

Esercizio 1. Studiare le seguenti funzioni:

$$\begin{aligned} 1) f(x) &= \frac{|x|}{|x+1|}; & 2) f(x) &= (2x - \arcsin x)^{-1}; & 3) f(x) &= \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}; \\ 4) f(x) &= \frac{\alpha}{x} + \log|x|, \quad \alpha \in \mathbb{R}; & 5) f(x) &= x^n(\log|x| - 1), \quad n \in \mathbb{N}; \\ 6) f(x) &= e^{\frac{1}{2}\sin x} \cos x; & 7) f(x) &= \sqrt{x^2 - 2x} - x; & 8) f(x) &= (x+1)e^{\frac{x}{x-1}}; \\ 9) f(x) &= \arcsin\left(\frac{2|x|}{1+x^2}\right); & 10) f(x) &= \arctan\left(\sqrt{\left|\frac{3-x}{1+x}\right|}\right). \end{aligned}$$

Articolare lo studio nei seguenti punti:

- dominio;
- eventuali simmetrie ed eventuali periodicità;
- segno (non sempre possibile);
- continuità ed eventuali prolungamenti per continuità;
- limiti significativi;
- asintoti;
- derivabilità e calcolo della derivata prima;
- limiti della derivata prima (“attacchi”), eventuali punti di cuspidi e di angolo;
- intervalli di monotonia, massimi e minimi (relativi e assoluti);
- derivata seconda, convessità e punti di flesso (non sempre possibile);
- disegno del grafico.

Commenti: 1) $x = 0$ punto di angolo; 2) saltare studio del segno; 4) Distinguere i casi $\alpha > 0$ e $\alpha < 0$, studiare anche f'' , saltare studio del segno; 5) Per $n \geq 1$, f si prolunga in modo continuo in $x = 0$, per $n \geq 2$ anche f' si prolunga in $x = 0$; 7) C'è un asintoto obliquo; 8) Esaminare con cura i limiti per $x \rightarrow 1^\pm$ di f ed f' ; 9) I punti $x = \pm 1$ sono di cuspidi; 10) Esaminare con cura i limiti di f' , i punti $x = 3$ e $x = -1$ sono di cuspidi.