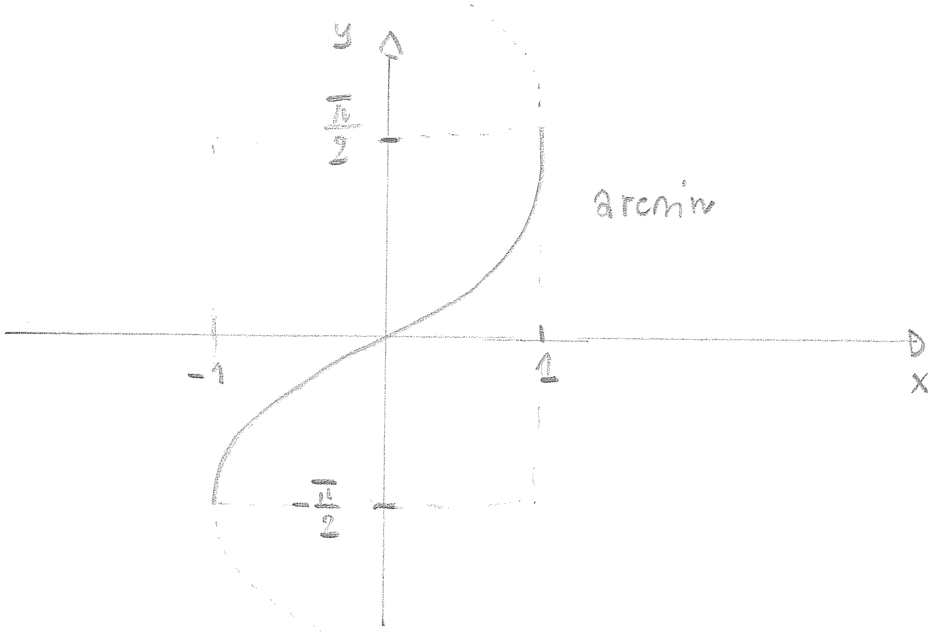
Possiamo definire le funzioni inverse:

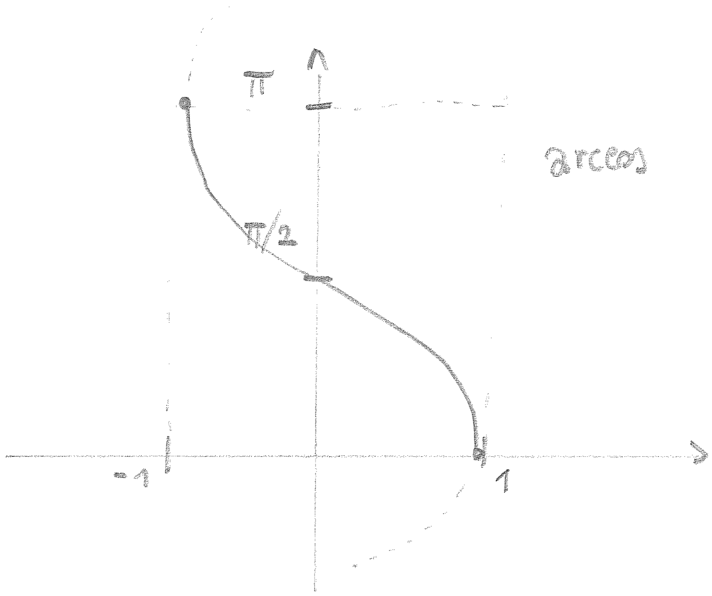
- arcoseno:

$$\arcsin : [-1,1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$



- arcocoseno:

$$\arccos : [-1,1] \to [0,\pi]$$



Alcune identità notevoli:

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

Addizione

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

Duplicazione

$$\cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$$

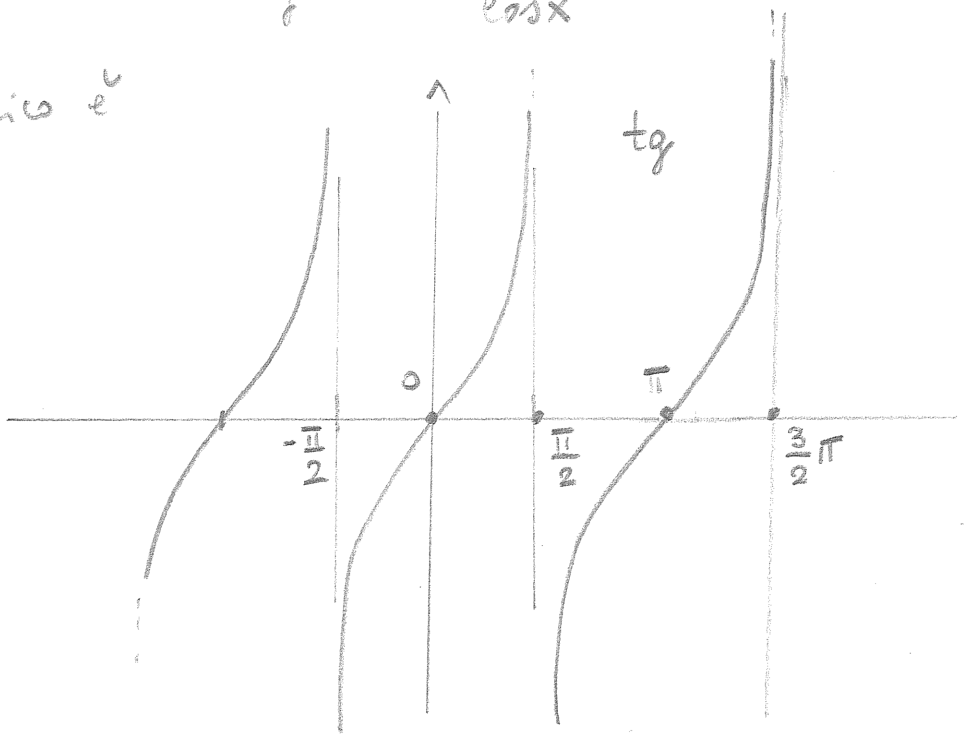
$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$$

Bisezione

Per $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$ abbiamo $\cos x \neq 0$.
Possiamo definire

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Il grafico è

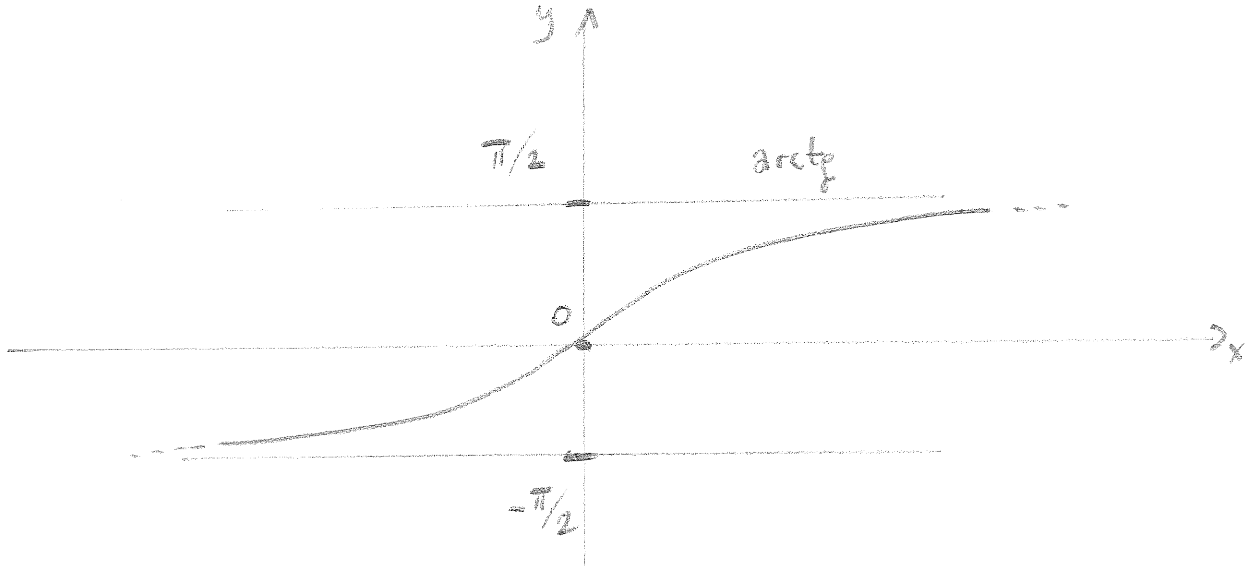


$x \longmapsto \operatorname{tg} x$ è dispari

Osserviamo che $tg : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \longrightarrow \mathbb{R}$ è 1-1 e su.

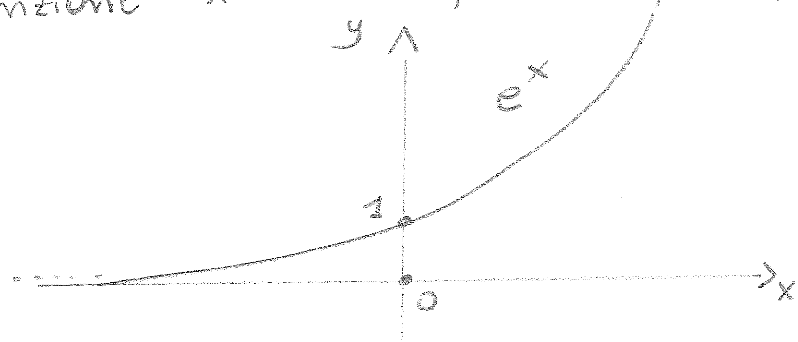
Possiamo definire la funzione inversa

$$\operatorname{arctg} : \mathbb{R} \longrightarrow \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$



Funzioni iperboliche

La funzione $x \longmapsto e^x$, $x \in \mathbb{R}$, ha grafico:

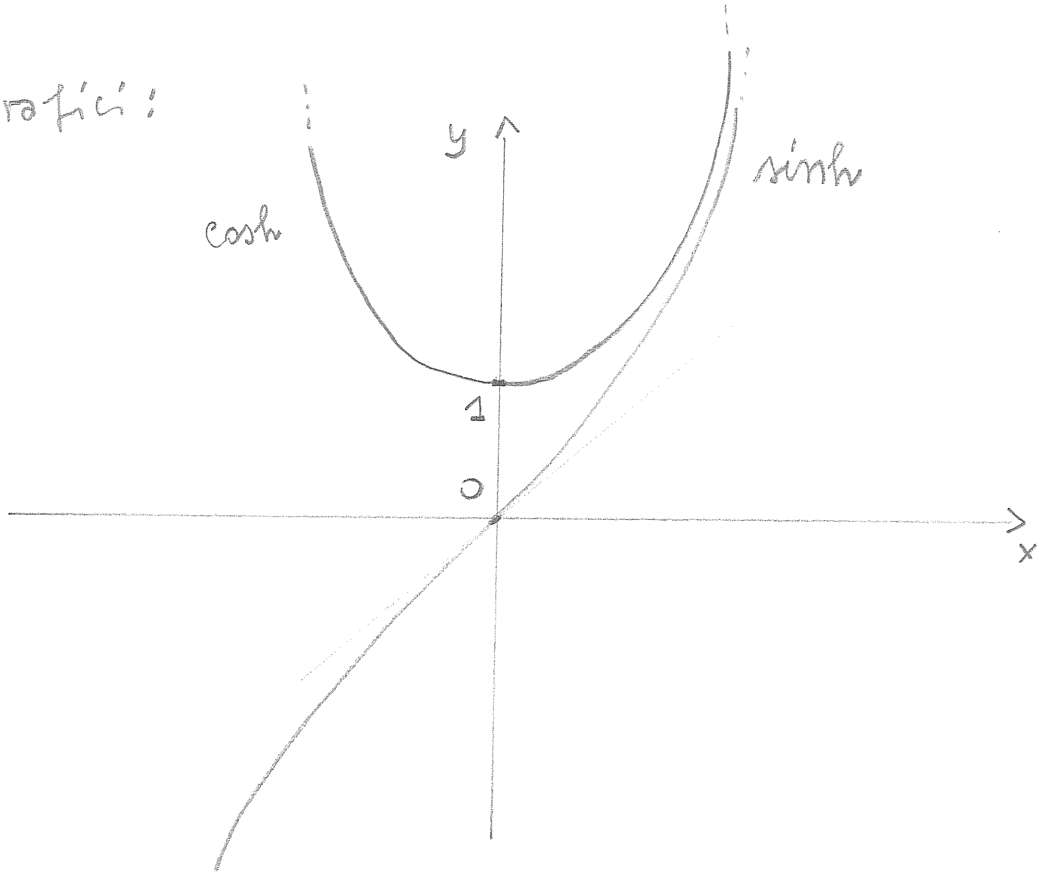


Definiamo le funzioni iperboliche

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad \text{dispari}$$

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \text{pari.}$$

Grafici:



Vale l'identità iperbolica fondamentale:

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1 \qquad \forall x \in \mathbb{R}$$

Ovvero: la curva $t \mapsto (\cosh t, \sinh t) \in \mathbb{R}$ descrive un ramo di iperbole $x^2 - y^2 = 1$