6^a GARA MATEMATICA " CITTÀ DI PADOVA "

23 MARZO 1991

1.- Dire se la seguente implicazione è vera o falsa :

$$a, b \in \mathbf{R} \quad \begin{cases} 0 < \dfrac{3a+1}{2} < 2 \\ -1 < 1-b < 2 \end{cases} \quad \Rightarrow -4 < a + b < 5 .$$

2.- È vero che due numeri naturali consecutivi non hanno mai un fattore comune ?
E tre numeri dispari consecutivi ?

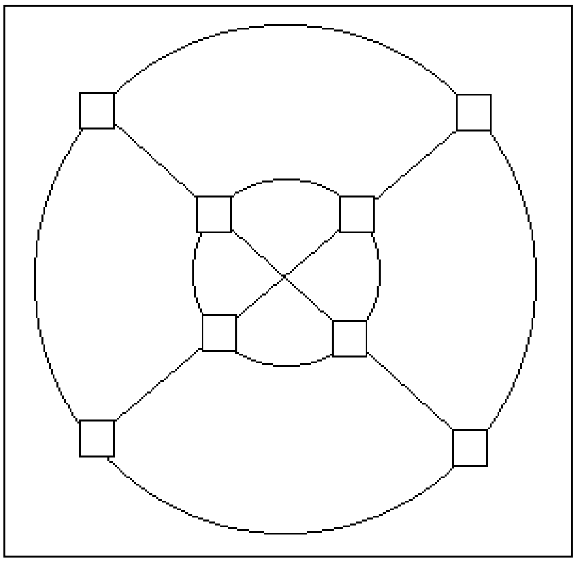
3.- Una cooperativa di 20 soci deve eleggere al suo interno una direzione formata da un consiglio di amministrazione composto da 8 membri (1 presidente, 1 vicepresidente, 1 segretario, 5 consiglieri) e da un collegio sindacale formato da 5 membri (1 presidente, 2 sindaci, 2 sindaci supplenti) . La direzione è così costituita da 13 membri.
Se tutti i soci sono eleggibili e nessuna carica è cumulabile con le altre, quante potrebbero essere le direzioni ?

4.- Quali sono le soluzioni dell'equazione :

$$\log_x (x+1)^2 \cdot \log_{(x+1)} (x+2)^3 \cdot \log_{(x+2)} (x+3)^4 \cdot \log_{(x+3)} 32 = 120 .$$

5.- Sia a, b, c una terna pitagorica di numeri naturali ($a^2 + b^2 = c^2$).
Esiste un numero naturale n diverso da 0 tale che la nuova terna a+n, b+n, c+n sia ancora pitagorica ?
La terna a+n, b+n, c+n esprime sempre le misure dei lati di un opportuno triangolo ?
Per quali valori di n l'eventuale triangolo è ottusangolo e per quali valori acutangolo ?

6.- 8 numeri, disposti nelle caselle del disegno qui sotto in modo che sommando i 4 numeri che



stanno su uno qualunque dei due circoli o su uno qualunque dei due diametri si ottenga sempre *k*, rendono "magica" la ruota (con costante "magica" *k*).
Si verifichi che con 8 numeri interi consecutivi si può sempre render "magica" la ruota.
Può esser uguale a 20 la costante *k* ?
In quanti modi diversi posso disporli in modo che la ruota conservi la "magìa" ?

7.- Assegnato un quadrilatero, esistono rombi che hanno i 4 vertici rispettivamente sui 4 lati del quadrilatero ?

8.- Interpretati i termini “punto”, “retta” e “piano” secondo la tabella :
“piano” = piano cartesiano;
“retta” = luogo di equazione $y = x^2 + bx + c$, con $b,c \in \mathbf{R}$
“punto” = punto del piano cartesiano .
Nel modello così costruito valgono i seguenti assiomi ?
A_1 – per un “punto” del “piano” passano infinite “rette”
A_2 – per due “punti” distinti passa una e una solo “retta”
A_3 – per un “punto” esterno ad un “retta” passa una e un asola “retta” parallela alla “retta” data
(due “rette” si dicono parallele se non hanno “punti” in comune)
In base alla risposta precedente risulta che uno dei tre assiomi è indipendente dagli altri due .
Quale e perché ?