



1^a GARA MATEMATICA “CITTÀ DI PADOVA”
5 Aprile 1986

- 1.) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione :

$$\left| \left| \left| x \right| - 1 \right| - 1 \right| = 0.3 .$$

- 2.) Esiste una coppia (x, y) di numeri reali che soddisfa il seguente sistema ?

$$\begin{cases} y^{\log_3 \log_y \log_3 x} = 1 \\ y = \log_x 3 \end{cases} .$$

- 3.) In un'urna ci sono n numeri, tutti diversi tra loro. Conoscendo il valore di n , una persona calcola che il numero delle terne ordinate che si potrebbero formare, estraendo a caso uno dopo l'altro tre numeri dall'urna, è :

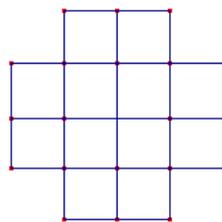
$$111 \cdot 111 \cdot 111 \cdot 111 \cdot 100 .$$

Il numero è esatto ?

(Si precisa che durante l'estrazione il numero uscito non viene reinserito nell'urna) .

- 4.) Dimostrare che le ultime tre cifre decimali del numero $5^{(3+2n)}$ sono sempre le stesse, qualunque sia il numero naturale n .

- 5.) È possibile inserire tutti i numeri naturali da 1 a 12 nelle dodici caselle della figura, in modo che la somma delle quaterne di numeri allineati, tanto in orizzontale che in verticale, sia sempre 20?



- 6.) Dimostrare che il lato e l'altezza di un triangolo equilatero sono grandezze incommensurabili .

- 7.) Relativamente ad un riferimento cartesiano ortogonale Oxy , mediante una sola disequazione, definire la regione finita di piano delimitata dalle due parabole di equazione :

$$y = x^2 - 2x + 1 ; \quad y = -x^2 + 4x + 1 .$$

Di tale regione non dovranno far parte i punti degli archi di parabola che ne costituiscono il contorno.

Successivamente ed ancora con una sola disequazione, definire la regione simmetrica della regione data rispetto al punto $C(-1, 2)$, senza determinare preventivamente le equazioni delle parabole che ne individuano il contorno.

- 8.) La frazione $\frac{15n^2 + 16n + 4}{3n + 1}$ è riducibile per qualche valore intero di n ?