

# Analisi Matematica 1A – 2011-12

## Programma finale del corso

**1. Cardinalità.** Insiemi e operazioni elementari sugli insiemi. Funzioni fra insiemi. Cardinalità. Insiemi finiti, infiniti e numerabili. Equipotenza fra insiemi. Teorema di Cantor-Schröder-Bernstein. Numerabilità di  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Q}$ . Non numerabilità di  $\mathbb{R}$ . Numeri naturali e induzione. Formula per la somma geometrica. Disuguaglianza di Bernoulli. Formula del Binomio di Newton.

**2. Numeri reali.** Introduzione assiomatica dei numeri reali. Estremo superiore e inferiore. Conseguenze della completezza. Archimededità. Densità di  $\mathbb{Q}$ . Costruzione di  $\mathbb{R}$  con le sezioni di  $\mathbb{Q}$  (cenni).  $\mathbb{R}$  come spazio metrico.

**3. Successioni numeriche reali e complesse.** Successioni numeriche. Esempi di successioni elementari. Successioni monotone. Il numero  $e$ . Limiti inferiore e superiore. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Successioni di Cauchy. Completezza metrica di  $\mathbb{R}$ . Criteri di convergenza di Cesàro (sd).

**4. Serie reali e complesse.** Serie numeriche. Serie geometrica. Serie telescopiche. Criterio della radice e del rapporto per serie reali. Criterio di condensazione di Cauchy per serie reali. Rappresentazione dei reali in base  $b$ . Convergenza assoluta di serie reali e complesse. Criterio di Abel-Dirichlet. Criterio di Leibniz. Riordinamenti di serie. Criterio del confronto asintotico. Convergenza di successioni uniformi rispetto ad un parametro. Serie di funzioni. Criterio di Weierstrass per la convergenza uniforme. Criteri di Abel-Dirichlet. Serie di potenze, raggio di convergenza. Funzioni  $\exp$ ,  $\cos$  e  $\sin$  in campo complesso. Identità funzionale per  $\exp$ .

**5. Spazi metrici e funzioni continue.** Spazi metrici: Definizioni ed esempi. Successioni in uno spazio metrico. Funzioni continue fra spazi metrici, definizione  $\varepsilon - \delta$  e caratterizzazione sequenziale. Funzioni continue a valori in  $\mathbb{R}$  ed  $\mathbb{R}^m$ . Funzioni a valori in  $\mathbb{R}$ . Topologia di uno spazio metrico. Caratterizzazione topologica della continuità. Spazi metrici completi, isometrie e teorema di completamento (sd).

**6. Spazi metrici compatti.** Compattezza sequenziale. Compattezza. Compattezza in  $\mathbb{R}^n$ , Teorema di Heine-Borel. Continuità e compattezza. Continuità uniforme, Teorema di Heine-Cantor. Totale limitatezza e caratterizzazione degli spazi metrici compatti (sd).

Tutti gli argomenti sono stati accompagnati da esempi ed esercizi. Gli appunti del corso sono disponibili in rete all'indirizzo:

[http://www.math.unipd.it/~monti/A1\\_2012/Appunti13.pdf](http://www.math.unipd.it/~monti/A1_2012/Appunti13.pdf)

Parte integrante del corso sono i fogli di esercizi F1-F13 assegnati settimanalmente durante il corso disponibili all'indirizzo:

<http://www.math.unipd.it/~monti/Analisi1A-2012.html>

25 Gennaio 2012  
R. Monti