

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 16.09.2013

TEMA 1

Esercizio 1 [10 punti] Data la funzione

$$f(x) = 2x - \sqrt{|x^2 - 4x + 3|},$$

- (a) determinarne il segno ed eventuali asintoti;
- (b) studiarne la derivabilità e calcolare f' ;
- (c) determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f ;
- (d) calcolare i limiti significativi di f' ;
- (e) disegnare un grafico qualitativo di f .

Non si richiedono il calcolo della derivata seconda e lo studio della concavità e della convessità.

Esercizio 2 [9 punti] Discutere, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log \left(n \left(e^{\frac{1}{n}} - 1 \right) - \frac{\alpha}{n} \right).$$

Esercizio 3 [9 punti] Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{\log(x-1)}{\sqrt{x+3}} dx.$$

Esercizio 4 [5 punti] Rappresentare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ della disequazione

$$\left| |z-1|^2 - \left| \frac{z-\bar{z}}{2} \right|^2 - 1 \right| \geq \operatorname{Im} z - 3$$

nel piano complesso.

NB: \log indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.