Corso di Equazioni Differenziali 2
Terzo trimestre 9 apr. - 11 giu. 2010
Programma finale del corso

Programma del corso. Il programma del corso consiste degli argomenti (teoremi e dimostrazioni) trattati in classe e degli esercizi assegnati per casa. Punto di riferimento sono gli appunti pubblicati in rete. Gli argomenti contenuti nella dispensa "Introduzione alle equazioni differenziali ordinarie" e nella dispensa "Appunti sulla compattezza" che non sono stati trattati in classe non fanno parte del programma. Fa eccezione il Capitolo 1 "Alcuni metodi di risoluzione", i cui contenuti sono richiesti.

Programma analitico. Teorema di punto fisso di Banach, Teorema di punto fisso di Schauder (sd). Problama di Cauchy: definizioni e riformulazione integrale. Teorema di esistenza e unicità locale nelle ipotesi di locale Lipschitzianità. Esempio di Peano. Soluzione massimale. Criterio di prolungamento (fuga dai compatti). Lemma di Gronwall. Teorema di esistenza in grande. Sistemi lineari di equazioni differenziali. Matrice fondamentale e Wronskiano. Equazione differenziale per il Wronskiano. Metodo della variazione delle costanti. Sistemi lineari a coefficienti costanti: descrizione delle soluzioni con la forma canonica di Jordan. Teorema sulle soluzioni analitiche. Dipendenza continua dai dati iniziali. Dipendenza C^1 dai dati iniziali. Flusso di un campo vettoriale e sue proprietà. Equazione differenziale per il determinante Jacobiano del flusso. Richiami sugli spazi metrici compatti. Teorema di Ascoli-Arzelà. Teorema di Riesz-Kolmogorov. Teorema di Rellich-Kondrachov (sd). Compattezza debole e riflessività negli spazi normati (sd). Teorema di Dunford-Pettis (sd). Compattezza per la topologia debole*: Teorema di Alaoglu. Esistenza delle soluzioni nel caso continuo: metodo delle approssimazioni poligonali. Teorema di confronto. Teorema sulle soluzioni peridodiche. Descrizione dell'insieme delle soluzioni nel caso continuo: soluzione inferiore e superiore. Equazioni alle derivate parziali quasi-lineari del primo ordine: descrizione geometrica della nozione di soluzione, campo e curve carrateristiche. Teorema di esistenza della soluzione per il problema di Cauchy. Esempio di applicazione del metodo delle caratteristiche. Equazione del trasporto: formula per la soluzione, stime a priori. Breve introduzione di analisi funzionale. Soluzione debole per l'equazione del trasporto. Regolarizzazioni. Teorema di esistenza di soluzioni deboli. Teorema di approssimazione di soluzioni deboli. Teorema di unicità delle soluzioni deboli (sd).

Struttura dell'esame finale. L'esame finale sarà scritto con orale facoltativo. L'esame scritto avrà la seguente struttura:

Domanda 1: Problema da risolvere.

Domanda 2: Problema da risolvere.

Domanda 3: Domanda di teoria. Sono richiesti tutti gli enunciati, le dimostrazioni più brevi, e un'idea generale sulle dimostrazioni più complesse. Spazio a disposizione: 1 pagina.

Allo scritto verrà attribuito un punteggio compreso fra 0 e 24. Ai compiti settimanali consegnati (totale: 6 Fogli) verrà attribuito un punteggio da 0 a 8. Il voto finale sarà dato dalla somma dei due punteggi. I punteggi maggiori di 30 daranno la lode.