

Analisi Matematica 1

Simulazione Prova Scritta

Esercizio 1 (7 punti) Calcolare tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$3\frac{z}{|z|} - 2\frac{|z|}{\bar{z}} = 1$$

e rappresentarle nel piano di Gauss.

Esercizio 2 (7 punti) Per ogni valore del parametro reale $\alpha \in \mathbb{R}$ si consideri la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1 + \tan \frac{1}{n}}{(1+n)^{2\alpha^2 - \frac{1}{2}}}.$$

Determinare i valori di α tali che:

- i) il termine generale della serie tende a zero per $n \rightarrow \infty$;
- ii) la serie converge (semplicemente);
- iii) la serie converge assolutamente.

Esercizio 3 (8 punti) Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \log(1 + \sin x) - \frac{1}{2}x^2}{\log(1 + x) - xe^{\alpha x}}.$$

Esercizio 4 (8 punti) Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \log|x-1| - \sqrt{|x|}.$$

- i) Determinare il dominio di f , calcolare i limiti significativi ed eventuali asintoti.
- ii) Studiare la continuità e la derivabilità di f .
- iii) Calcolare la derivata prima e i limiti significativi di f' .
- iv) Studiare la monotonia di f e determinare i punti di estremo relativo ed assoluto.
- v) Tracciare un grafico qualitativo di f .

Non sono richiesti lo studio del segno e lo studio di f'' .

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.