

**5ª GARA MATEMATICA “ CITTÀ DI PADOVA “**  
10 MARZO 1990

- 1.- In un sacchetto A ci sono tutti i numeri naturali di cinque cifre divisibili per 500. In un altro sacchetto B ci sono tutti i numeri naturali di cinque cifre con :
  - a) almeno due cifre uguali a zero, e
  - b) la somma delle altre tre cifre uguale a sette.Ti fanno pescare un numero : se peschi il numero 11500 vinci un premio.  
Da quale sacchetto pescheresti e perché ?
- 2.- Disegnare il grafico della funzione :  $y = \left| \left| \left| x \right| - 1 \right| - 1 \right| - 1 \left| \right|$  .  
Risolvere la disequazione :  
 $\left| \left| \left| x \right| - 1 \right| - 1 \right| - 1 \left| \right| \leq 1$  .
- 3.- Sia ABC un triangolo rettangolo in A e isoscele. Siano A'B'C' tre punti, rispettivamente sui lati AB, BC, CA, tali che :
$$AA' = \frac{1}{n} AB \quad ; \quad BB' = \frac{1}{n} BC \quad ; \quad CC' = \frac{1}{n} CA \quad \text{con } n \text{ numero naturale } \geq 2 .$$
Il triangolo A'B'C' è simile ad ABC e retto in A' per qualche valore di n ?
- 4.- Il numero  $3^{2n} - 2^{2n}$  termina sempre con la cifra 5 qualunque sia il numero naturale  $n \geq 1$  ?
- 5.- Si considerino i cerchi inscritto e circoscritto di un triangolo rettangolo.  
È vero che la somma dei due diametri è uguale alla somma dei due cateti ?
- 6.- Consideriamo un anello suddiviso in n caselle indicate con lettere diverse A, B, C, ... .  
Sia x un numero naturale . Partendo dalla casella A ci spostiamo di x caselle e poi ancora di x caselle e poi ancora ... sempre nello stesso verso.  
Quale relazione deve sussistere tra i numeri n e x affinché dopo n spostamenti ( di x caselle ciascuno, nello stesso verso ) si ritorni nella casella A dopo essersi fermati ( spostamento dopo spostamento ) su tutte le caselle dell'anello ?  
La condizione trovata è anche sufficiente ?
- 7.- Voi sapete come funzionano i due contachilometri totale e parziale di una automobile. Il primo, con 6 cifre a disposizione, indica il percorso totale in Km, il secondo esprime una percorrenza parziale espressa con quattro cifre, di cui tre indicano una distanza in km e la quarta, su fondo rosso, in ettometri.  
Dopo quale percorrenza (espressa in ettometri) si leggerà per la prima volta lo stesso numero su entrambi i visori ?  
(Si suppone che inizialmente entrambi i contatori segnino zero.)
- 8.- Un'indagine effettuata su 100 famiglie ha accertato che di esse :
  - 68 sono abbonate al telefono,
  - 72 sono abbonate alla TV.Indichiamo con :  
 $N_2$  il numero delle famiglie con entrambi gli abbonamenti,  
 $N_1$  il numero delle famiglie che hanno un solo abbonamento,  
 $N_0$  il numero delle famiglie che non hanno abbonamenti.

I numeri  $N_0$ ,  $N_1$ ,  $N_2$  non sono determinati dalle condizioni assegnate, ma sono soggetti a limitazioni. Per esempio  $0 < N_2 < 100$ . Si trovino i valori massimi che possono assumere i tre numeri  $N_0$ ,  $N_1$ ,  $N_2$ .