

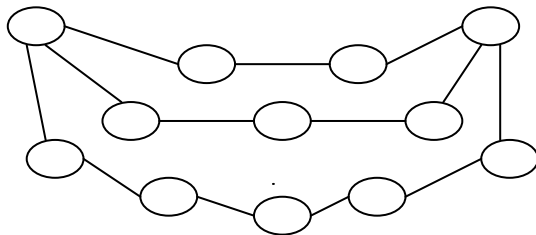


## 2<sup>a</sup> GARA MATEMATICA “CITTÀ DI PADOVA”- 4 Aprile 1987

- 1.) Dire quali delle seguenti proposizioni sono vere e quali false, dandone la dimostrazione :
  - A)- La somma di tre numeri naturali consecutivi è sempre divisibile per 3 .
  - B)- La somma di quattro numeri naturali consecutivi è sempre divisibile per 4 .
  - C)- La somma di cinque numeri naturali consecutivi è sempre divisibile per 5 .
  - D)- La somma di un numero dispari  $k$  di numeri naturali consecutivi è sempre divisibile per  $k$  .
  
- 2.) Quante coppie ordinate  $(a, b)$  di numeri interi positivi soddisfano ad entrambe le seguenti condizioni :
  - A)  $a$  e  $b$  sono divisibili per 3 ;
  - B)  $2 < \log_a b < 3$ .Specificare con opportune definizioni e dimostrazioni se ne esistono : *nessuna, una sola, un numero finito, un numero infinito* .
  
- 3.)  $(4^n - 1)$  è divisibile per 3, qualunque sia il numero naturale  $n \neq 0$  ?  
In caso affermativo darne una dimostrazione ed in caso negativo un controesempio .
  
- 4.) La seguente relazione :  $\log_2 x \cdot \log_4 x^2 \cdot \log_8 x^3 = (\log_2 x)^3$  è una identità ?  
In caso affermativo darne la dimostrazione e le condizioni di definizione, in caso negativo un controesempio .
  
- 5.) Quanti sono tutti i modi possibili in cui può essere letta la parola “SPAZIO” con spostamenti orizzontali e/o verticali ?

0  
0 I 0  
0 I Z I 0  
0 Z A Z I 0  
0 I Z A P A 0  
0 I Z A P S P A I 0  
P A Z I 0  
A Z I 0  
Z I 0  
I 0  
0

- 6.) Diadema magico :



Distribuire tutti i numeri naturali da 1 a 12 nelle dodici gemme del diadema in modo che la somma dei numeri lungo ogni filo sia sempre la stessa, detta “costante magica” . Trovata una soluzione, conservando la costante magica e ridistribuendo i numeri lungo gli stessi fili in tutti i

modi possibili, quanti diademi magici si ottengono in totale ?

- 7.) Data una parabola  $K$ , il suo fuoco  $F$  e la sua direttrice  $d$ , siano  $A$  e  $B$  i punti in cui la retta  $r$  parallela a  $d$  e passante per  $F$  incontra  $K$ .  
Dimostrare analiticamente che il luogo dei punti medi delle corde  $AP$  della parabola  $K$  è una nuova parabola  $K'$ .

La distanza fuoco-vertice  $\overline{F'V'}$  in  $K'$  sarà la metà di quella  $\overline{FV}$  di  $K$  ?