

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 20.02.2013

TEMA 1

Esercizio 1 [10 punti] Data la funzione

$$f(x) = x \left| 3 + \frac{1}{\log(2x)} \right|,$$

- (a) determinarne il dominio, calcolarne i limiti agli estremi e determinare eventuali asintoti;
- (b) studiarne la prolungabilità agli estremi del dominio e la derivabilità;
- (c) calcolare f' e determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f ;
- (d) calcolare i limiti significativi di f' ;
- (e) disegnarne un grafico qualitativo di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [10 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arctan x^4 \log x - 1 + \sin x^2 + \cos(1 - e^{\sqrt{2}x})}{\sinh x - x^\alpha}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio 3 [8 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{\frac{2}{\pi}}^{+\infty} \frac{1}{x^4} \sin \frac{1}{x} dx$$

Esercizio 4 [5 punti] Risolvere l'equazione

$$|z^2(z - \overline{(z - 4i)})| = |z\bar{z} - z(z - 4i)|$$

e disegnare le soluzioni nel piano complesso.

Esercizio 5 [facoltativo] Sia $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ continua e crescente. Sia

$$g(x) = \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt, \quad x > 0.$$

Si provi che g è crescente.

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 20.02.2013

TEMA 2

Esercizio 1 [10 punti] Data la funzione

$$f(x) = x \left| 2 - \frac{1}{\log(3x)} \right|,$$

- (a) determinarne il dominio, calcolarne i limiti agli estremi e determinare eventuali asintoti;
- (b) studiarne la prolungabilità agli estremi del dominio e la derivabilità;
- (c) calcolare f' e determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f ;
- (d) calcolare i limiti significativi di f' ;
- (e) disegnarne un grafico qualitativo di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [10 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x^2 + \cos \log(1 + \sqrt{2}x) - 1 + \sinh x^4 \log x}{\sin x - x^\alpha}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio 3 [8 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{\frac{1}{\pi}}^{+\infty} \frac{1}{x^4} \cos \frac{1}{x} dx$$

Esercizio 4 [5 punti] Risolvere l'equazione

$$|z^2(z - \overline{(z - 2i)})| = |z\bar{z} - z(z - 2i)|$$

e disegnare le soluzioni nel piano complesso.

Esercizio 5 [facoltativo] Sia $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ continua e crescente. Sia

$$g(x) = \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt, \quad x > 0.$$

Si provi che g è crescente.

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 20.02.2013

TEMA 3

Esercizio 1 [10 punti] Data la funzione

$$f(x) = x \left| 6 + \frac{1}{\log(4x)} \right|,$$

- (a) determinarne il dominio, calcolarne i limiti agli estremi e determinare eventuali asintoti;
- (b) studiarne la prolungabilità agli estremi del dominio e la derivabilità;
- (c) calcolare f' e determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f ;
- (d) calcolare i limiti significativi di f' ;
- (e) disegnarne un grafico qualitativo di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [10 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log x \sin x^4 + \cosh(e^{\sqrt{2}x} - 1) - 1 - \sin x^2}{x^\alpha - \sin x}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio 3 [8 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^4} dx$$

Esercizio 4 [5 punti] Risolvere l'equazione

$$|z^2(\overline{(z+4i)} - z)| = |z(z+4i) - z\bar{z}|$$

e disegnare le soluzioni nel piano complesso.

Esercizio 5 [facoltativo] Sia $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ continua e crescente. Sia

$$g(x) = \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt, \quad x > 0.$$

Si provi che g è crescente.

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 20.02.2013

TEMA 4

Esercizio 1 [10 punti] Data la funzione

$$f(x) = x \left| 6 - \frac{1}{\log x} \right|,$$

- (a) determinarne il dominio, calcolarne i limiti agli estremi e determinare eventuali asintoti;
- (b) studiarne la prolungabilità agli estremi del dominio e la derivabilità;
- (c) calcolare f' e determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f ;
- (d) calcolare i limiti significativi di f' ;
- (e) disegnarne un grafico qualitativo di f (non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità).

Esercizio 2 [10 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 \log x - \sinh x^2 + \cosh \log(1 - \sqrt{2}x) - 1}{x^\alpha - \arctan x}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

Esercizio 3 [8 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^4} \sinh \frac{1}{x} dx$$

Esercizio 4 [5 punti] Risolvere l'equazione

$$|z^2(z - \overline{(z + 2i)})| = |z\bar{z} - z(z + 2i)|$$

e disegnare le soluzioni nel piano complesso.

Esercizio 5 [facoltativo] Sia $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ continua e crescente. Sia

$$g(x) = \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt, \quad x > 0.$$

Si provi che g è crescente.

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.