

Analisi Matematica 1 – Matematica

Primo compito. Tema B

Mercoledì 20 Novembre 2013

Esercizio 1 (11 punti) Si consideri l'insieme

$$A = \left\{ \frac{n3^{n+1} - n - 1}{(n+1)3^{n+1}} \in \mathbb{R} : n \in \mathbb{N} \right\},$$

dove $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$. Calcolare $\sup A$, $\inf A$, e dire se esistono $\max A$ e $\min A$.

Esercizio 2 (11 punti) Al variare dei numeri naturali $k, m \in \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ calcolare il limite

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3mn)!}{(n!)^k}.$$

Esercizio 3 (11 punti) Al variare del numero reale $x \in \mathbb{R}$ con $0 < x < 1$ calcolare i seguenti limite inferiore e limite superiore

$$L^-(x) = \liminf_{n \rightarrow \infty} \{(-1)^n \sqrt{n^2 + 2nx}\},$$
$$L^+(x) = \limsup_{n \rightarrow \infty} \{(-1)^n \sqrt{n^2 + 2nx}\},$$

dove $\{\cdot\}$ indica la parte frazionaria. Stabilire per quali $0 < x < 1$ esiste il limite della successione in esame.

2 ore a disposizione. Giustificare ogni affermazione