

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione, Canali 2, 3, 4

Appello del 18.09.2015

TEMA 1

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = x - 1 + \frac{x - 1}{\log|x - 1|}$$

- (a) Determinare le eventuali simmetrie ed il dominio D di f , i limiti di f agli estremi di D e i punti in cui è possibile prolungarla per continuità;
- (b) determinare gli eventuali asintoti di f ;
- (c) studiare la derivabilità di f , studiarne la monotonia e determinarne gli eventuali punti di estremo relativo;
- (d) studiare graficamente il segno di f ;
- (e) calcolare i limiti significativi di f' ;
- (f) disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 2 [9 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \log(1 + x^2) - \cosh(\alpha x) + 1 - x^2 e^{-1/x}}{x^5 \log x + x^4}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3 [9 punti] Si determinino tutti i parametri $\alpha, \beta > 0$ tali che l'integrale

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{(x - 2)^\alpha (x + 2\sqrt{x - 2} + 1)^\beta} dx$$

converge e lo si calcoli per $\alpha = 1/2$ e $\beta = 1$.

Esercizio 4 [5 punti] Si risolva la disequazione

$$\operatorname{Re}(z + 1) \left(\operatorname{Re}(z^2) - 2\operatorname{Re}(\bar{z}^2) + 2(\operatorname{Im}(iz))^2 \right) \leq \operatorname{Re}\left(z + \frac{2}{1 + i}\right)$$

e se ne disegni l'insieme delle soluzioni nel piano di Gauss.

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione, Canali 2, 3, 4

Appello del 18.09.2015

TEMA 2

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = 2 - x - \frac{x - 2}{\log|x - 2|}$$

- (a) Determinare le eventuali simmetrie ed il dominio D di f , i limiti di f agli estremi di D e i punti in cui è possibile prolungarla per continuità;
- (b) determinare gli eventuali asintoti di f ;
- (c) studiare la derivabilità di f , studiarne la monotonia e determinarne gli eventuali punti di estremo relativo;
- (d) studiare graficamente il segno di f ;
- (e) calcolare i limiti significativi di f' ;
- (f) disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 2 [9 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sinh \log(1 - x^2) - \cos(\alpha x) + 1 - xe^{-1/x}}{x^4 - x^6 \log x}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3 [9 punti] Si determinino tutti i parametri $\alpha, \beta > 0$ tali che l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{(x - 1)^\alpha (x + 4\sqrt{x - 1} + 2)^\beta} dx$$

converge e lo si calcoli per $\alpha = 1/2$ e $\beta = 1$.

Esercizio 4 [5 punti] Si risolva la disequazione

$$\operatorname{Re}(z - 1) \left(\operatorname{Re}(z^2) - 2\operatorname{Re}(z^2) + 2(\operatorname{Im}(iz))^2 \right) \geq \operatorname{Re}\left(z - \frac{2}{1 - i}\right)$$

e se ne disegni l'insieme delle soluzioni nel piano di Gauss.

NB: con \log si indica il logaritmo in base e .

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.