Programma del Corso di Matematica A, Anno Accademico 2007–2008. Gruppi 6-7, Ingegneria dell'Informazione. Docente: Roberto Monti

1) Numeri naturali: principio di induzione, coefficienti binomiali, binomio di Newton, disuguaglianza di Bernoulli.

2) Numeri razionali: la radice di 2 non è razionale.

3) Numeri reali: assioma di completezza, proprietà di Archimede, insiemi (inf. e sup.) limitati, estremo inferiore e superiore, massimo e minimo di un insieme.

4) Numeri complessi: modulo e argomento, formule di Eulero e di de Moivre, rappresentazione algebrica, trigonometrica ed esponenziale, polinomi complessi e teorema fondamentale dell'algebra, radici di un numero complesso.

5) Successioni numeriche: successioni monotòne e limitate hanno limite, la successione notevole $(1+1/n)^n$ e il mumero e, Teorema del confronto per successioni, alcune altre successioni notevoli, punto di accumulazione di un insieme, sottosuccessioni, Teoremi di Bolzano e di Bolzano-Weierstrass, sottosuccessioni.

6) Serie numeriche: condizione necessaria di convergenza, serie geometrica, serie armonica, serie di Mengoli, serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ con $\alpha > 0$, Teorema del confronto per serie, Criteri della radice e del rapporto per serie a termini positivi, serie assolutamente convergenti, la convergenza assoluta implica quella semplice ma non viceversa, criterio del confronto asintotico per serie, criterio di Leibniz per serie a segno alterno.

7) Funzioni di una variabile reale: dominio, immagine e grafico, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$ e $\min f$, funzioni iniettive e suriettive, funzione composta, funzione inversa, funzioni monotòne, valore assoluto e sue proprietà, definizione di potenze e radici, logaritmi ed esponenziali, funzioni trigonometriche e loro inverse, funzioni iperboliche.

8) Limite di funzioni: definizione, unicità del limite, permanenza del segno, Teorema del confronto, operazioni sui limiti, il limite notevole di $\sin x/x$ per $x \to 0$, limite destro e sinistro, confronto fra gli infiniti x^α, $\log_a x$ e a^x, simboli di Landau (o piccoli), ordine di infinitesimo, alcuni altri limiti notevoli, asintoti obliqui.

9) Funzioni continue: caratterizzazioni equivalenti della continuità, la composta di funzioni continue è continua, continuità dell'inversa, continuità delle funzioni elementari, Teorema degli zeri, Teorema dei valori intermedi, Teorema di Weierstrass, uniforme continuità, una funzione continua su un intervallo chiuso e limitato è uniformemente continua.

10) Calcolo differenziale: derivata di funzione, retta tangente, la derivabilità implica la continuità ma non viceversa, derivata delle funzioni elementari, operazioni su funzioni derivabili, gli estremi locali sono punti critici, Teoremi di Rolle, Lagrange e Cauchy e loro corollari, derivata della funzione composta, derivata dell'inversa, derivata e monotonia, Teoremi di Hôpital, funzioni $f \in C^\infty(A)$, Teorema di Taylor, sviluppi di Taylor delle funzioni elementari, punti di cuspide e di angolo.

11) Integrale di Riemann: suddivisioni, somme inferiori e superiori, funzioni integrabili secondo Riemann, proprietà delle funzioni integrabili, le funzioni continue

sono integrabili, funzione di Dirichlet, Lemma della media integrale, funzione integrale e primitive, Teorema fondamentale del calcolo integrale, integrali elementari, metodo dei fratti semplici, integrazione per sostituzione, sostituzioni parametriche, integrazione per parti, integrali impropri su intervallo illimitato (integrale di $x^{-\alpha}$ su $(1, +\infty)$, teorema del confronto asintotico, ordine di infinitesimo per $x \to +\infty$, convergenza assoluta), integrali impropri di funzioni non limitate (integrale di $x^{-\alpha}$ su $(0, 1)$, ordine di infinito per $x \to 0$ e teorema del confronto asintotico).

12) Cenni su funzioni in più variabili (senza esercizi): insiemi aperti e chiusi, funzioni continue in più variabili, derivate parziali.

13) Equazioni differenziali ordinarie: problema di Cauchy, equazioni differenziali lineari del primo ordine, equazioni differenziali a variabili separabili, equazioni differenziali del secondo ordine lineari a coefficienti costanti (cenni).

14) Funzioni convesse: Cenni.

15) Esempi ed esercizi su tutti gli argomenti. Fanno parte integrante del Programma svolto anche gli esercizi dei Fogli 1–16 distribuiti durante il corso.

16) Sono richieste tutte le definizioni, gli esempi e tutti gli enunciati dei teoremi. I teoremi di cui è richiesta anche la dimostrazione sono: (1) Proprietà di Archimede dei numeri reali; (2) Metodo per il calcolo delle radici complesse; (3) Esistenza del limite notevole $\lim_{n\to\infty}(1 + 1/n)^n$; (4) Teorema di Bolzano-Weierstrass (un insieme infinito e limitato ha almeno un punto di accumulazione); (5) Criterio del rapporto per serie a termini positivi; (6) Criterio di Leibniz per serie a segno alterno; (7) Teorema della continuità della funzione composta; (8) Teorema di Weierstrass; (9) Teorema degli zeri; (10) Teorema di Rolle; (11) Teorema di Hôpital; (12) Teorema di Taylor con resto di Lagrange; (13) Le funzioni continue sono Riemann-integrabili; (14) Teorema fondamentale del calcolo integrale; (15) Teorema del calcolo di integrali per sostituzione; (16) Metodo risolutivo per le equazioni differenziali lineari del primo ordine.

Modalità dell'esame scritto. Vedere il documento "Informazioni generali sugli esami" alla pagina internet http://www.math.unipd.it/~monti/

Modalità dell'esame orale. All'esame orale verranno poste tre domande: 1) Enunciare una definizione oppure discutere un esempio; 2) Dimostrare un teorema fra quelli indicati al punto 16); 3) Risolvere un esercizio tratto dai Fogli 1–16 distribuiti durante il corso.

3 Dicembre 2007