

**ANALISI MATEMATICA 1**  
Area dell'Ingegneria dell'Informazione  
**Appello del 5.02.2013**

**TEMA 1**

**Esercizio 1** Si consideri la funzione

$$f(x) = \arcsin \sqrt{1 - 2 \log^2 x}.$$

- 1) Determinare il dominio di  $f$  e discuterne il segno.
- 2) Discutere brevemente la continuità e la derivabilità di  $f$ .
- 3) Calcolare  $f'$ , determinare gli intervalli di monotonia ed eventuali punti di estremo.
- 4) Calcolare i limiti significativi di  $f'$ .
- 5) Disegnare un grafico di  $f$  (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

**Esercizio 2** Al variare di  $x \in \mathbb{R}$ , studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} \left( \frac{4x}{1+x^2} \right)^n.$$

**Esercizio 3** Calcolare l'integrale

$$\int_{\log 8}^{\infty} \frac{\sqrt{e^x + 1}}{e^x - 3} dx.$$

**Esercizio 4** Calcolare tutte le soluzioni  $z \in \mathbb{C}$  dell'equazione

$$\left( \frac{2z+1}{2z-1} \right)^3 = 1,$$

scriverle in forma algebrica e rappresentarle nel piano complesso.

**Esercizio 5 [facoltativo]** Sia  $f \in C([0, 1])$  una funzione continua. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_{\frac{1}{n^2}}^{\frac{1}{n}} f(x) dx.$$