeri primi, allora $p = 7$.
- 8.-** Una ditta assegna a una squadra di operai un lavoro che richiederebbe p ore nel caso che gli operai iniziassero a lavorare contemporaneamente (gli operai hanno tutti lo stesso rendimento e la stessa paga oraria). Gli operai, invece, iniziano a lavorare uno alla volta, ad intervalli di tempo uguali ciascuno al precedente.
A lavoro ultimato il primo riceve un compenso che è m volte il compenso dell'ultimo.
Quanto tempo ha richiesto l'esecuzione del lavoro?
Si esprima il risultato in funzione di m e p .