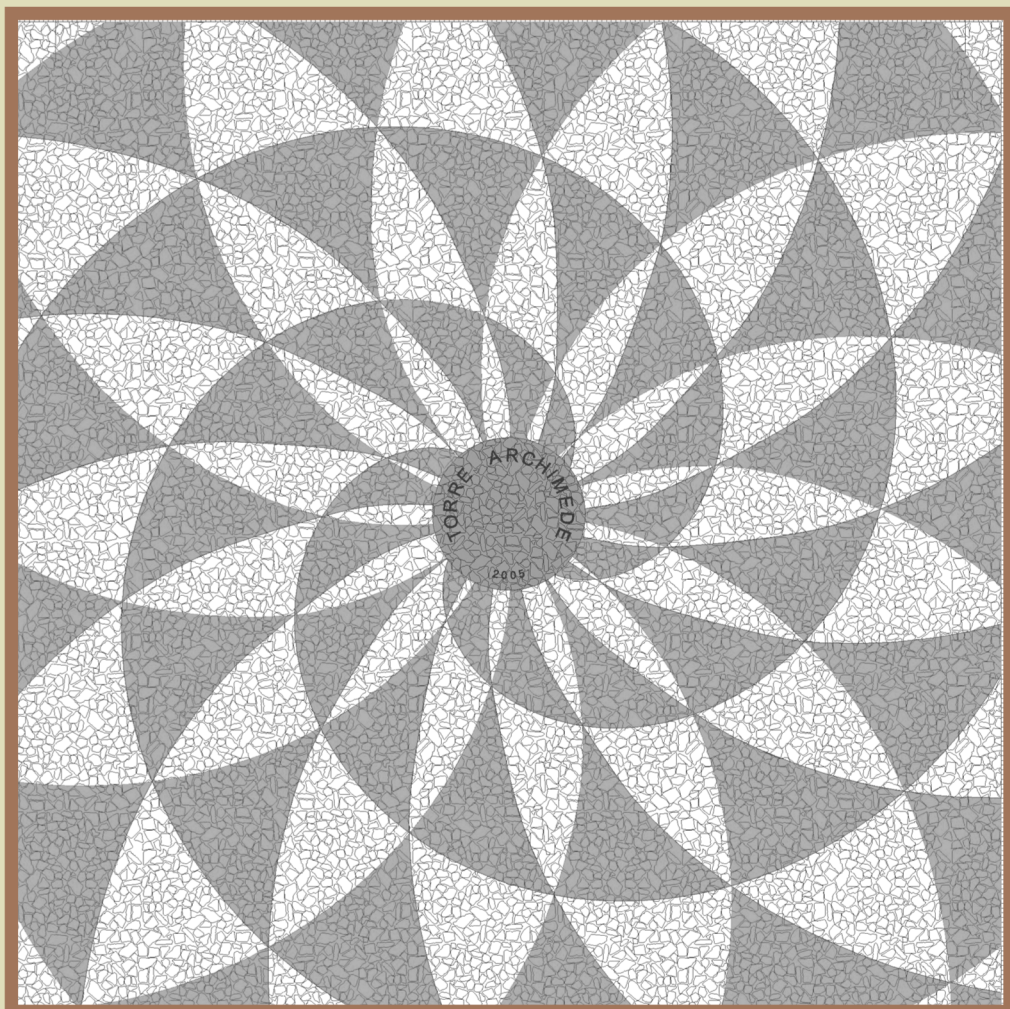


Università degli Studi di Padova  
Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata

# I matematici nell'Università di Padova dal suo nascere al XX secolo



Ogni persona, anche poco edotta in storia della scienza, conosce Galileo Galilei e sa che visse molti anni a Padova, nella cui Università è conservata tutt'oggi la sua famosa cattedra.

Pochi invece conoscono altri illustri matematici che a Padova vissero tre secoli dopo Galileo, tra la fine del XIX e l'inizio del XX secolo, e che contribuirono a rendere Padova e la matematica italiana famose nel mondo: Gregorio Ricci-Curbastro, Giuseppe Veronese, Tullio Levi-Civita e Francesco Severi.

Questo libro parla di questi matematici e di molti altri meno noti, che hanno operato nell'Università di Padova a partire dal XIII secolo. Se ne trae un panorama che spazia dalla nascita dell'Università nel 1222 fino al 1950.

Oltre ai periodi di massimo fulgore, si vede come in molte altre occasioni l'Ateneo patavino sia stato luogo di importanti sviluppi per la storia della matematica. A ciò certamente contribuirono le politiche illuminate prima della Signoria dei Carraresi e poi della Repubblica di Venezia.

Il lettore appassionato della storia di Padova potrà trovare in questo volume notizie interessanti legate all'ambiente universitario e culturale negli otto secoli considerati; lo studioso di matematica troverà informazioni su molti personaggi di cui conosce il nome solo perchè abbinato ad un teorema; gli esperti di storia della matematica troveranno alcuni articoli di non facile reperibilità.





UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA  
DIPARTIMENTO DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

I matematici  
nell'Università di Padova  
dal suo nascere al XX secolo

Questo volume è stato stampato grazie al contributo del  
Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata dell'Università degli Studi di Padova

© 2008 Esedra editrice s.r.l.  
via Palestro, 8 - 35138 Padova  
Tel e fax 049/8725445  
e-mail: [postmaster@esedraeditrice.it](mailto:postmaster@esedraeditrice.it)  
[www.esedraeditrice.com](http://www.esedraeditrice.com)

## INDICE

Presentazione Alberto Facchini	7
<i>Prefazione</i>	9
Carlo Minnaja <i>La matematica a Padova prima di Galileo</i>	11
Enrico Giusti <i>Il ruolo della matematica nella meccanica di Galileo</i>	21
Carlo Minnaja <i>La Serenissima e i docenti di matematica a Padova dopo Galileo</i>	35
Francesco Baldassarri (con note biografiche di Benedetto Scimemi) <i>L'evoluzione della matematica a Padova dal 1800 alla stagione d'oro</i>	53
Francesco Baldassarri <i>La stagione d'oro della matematica a Padova</i>	77
Mario Rosati <i>Le istituzioni accademiche della matematica nell'Università di Padova dalla fondazione della Facoltà di Scienze ad oggi</i>	97
<i>Le prolusioni di Gregorio Ricci-Curbastro e Giuseppe Veronese</i>	107
<i>I fondatori dei «Rendiconti del Seminario Matematico dell'Università di Padova»</i>	137
Due ricordi di Iacopo Barsotti	169
APPENDICE A. <i>Elenco dei docenti di matematica nell'Università di Padova dal suo nascere al 1950</i> [a cura di Luigi Salce]	177
APPENDICE B. <i>Il Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata</i> [a cura di Mario Rosati]	183
BIBLIOGRAFIA	195
INDICE DEI NOMI	197



## Presentazione

Il Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata dell'Università di Padova ha celebrato nel 2007 i vent'anni della sua istituzione. In questa occasione sono state organizzate varie iniziative, tra cui la redazione di questo volume, che ha lo scopo di ricordare ai cultori di storia locale e anche a noi, attuali attori della ricerca e della didattica matematica universitaria a Padova, la storia dei nostri predecessori. Sono di qui passati matematici illustri, il cui nome è poco conosciuto al grande pubblico. Anche di Galileo, universalmente noto, pochi sanno che copriva la cattedra *ad Mathematicam*. Non sono noti ai più, per esempio, i nomi dei protagonisti di un'epoca d'oro: Ricci-Curbastro, Levi-Civita, Veronese e Severi, che qui insegnavano un secolo fa. Eppure, se Einstein riuscì a dare veste rigorosa alla sua celeberrima *Relatività generale*, fu grazie al *Calcolo differenziale assoluto*, strumento matematico inventato da Ricci a Padova, poi perfezionato dal padovano Levi-Civita. Ma tra i matematici che insegnarono a Padova i nomi illustri sono moltissimi: il volume si ferma a Iacopo Barsotti, di cui fui anch'io studente negli anni '70.

Questo libro nasce grazie all'impegno dei colleghi Francesco Baldassarri, Carlo Minnaja, Mario Rosati, Luigi Salce, Giovanni Sambin e Benedetto Scimemi. Sono loro che hanno curato la redazione e la pubblicazione del volume, scrivendo alcuni contributi originali ed adattandone altri. Essi meritano, per l'ottimo lavoro svolto, il più sentito ringraziamento mio personale e di tutto il Dipartimento.

Alberto Facchini  
Direttore del Dipartimento di  
Matematica Pura ed Applicata

Padova, 7 gennaio 2008



## Prefazione

Questo libro nasce dal desiderio di disporre in unico testo di un panorama che comprenda tutti i matematici che hanno operato nell'Ateneo patavino nel corso dei suoi otto secoli di vita. Sono stati considerati anche matematici come Jacopo Riccati, che erano legati all'ambiente padovano senza essere professori nell'Università.

Il volumetto si è formato raggruppando materiale eterogeneo: certi articoli erano già pubblicati ma difficilmente reperibili, come le prolusioni accademiche e le commemorazioni; altri contributi sono originali, o sintesi di articoli più estesi di svariata provenienza. Si è badato alla gradevolezza della lettura più che alla completezza della ricostruzione storica, che avrebbe richiesto ben altro impegno. Si è così coperto tutto lo spazio temporale che va dalla nascita dell'Università di Padova nel 1222 fino alla metà del secolo scorso. Ai redattori è sembrato che il compito di illustrare i contributi dei matematici padovani nella seconda metà del '900 fosse troppo impegnativo per essere affrontato in breve tempo. Si è quindi deciso di fermarsi alla seconda guerra mondiale, con un'unica eccezione, Iacopo Barsotti, da intendersi come auspicio affinché in un prossimo futuro il lavoro si completi considerando anche la seconda metà del secolo.

L'aver raccolto materiale vario ha inevitabilmente dato luogo ad inconvenienti: alcuni nomi compaiono in più di una sezione; di altri matematici, pur importanti, si dice troppo poco. Il lettore voglia perdonare queste ed altre pecche, aiutato in ciò dalla visione di un panorama, precedentemente non disponibile in un'unica opera, che spazia su otto secoli di storia della matematica. Il peso attribuito ai singoli non sempre corrisponde al loro livello scientifico, ma piuttosto alla disponibilità delle informazioni, oppure all'importanza del loro contributo alla nascita o alla crescita delle istituzioni. È stato valorizzato, per esempio, il ruolo dei fondatori del Seminario Matematico e dei suoi «Rendiconti»; ma tutti i matematici menzionati in questo testo hanno certamente dato un apporto allo sviluppo della matematica padovana. A loro guarda con profonda gratitudine l'attuale generazione, che si sente erede di un grande patrimonio scientifico.

I redattori di queste pagine non sono specialisti, ma ‘dilettanti’ di storia della matematica, in senso letterale. Essi confidano che questo frutto delle loro fatiche rechi lo stesso diletto a chi ama la matematica e l’Ateneo patavino.

Francesco Baldassarri

Carlo Minnaja

Mario Rosati

Luigi Salce

Giovanni Sambin

Benedetto Scimemi

CARLO MINNAJA

## La matematica a Padova prima di Galileo\*

Le notizie sulla storia della matematica a Padova nei secoli XIII e XIV sono scarse e spesso frammentarie, in quanto poco ci resta dei documenti fino al secolo XV. In particolare, nessun documento ci è pervenuto sull'origine dell'insegnamento della matematica, che assai presumibilmente era agli inizi confuso con l'insegnamento dell'astrologia. Con quest'ultimo titolo generico nel Medio Evo e nei primi tempi del Rinascimento si indicava l'astronomia celeste, con i moti degli astri ("astrologia sferica"), ma anche la cosiddetta "astrologia giudiziaria", cioè quella in base alla quale si facevano predizioni di avvenimenti futuri, e che si divideva in quattro sezioni specifiche: universale (scienza delle previsioni dei grandi accadimenti mondiali), della natività (sul destino e le peculiarità caratteriali delle persone), elettiva (indicante il momento migliore per compiere qualsiasi azione) ed interrogativa (concernente domande poste su argomenti generali). L'astrologia giudiziaria verrà successivamente fortemente contestata come totalmente priva di giustificazioni scientifiche, ma a quel tempo nessun medico veniva tenuto in considerazione se non era esperto anche di astrologia, e quindi di matematica. Notiamo anche che il termine «physica» e «medicina» erano equivalenti, e spesso la cattedra era intitolata come «physica». Fino alla seconda metà del sec. XVIII gli allievi medici erano tenuti a seguire le lezioni di astronomia, geografia e meteore, mentre la frequenza alla scuola di chimica e a quella delle malattie delle donne e dei bambini era invece lasciata alla loro scelta.

È quindi da presumere che l'insegnamento della matematica nei primi tempi dello Studio patavino fosse inglobato sotto il nome di «astrologia», cattedra della quale non sembra sia mai mancato il titolare. Il primo di cui si ha notizia è Pietro d'Abano, che in più documenti si qualifica come «Philosophiae et Astrologiae Professor». Pietro d'Abano fu lo scienziato più rappresentativo del secolo di Dante e S. Tommaso; nato ad Abano attorno al 1250, viaggiò e dimorò a lungo a Costantinopoli e a Parigi. A Padova tornò nel 1306 e vi morì nel 1315; si ha notizia certa di una sua partecipazione ad un esame di laurea nel 1307 e

\* Riduzione e adattamento da: A. FAVARO, *I lettori di matematiche nella Università di Padova dalla fine del secolo XIV alla fine del secolo XVI*, in «Memorie e documenti per la storia della Università di Padova», vol. I, Padova, La Garangola, 1922, pp. 1-70.

di una sua attività di docente fino al 1314.

L'opera principale di Pietro d'Abano è il *Conciliator*<sup>1</sup>, che appunto, secondo il titolo, doveva conciliare filosofi e medici, in contrasto su argomenti di fisica, astronomia e cosmografia. Pietro si stacca totalmente da Aristotele e dalla scuola peripatetica; scrive sulla misura del tempo, su equinozi e solstizi, riconosce la rotondità della terra e ritiene che anche la zona torrida sia abitata, a differenza di quanto si pensasse allora conformemente alle teorie di Macrobio, del V secolo. Riguardo all'astronomia, Pietro conosce l'*Almagesto* e traduce dall'arabo in latino alcune opere.

L'altra grande opera di Pietro d'Abano è la *Expositio Problematum Aristotelis*, che verrà stampata per la prima volta a Venezia nel 1475. Di matematica tratta qui ampiamente, in particolare della storia dell'aritmetica e della geometria e dei loro cultori greci, latini e arabi. Riguardo alla scienza degli astri, egli risponde affermativamente al quesito se essa giovi alla terapeutica, e distingue peraltro l'astronomia propriamente detta dall'astrologia giudiziaria.

Nel *Conciliator* Pietro spiega fenomeni descritti nelle opere di Aristotele senza nessuna sudditanza al maestro, anzi contraddicendolo dove gli pareva che questi fosse in errore. Cerca di spiegare tutto tramite il caldo, il freddo, il secco e l'umido, e adombra concetti che verranno scientificamente definiti molto più tardi, come la pressione atmosferica. Riconosce che gli odori sono emanazioni dei corpi e che i raggi luminosi partono dai corpi e non dall'occhio; tratta con precisione della rifrazione come causa dell'arcobaleno, e infine riconosce che l'aria calda diventa più leggera per dilatazione, e che la differenza di temperatura è causa di movimenti d'aria.

Pietro d'Abano fu un convinto assertore dell'astrologia giudiziaria e la pose in stretto rapporto con la scienza medica. Risentiva ovviamente dell'influenza della sua epoca, anche se forse in qualche modo fu costretto, controvoglia, a seguire la corrente del tempo per non dispiacere a principi e monarchi. Peraltro anche personaggi estremamente religiosi furono cultori di astrologia giudiziaria, ancorché questa fosse condannata dalla Chiesa. Le critiche che verranno fatte successivamente, impropriamente giudicando personaggi di un tempo con i metodi di un altro, sarebbero giustificate se l'adesione all'astrologia giudiziaria avesse in qualche modo bloccato o ritardato la scienza astronomica. È vero invece il contrario: gli studi di astronomia si sono fortemente giovati dell'astrologia. Su Pietro nacquero leggende: fu ritenuto mago e negromante, e gli furono attribuiti dei prodigi, ma da queste dicerie fu nettamente assolto, come dice una scritta posta un secolo dopo la sua morte su una delle porte del Salone, sotto una sua effigie.

<sup>1</sup> *Conciliator differentiarum philosophorum et praecipue medicorum*, stampato per la prima volta a Venezia nel 1471, quindi a Mantova, poi ancora a Venezia, Padova, Pavia, Basilea, per un totale di una quindicina di edizioni in tre secoli.



Statua di Pietro d'Abano, opera dello scultore G.B. Locatelli, posta in Prato della Valle nel 1777 per volontà dei professori dello Studio di Padova.

Non è cosa certa che Pietro d'Abano fosse l'unico professore di astrologia nello Studio di Padova; del pari non si può asserire che soltanto lui e Mondino da Cividale abbiano insegnato medicina. La storia tramanda anche il nome di tale Pietro da Reggio come autore di accuse contro Pietro d'Abano: era probabilmente un medico forestiero che vedeva in lui un concorrente, ma nulla di sicuro si sa sul suo insegnamento a Padova.

L'insegnamento dell'astrologia rimase forse vacante per qualche tempo; se ne ritrova menzione in un riferimento del 1338 a Guglielmo di Montorso del quale Ludovico Vedriani scrive: «Leggeva questo nostro Cittadino la scienza dell'Astrologia»; lo stesso docente avrebbe tenuto insegnamenti separati per la navigazione e per la medicina. Il tempo verbale all'imperfetto, «leggeva», non indica anni precisi; apparirebbe quindi per la prima volta un insegnamento autonomo dell'astrologia staccato dalla medicina.

Una nuova menzione l'abbiamo soltanto per l'ascesa alla cattedra di Giovanni Dondi attorno al 1350; forse la cattedra era rimasta vacante, probabilmente insieme ad altre, per la peste che investì Padova nel 1348. Giovanni Dondi, figlio di Jacopo, insegnò nello studio padovano in tempi diversi filosofia, medicina e astronomia<sup>2</sup>. In vari altri anni si ha notizia di suoi insegnamenti: nel 1359

<sup>2</sup> Date e avvicendamenti si trovano in una memoria di Francesco Scipione Dondi dell'Orologio, canonico della Cattedrale.



Statua di Giovanni Dondi Orologio, opera dello scultore padovano Francesco Rizzi, collocata in Prato della Valle nel 1778, a cura dei marchesi Giovanni Antonio e Francesco Dondi Orologio.

insegnò astronomia, nel 1374 medicina. Ci sono notizie di inviti per trasferirsi a Firenze e a Pavia; a Pavia probabilmente fu nel 1384 e certamente nel 1388, quando tornò da Milano dove era stato istitutore di uno dei figli di Gian Galeazzo Visconti. Morì a Genova nell'anno successivo.

Interessante la lettura dell'*Astrario*, opera di Giovanni Dondi terminata nel 1364. In essa si trova la descrizione del meccanismo dell'orologio che attualmente è in piazza dei Signori e per la cui costruzione la famiglia ha acquisito il nome Dondi dell'Orologio, nome che porta tuttora. L'autore dichiara che la costruzione di tale macchina fu fatta per richiamare nozioni di astronomia, sepolte sotto gli errori popolari connessi all'unico desiderio di leggere nel cielo le previsioni dell'astrologia giudiziaria. La prima parte dell'opera insegna a modellare i vari pezzi della macchina, la seconda tratta del loro adattamento in loco e nella terza si legge delle correzioni degli errori accidentali dovuti al necessario ricaricamento delle ruote dei pianeti.

Sembra che il Dondi abbia insegnato a Padova, eventualmente con interruzioni, fino al 1384, dato che in quell'anno giunse il suo successore Biagio Pelacani da Parma. Questi, laureatosi a Pavia, era stato professore a Pavia e poi a Bologna; la sua permanenza a Padova si estende forse dal 1384 al 1388, perché in quell'anno è nuovamente a Bologna dove insegna astrologia, e nell'anno

successivo è a Pavia. A Padova pare nuovamente stabile dal 1407 al 1411, dopodiché fu nuovamente a Pavia. Probabilmente fu a Piacenza nel 1399, con un intermezzo a Parigi, di più difficile collocabilità temporale.

Contraddittori sono i giudizi che dettero i contemporanei sull'insegnamento del Pelacani. Alcuni documenti riportano che egli fu licenziato dal nostro Ateneo non essendosi dimostrato all'altezza della fama con la quale era venuto; altri segnalano una disaffezione degli studenti alle sue lezioni per il suo carattere burbero e scontroso, o per il fatto che egli insegnava soltanto privatamente e a pagamento gli argomenti che gli studenti gli richiedevano, come la geometria, che in quel periodo stava diventando un argomento di grande attrazione. Curioso l'episodio di Vittorino da Feltre, il quale, non potendo pagare il prezzo richiesto dal Pelacani, studiò da solo gli *Elementi* di Euclide e in pochi mesi se ne impadronì tanto da fondare una scuola lui stesso. Altri studiosi invece ritengono che l'insegnamento del Pelacani a Padova sia stato di altissimo livello, come testimoniano anche le sue opere, e che solo il suo carattere gli abbia creato una scarsa simpatia da parte degli studenti, che presero a disertare le sue lezioni. Probabilmente al mancato rinnovo dell'affidamento dell'insegnamento («condotta») contribuirono motivi economici della Serenissima.

Le vicende politiche della fine del XIV secolo ebbero alcune conseguenze importanti sullo Studio patavino. La città era compresa nei possedimenti di Francesco Novello da Carrara, signore, dopo guerre, trattati, cessioni e paci, di un'ampia regione che comprendeva la marca trevigiana e una parte dell'attuale Veneto occidentale. Nel periodo di espansione in terraferma della Serenissima Padova dovette subire un lungo e pesantissimo assedio finché firmò la dedizione alla Repubblica di Venezia nel 1405. Il nuovo governo operò una dura repressione, specialmente nei confronti di chi era stato fedele ai Carraresi, e ciò comportò una fuga di docenti e studenti. Tuttavia alcuni decreti riportarono rapidamente lustro e allievi allo Studio patavino: fu impedito ai sudditi di Venezia di andare a studiare in altre università, furono chiuse le scuole di Venezia e di Treviso, che pure avevano una lunga tradizione, le prerogative accordate agli studenti furono generose. Nel 1410 la peste invase l'Italia nord-orientale, ma l'Università di Padova fu una tra le poche che rimasero funzionanti.

Un altro avvenimento importante del 1405 fu la separazione tra l'Università dei giuristi e quella degli artisti e medici, nella quale rimase sempre l'insegnamento della matematica e dell'astrologia.

Probabilmente la cattedra di matematica rimase vacante dopo il Pelacani fino all'arrivo di Prosdocimo de' Beldomandi, del cui insegnamento si ha notizia dal 1422 al 1428, anno in cui morì. I suoi lavori di astronomia furono estremamente chiari dal punto di vista didattico, ancorché non si sapessero distaccare completamente dall'astrologia giudiziaria. Il nome della cattedra fu «ad Astrologiam», però egli viene citato come «divinae Matheseos professor



Ritratto di Giovanni Müller da Königsberg, detto Regiomontano.

clarissimus», e infatti probabilmente insegnò anche aritmetica, dato che di lui esiste un notevole trattato di questa materia, dal titolo «Algorismus».

Nel 1428 venne ad insegnare Alberto dell'Abaco, ma non è chiaro se fu istituzionalmente successore del Beldomandi. Si sa che gli fu concesso di insegnare «in piazza sotto la Lozza del Comun verso i Cambii»; resta così confermato questo metodo di insegnamento pubblico, allora non raro. Degli anni successivi non si ha notizia certa, anche se non mancano indizi secondo i quali l'insegnamento della matematica avrebbe potuto tenersi nell'ambito della cattedra di Medicina. Nel 1434 Cando Candi fu professore di Medicina e di Astrologia.

La mancanza dei “rotoli”<sup>3</sup> di quel periodo rende incerti molti dati sulla permanenza di docenti a Padova e non si hanno notizie precise su insegnamenti di matematica: certamente insegnò astronomia il tedesco Giorgio Peurbach, probabilmente poco prima del 1450; il suo testo sulla teoria dei pianeti è stato reputato da alcuni contemporanei come opera superiore a tutte le altre del tempo.

Uno scienziato illustre, Giovanni Müller da Königsberg, noto sotto il nome di Regiomontano, insegnò certamente nel nostro ateneo nel 1463. La sua “orazione” inaugurale (oggi si chiamerebbe “prolusione”) è una interessante storia della cattedra, sulla quale si sono succeduti docenti illustri. Con ogni probabi-

<sup>3</sup> Erano così detti i fogli dove erano annunciati corsi e docenti e, in maniera estremamente succinta, gli argomenti oggetto di insegnamento.

lità Regiomontano insegnò le teorie del Peurbach, che egli riteneva il suo maestro, nonché le ipotesi del matematico arabo Alfagarano. Certamente insegnò astrologia giudiziaria, ma è da supporre che anche l'aritmetica sia stata oggetto del suo insegnamento. Alla fine del corso, nel 1464, Regiomontano lasciava Padova: probabilmente non gli era stata affidata una "condotta" triennale, come sarà poi la regola, bensì un semplice insegnamento annuale.

Notizie non precise ci sono su Paolo di Middelburg; probabilmente insegnò astrologia giudiziaria; nel 1494 fu eletto vescovo di Fossombrone e quindi certamente lasciò Padova. Si occupò della correzione del calendario per la determinazione della Pasqua, e scrisse sull'argomento un volume, detto poi "la Paulina" e numerose lettere. Fu un esperto di Leone X al Concilio Lateranense, e forse proprio la sua attività in quella occasione gli procurò la nomina ad arcivescovo.

Pietro Trapolin, chiamato «il primo matematico del suo tempo», fu matematico insigne e la sua fama attirò a Padova, nell'ultimo decennio del sec. XVI, scolari di ogni nazione. Ma egli si collocò politicamente dalla parte avversa alla Repubblica nella lega di Cambrai, per cui la sua casa fu messa a sacco e le sue opere andarono disperse. Sul periodo successivo c'è una nuova interruzione di documentazione, e sappiamo solo alcuni nomi di successori, quali Filippo Aristofilo de' Fiorenzuoli da Viterbo e Clementino de' Clementini. Nel 1493 tenne alcune lezioni di matematica Luca Pacioli, probabilmente di geometria e aritmetica. È probabile che egli abbia insegnato pubblicamente al di fuori delle forme istituzionali, come già Alberto dell'Abaco.

Nel 1494-95 iniziò ad insegnare Francesco Capuano da Manfredonia, addottoratosi a Padova nel 1494 in medicina. Il suo insegnamento quindi non può essere retrodatato a venti anni prima, come fanno altri storici. Pare che la sua collocazione nell'università sia stata ufficiale e non effimera, e che egli sia morto in età molto tarda, ma che comunque abbia abbandonato l'insegnamento per farsi canonico regolare lateranense.

Del 1499 resta la prolusione inaugurale tenuta da Valerio Superchio, che dichiara di aver sempre coltivato Medicina e Filosofia, ma di essersi anche diletto di matematica e di aver preso tale insegnamento dietro insistenza degli studenti. Fu strenuo fautore dell'astrologia giudiziaria, come si riconosce proprio in quella prolusione. Contro la validità scientifica dell'astrologia giudiziaria già all'epoca si pronunciavano in molti, ma a quelle obiezioni il Superchio rispose attribuendo il fallimento di alcune previsioni profetizzate dall'astrologia all'imperizia degli astrologi e non alla scarsa validità del metodo. Singolare la sua difesa del libero arbitrio: se gli influssi degli astri avessero effetto sull'uomo, oltre che su animali e piante, questi non avrebbe merito o demerito nelle sue azioni; ma gli influssi si hanno sul corpo e non sull'anima. E in risposta al Capitano Luca Zeno, che era presente a quella orazione, il Superchio afferma che mai i comandanti si accinsero a qualche azione militare senza aver consultato gli astrologi; tuttavia, se gli astri fossero stati favorevoli, l'impresa avrebbe avuto

Il Palazzo del Bo in J.F. Tomasini, *Gymnasium patavinum*, Udine, 1654.



buon successo, se gli astri fossero stati contrari la saggezza del Senato e la perizia dei comandanti avrebbe portato le cose a buon fine ugualmente.

Le sedi universitarie erano a quell'epoca distribuite in varie strade, da contrada S. Biagio a S. Caterina, da Ca' di Dio a S. Lucia. L'università degli Artisti rimase in quelle strade anche quando quella dei Legisti si trasferì nel 1493 da S. Lucia al palazzo del Bo, che occupa anche adesso. E il Superchio nella sua orazione esprime la speranza che anche gli Artisti abbiano presto una sede degna.

Superchio loda nella sua orazione l'astronomo Benedetto Triaca, che da tempo era a Padova e che aveva insegnato nell'ateneo l'anno precedente; è certo che abbia insegnato nel 1500, mentre nel 1506 viene emesso un decreto per reclutare un docente per entrambi gli insegnamenti, quello di astronomia e quello di matematica, già tenuti dal Triaca, che quindi con il 1506 certamente non era più in forza all'Ateneo. Lo stipendio proposto è tuttavia veramente misero, soltanto quaranta fiorini l'anno (il Triaca ne percepiva quarantasei), il che dà l'idea di quanto poco venissero considerate le materie di cui parliamo.

Forse la cattedra andò vacante negli anni precedenti; nel 1506-07 la occupò Bartolomeo Vespucci, del quale ci resta l'orazione inaugurale. Non dovette restarvi a lungo, perché nel settembre 1508 venne richiamato il Triaca con un aumento di stipendio irrisorio, ma con la promessa di un incarico non più annuale; la cosa peraltro non si verificò perché l'università chiuse con la guerra per la lega di Cambrai.

Il ricordo dei docenti non deve far passare sotto silenzio alcuni illustri allievi. A cavallo del secolo fu studente a Padova Niccolò Copernico, che forse ascoltò lezioni di matematica dal Triaca.

Conviene qui dedicare qualche parola alla considerazione in cui era tenuta la matematica nello Studio patavino. Jacopo Facciolati asserisce che già sul fini-

re del sec. XV l'astrologia giudiziaria era stata abbandonata, ma troppo invece è coinvolta nelle orazioni inaugurali citate. Tuttavia fu assai meno coltivata che in altri atenei, ad esempio a Bologna, dove l'insegnamento di astrologia era obbligatorio. A Padova l'astrologia appare affidata a docenti con incarico annuale piuttosto che a professori assunti istituzionalmente, e non viene sancito alcun obbligo di insegnarla quando il nome dell'insegnamento non lo preveda esplicitamente; inoltre non si può far colpa ai docenti che si sottoposero a questo compito per soddisfare le esigenze dei tempi.

La Repubblica di Venezia riaprì lo Studio dopo le tormentate vicende legate alla Lega di Cambrai. Tuttavia abolì il magistrato dei quadrumviri, illustri cittadini padovani che presiedevano all'organizzazione dell'Università, e istituì invece un organo sotto il nome di "Riformatori dello Studio di Padova", formato da tre patrizi veneti; tale organo durerà fino alla fine della Repubblica. I primi designati furono Giorgio Pisani, Marino Zorzi e Antonio Giustiniani che si adoperarono a porre ordine negli archivi dello Studio e a richiamare docenti e studenti. Tuttavia non pare che alla copertura della cattedra di matematica si provvedesse subito; si ha notizia della sua copertura nel 1519 e nell'anno successivo da persone non illustri. Nell'anno accademico 1521-22 insegnò Federico Delfino, che fu pagato 40 fiorini per il corso di astrologia ed altri 20 per il corso di matematica che gli venne dato per obbligo aggiuntivo.

Il Delfino insegnò per circa 27 anni ed ebbe grande fama; pubblicò un trattato sulle acque del mare e testi dei suoi predecessori, in particolare un'opera del Regiomontano e l'«Algorismus» del Beldomandi. Probabilmente insegnò anche aritmetica, e suoi discepoli furono Bernardino Telesio, Alessandro Piccolomini e Daniele Barbaro, che divenne poi patriarca di Aquileia. Sempre nello stesso periodo studiò a Padova Federico Commandino, che lasciò alcuni scritti originali, ma la sua opera maggiore fu la traduzione in latino di testi matematici greci, in particolare opere di Pappo, che furono conosciute attraverso questa traduzione. Va anche aggiunto che a Padova fu studente Gerolamo Cardano; si addottorò in medicina, e non sembra che mai abbia seguito corsi di matematica, materia alla quale era stato avviato dal padre, avvocato. Cardano fu Rettore degli Artisti per l'anno 1525-26, e chiese, all'atto della laurea, un rimborso delle spese sostenute in tale carica. Della sua permanenza a Padova come studente e poi nei dintorni come medico la sua opera *De vita propria* narra ampiamente<sup>4</sup>.

Docente per trent'anni fu anche il successore del Delfino, Pietro Catena. Il suo insegnamento fu vario nel tempo: l'astronomia secondo il testo del Sacrobosco<sup>5</sup>, gli Elementi di Euclide, la geografia secondo Tolomeo. Certamente

<sup>4</sup> Il Favaro ipotizza che Cardano abbia insegnato matematica a Padova. Non vi è tuttavia riscontro di questa ipotesi.

<sup>5</sup> *De sphaera mundi*, dell'inglese John of Holywood, latinizzato in Sacrobosco, fu un breve trattato di astronomia che fu popolarissimo come testo di studio per oltre quattro secoli, dalla metà

insegnò anche astronomia secondo sue teorie personali, in quanto uscì un suo testo sull'argomento nel 1561, con ristampa nel 1567. Del pari è plausibile che egli abbia insegnato le opere matematiche di Aristotele, in particolare le Meccaniche, delle quali pubblicò un commento.

Contemporaneamente insegnò astronomia, sempre secondo il testo del Sacrobosco, Francesco Barozzi. È dubbio che egli abbia insegnato istituzionalmente, sia per la troppo giovane età, sia per il fatto che un decreto del 1477 impediva ai patrizi veneti di insegnare. È pur vero che il decreto era vecchio di quasi un secolo, e che eccezioni potevano esserci, tuttavia non è ipotizzabile un ruolo del Barozzi come docente in pianta stabile. Il Barozzi pubblicherà poi una *Cosmografia*, nella quale evidenzierà numerosi errori fatti dai vari commentatori del Sacrobosco, come pure una traduzione dei commenti di Proclo al primo libro di Euclide.

Un cenno a parte va fatto sulla matematica coltivata fuori della *Studio*. A quel tempo vi erano numerose accademie in varie parti d'Italia, ma erano principalmente dedite a studi filosofici o letterari. In quelle padovane invece, l'Accademia degli *Infiammati*, quella degli *Eterei* e quella degli *Animosi*, si tennero corsi e studi di matematica. Queste accademie non ebbero tuttavia vita lunga, l'ultima di esse visse due anni soltanto.

Ancora una volta l'Università dovette chiudere per più di un anno a causa della peste nel 1576; il morbo portò via anche il Catena, e soltanto nel maggio 1577 fu chiamato il suo successore, Giuseppe Moletti da Messina. Questi venne preceduto da una gran fama, guadagnata sia per le opere già pubblicate, sia per l'opera di istruttore del principe Vincenzo Gonzaga, figlio del duca di Mantova. Moletti insegnò la geometria secondo Euclide, l'astronomia secondo il Sacrobosco, ottica anche sotto il nome di prospettiva, meccanica, cosmografia, anemografia, idrografia e geografia. Ma la sua opera maggiore fu quella, in due volumi, riguardante la riforma del calendario, che venne pubblicata nel 1580 e che gli valse stima e doni sia dalla Repubblica che dal Pontefice. Il suo stipendio fu elevato nel 1584 a 300 fiorini, somma notevolissima per quei tempi per un docente di matematica. Il Moletti fu tra i primi a contraddire con l'esperienza la meccanica aristotelica; di lui Galileo ebbe grande stima e gli sottopose anche una sua dimostrazione. Al Moletti si deve l'osservazione che due corpi, uno di piombo e uno di legno, se lasciati cadere, toccano terra nello stesso tempo.

Il Moletti fu estremamente apprezzato anche dal governo della Serenissima, che alla sua morte, avvenuta nel 1588, non ricoprì subito la cattedra, volendo un maestro delle stesse capacità; soltanto dopo quattro anni nei quali i corsi di matematica tacquero, la "condotta" fu affidata a Galileo, il quale aprì un altro meraviglioso periodo per la storia dell'Ateneo.

ENRICO GIUSTI

## Il ruolo della matematica nella meccanica di Galileo\*

### 1. *Il linguaggio della natura*

Quando, negli ultimi anni della sua vita, Galileo detta a Torricelli la *Giornata Quinta*, da aggiungersi al libro delle *Nuove Scienze*, la posizione della teoria delle proporzioni, che ne costituiva l'argomento, era radicalmente cambiata. Il secolo precedente aveva stabilito un testo corretto, o quanto meno accettabile, del quinto libro degli *Elementi*, e assieme aveva visto consolidarsi un'interpretazione sicura, anche se non univoca, delle definizioni chiave della teoria. Parallelamente, non erano mancati tentativi di estendere la teoria al di là del suo contesto geometrico naturale, e di servirsene come strumento di indagine in filosofia naturale. Si era trattato però, in ogni caso, di risultati molto modesti, che solo raramente si erano spinti al di là dei temi archimedei dell'equilibrio della leva.

Il programma galileiano di geometrizzazione della natura, che aveva come obiettivo principale la sostituzione delle sottigliezze interpretative della filosofia naturale di derivazione aristotelica con un metodo di indagine fortemente matematizzato, produce una rapida accelerazione di questo processo. Galileo si rivolge alla matematica per dare risposte quantitative ai problemi della meccanica e del moto; problemi che coinvolgevano corpi fisici ideali, nei quali la multiforme varietà degli oggetti veniva a cristallizzarsi attorno a poche grandezze fondamentali: il peso, la densità, la velocità. Di conseguenza, egli ha bisogno di una matematica che possa trattare direttamente queste qualità non immediatamente geometriche, spogliandole per così dire delle loro caratteristiche corporee e riducendole alla pura geometria.

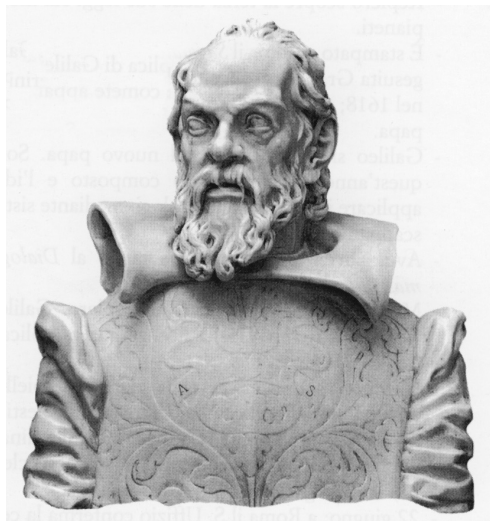
Se il linguaggio dell'universo, come vuole lo stesso Galileo, è fatto di rette, triangoli e cerchi, prima che la meccanica possa esprimersi in esso è necessario che i suoi termini subiscano una radicale modifica, e là dove essi dicevano peso, momento, velocità, si possa leggere segmento, figura, angolo.

Questa opera di traduzione, dunque di geometrizzazione, può essere svolta soltanto dal quinto libro degli *Elementi*, la sola costruzione nella matematica classica che abbia come oggetto le grandezze nel loro aspetto più generale, e

\* Articolo tratto da *Galileo e la cultura veneziana*, Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Venezia, LINT editrice, Trieste 1995.



Statua di Galileo Galilei, opera dello scultore padovano Pietro Danieletti, posta in Prato della Valle nel 1780 per volontà del Granduca Leopoldo di Toscana.



Busto di Galileo Galilei, opera di Amleto Sartori, presso la presidenza della Facoltà di Scienze, Università di Padova.

non solamente quelle più familiari e conosciute della geometria.

Ma la scelta di un linguaggio matematico, in particolare quello della teoria delle proporzioni, non è senza conseguenze nella descrizione del mondo, e nella stessa immagine che lo scienziato si forma dei concetti di cui si serve: alla brulicante molteplicità dei corpi reali che si muovono, che pesano, che si equilibrano, il fisico matematico sostituisce un universo cristallizzato di figure, grandezze, moti invariabili, nel quale l'infinita varietà delle cose viene sostituita dal gioco sistematico di relazioni semplici. E se è vero che il fisico sceglie una o un'altra teoria matematica in relazione alla loro aderenza alla realtà da studiare (ma Galileo aveva poi molta libertà in questa scelta?), non è meno vero che, una volta la decisione presa, essa condiziona sostanzialmente la comprensione dei fenomeni. Nel nostro caso, quando si è scelta la teoria delle proporzioni per le descrizioni dei fenomeni fisici, le sole relazioni possibili tra i corpi naturali sono quelle che la teoria prevede tra le grandezze astratte, ed è su queste che le nostre immagini della natura dovranno essere modellate, con tutte le possibili distorsioni che ne conseguono. L'aforisma «traduttore, traditore» non vale solo in letteratura.

Se la natura viene in un certo senso cristallizzata dalla struttura matematica soggiacente (ma a scanso di equivoci ripetiamo che questo è il solo modo per uscire dalla «meraviglia» e avviarsi verso la comprensione dei fenomeni fisici), e diventa per così dire un «modello» della teoria matematica di cui si serve,

essa non resta però inerte, e non manca di far sentire le proprie esigenze, in special modo quando le semplificazioni introdotte impediscono una comprensione adeguata dei fenomeni in esame. Si osserva a questo punto un'azione simmetrica del mondo fisico sul linguaggio che lo descrive. Se la matematica aveva preteso di congelare l'universo in un gioco semplice di concetti astratti, escludendo ciò che non era riconducibile a relazioni tra questi ultimi, esistono nondimeno delle domande a cui è indispensabile dare una risposta, e che non possono essere eluse solo perché non si pongono nel linguaggio prescelto. Vengono così posti in continua tensione gli stessi concetti matematici sui quali si fondava la teoria di base, nel tentativo di forzare il quadro interpretativo, e di assumerne uno più ampio, nel quale porre e possibilmente risolvere i problemi che il precedente impediva anche di enunciare. E quando una teoria più generale non è disponibile, il filosofo naturale diventa matematico, e si cimenta esso stesso con le rigidità del metodo di cui si serve.

Ambedue questi aspetti sono presenti nell'opera di Galileo, che da una parte modella le sue scienze nuove sullo schema fornito dalla teoria delle proporzioni, e dall'altra, spinto anche dalle resistenze di questa, cerca di rivederne i concetti fondamentali per renderli più adeguati ai loro compiti. A queste interazioni tra la meccanica galileiana e la matematica euclidea, e in particolare alle difficoltà di ricondurre i fenomeni meccanici al reticolo concettuale e tecnico dalla teoria delle proporzioni, è dedicato questo intervento.

## 2. *La geometrizzazione delle grandezze fisiche*

La prima e più naturale funzione della teoria delle proporzioni, applicata alle scienze della natura, consiste nel porre su basi quantitative alcune relazioni semplici tra le grandezze che intervengono nella descrizione di un fenomeno fisico. La situazione più elementare è quella in cui sono coinvolte solamente due variabili, in particolare quando queste sono legate tra loro da una relazione di proporzionalità. È questo il caso, ad esempio, di enunciati quale il Teorema I del trattato *De motu aequabili*, contenuto nella terza giornata dei *Discorsi e Dimostrazioni matematiche sopra due nuove Scienze*<sup>1</sup>:

Si mobile aequabiliter latum eademque cum velocitate duo pertranseat spatia, tem-

<sup>1</sup> Per il testo dei Discorsi, e in generale per tutte le opere di Galileo, faremo riferimento all'Edizione Nazionale delle *Opere* di G. GALILEI, a cura di A. Favaro, la cui ultima ristampa, peraltro essenzialmente identica alle precedenti, è stata pubblicata a Firenze nel 1968, per i tipi di G. Barbèra. Nel seguito tale edizione sarà indicata brevemente con la dizione *Opere di Galilei*, seguita da un numero romano indicante il volume. Per i Discorsi si può vedere anche l'edizione pubblicata da Einaudi, Torino 1990.

pora lationum erunt inter se ut spatia peracta<sup>2</sup>,

ovvero del Teorema 3 del *Promotus Archimedis* di Marino Ghetaldi:

Corpora gravia eiusdem generis... eandem in gravitate rationem habent, quam in magnitudine<sup>3</sup>.

Leggermente più complesso è il caso della proporzionalità inversa, come nel *Teorema III del moto equabile*:

Inaequalibus velocitatibus per idem spatium latorum tempora, velocitatibus e contrario respondent<sup>4</sup>.

Infine, si possono avere relazioni più generali, quando una delle variabili è proporzionale ad una potenza dell'altra. Un tipico esempio è la *Proposizione XII.2* degli *Elementi* di Euclide:

I cerchi stanno tra loro come i quadrati dei diametri

o, per restare in ambito galileiano, la *Proposizione IV* della resistenza dei materiali:

Ne i prismi e cilindri egualmente lunghi, ma disegualmente grossi, la resistenza all'esser rotti cresce in triplicata proporzione de i diametri delle lor grossezze, cioè delle lor basi<sup>5</sup>.

In definitiva, la forma più generale di una relazione tra due variabili, che possa essere trasformata in un enunciato dalla teoria delle proporzioni, si ha quando una potenza della prima è direttamente o inversamente proporzionale ad una potenza della seconda, come ad esempio nella terza legge di Keplero:

I quadrati dei periodi di rotazione dei pianeti sono proporzionali ai cubi degli assi maggiori delle ellissi descritte.

<sup>2</sup> *Opere di Galilei*, VIII, p. 192: «Se un mobile di moto uniforme percorre due spazi con la stessa velocità, i tempi staranno tra loro come gli spazi percorsi».

<sup>3</sup> M. GHETALDI, *Promotus Archimedis. Romae, apud Aloysium Zannettum 1603*, p. 2: «Gravi dello stesso genere hanno lo stesso rapporto in gravità e in grandezza». Sull'opera di Ghetaldi si veda P.D. NAPOLITANI, *La geometrizzazione della realtà fisica: il peso specifico in Ghetaldi e Galileo*, «Boll. Storia Sci. Mat.», VIII (1988), pp. 139-237.

<sup>4</sup> *Opere di Galilei*, VIII, p. 193. «I tempi di mobili che percorrono lo stesso spazio con velocità diverse, sono inversamente proporzionali alle velocità».

<sup>5</sup> *Opere di Galilei*, VIII, p. 160.

Si tratta, come si può facilmente avvertire, di uno schema di gran lunga troppo povero per essere sufficiente alle necessità della fisica; sia pure di una fisica abbastanza elementare come quella galileiana. In effetti, in esso rientrano solo proposizioni di un unico tipo, e cioè quelle in cui tutte le grandezze in gioco sono fissate tranne due<sup>6</sup>, che risultano proporzionali. Si ottengono così solamente enunciati del tipo:

A parità di tutto il resto, A è proporzionale a B

ovvero, nel caso della proporzionalità inversa:

A parità del resto, A è inversamente proporzionale a B.

La fisica che ne risulta non può che essere estremamente limitata; per compiere progressi bisogna far variare quanto nello schema precedente veniva tenuto costante, e osservare le conseguenze di tali variazioni sulla proporzionalità che si era stabilita.

In termini moderni, quando cioè le relazioni precedenti, secondo le regole dell'algebra, vengono scritte rispettivamente

$$A = kB, \text{ ovvero } A = k/B$$

si tratta di determinare la dipendenza della costante di proporzionalità  $k$  dai parametri che in un primo tempo venivano tenuti costanti. In molti casi è proprio la costante di proporzionalità  $k$  che viene scelta per descrivere la varietà degli aspetti del fenomeno, a volte usando le equazioni precedenti, che scritte nella forma

$$k = A/B \text{ ovvero } k = AB$$

servono a tramutare il parametro  $k$  in una nuova grandezza, che avrà con le precedenti le più semplici relazioni possibili. È questo il caso ad esempio della velocità, che viene definita come il rapporto tra lo spazio e il tempo, o del peso specifico, rapporto tra il peso e il volume.

Nella teoria delle proporzioni questo cammino non è percorribile, dato che in essa i rapporti sono possibili solo tra grandezze omogenee, e che in ogni caso i rapporti sono di natura diversa dalle grandezze, e quindi mal si prestano alla loro definizione. Di conseguenza, l'introduzione di una nuova grandezza come la velocità o il peso specifico deve essere compiuta indipendentemente,

<sup>6</sup> Ognuna delle quali può essere una potenza, con esponente positivo o negativo, di una grandezza data.

mediante una definizione «metafisica» e una serie di assiomi che la leghino alle grandezze precedenti e ne determinino il comportamento in relazione a queste.

Si aprono così due ordini di problemi. In primo luogo, occorre scegliere la nuova grandezza che compendi, per così dire, l'invariabilità della natura in ordine al fenomeno in esame. Non essendo praticabile la strada del quoziente, tale scelta verrà compiuta in base alla rilevanza del nuovo concetto rispetto agli scopi che ci si propone; e se nella maggior parte dei casi, come ad esempio per la velocità, la scelta è naturale e quasi obbligata, talora sono possibili opzioni diverse, e la preferenza tra l'una o l'altra di queste è determinata da vari fattori, non ultimo la tradizione. Ciò avviene ad esempio nel caso dei rapporti peso/volume, dove per distinguere i vari corpi Galileo si orienterà verso il peso specifico (la gravità in specie), mentre Ghetaldi preferirà una grandezza meno comoda ma più immediata quale la perdita di peso in acqua<sup>7</sup>. Una volta compiuta questa scelta, sarà possibile apportare variazioni terminologiche anche negli enunciati dei teoremi precedentemente stabiliti; così invece che di stesso moto equabile<sup>8</sup> si parlerà di moti a velocità uguale<sup>9</sup>, e invece di corpi dello stesso genere<sup>10</sup> si dirà della medesima gravità in ispecie<sup>11</sup>.

Risolto il problema fisico, restano naturalmente da stabilire le relazioni che intercorrono tra la nuova grandezza e le precedenti. Anche quando la scelta compiuta è quella naturale, corrispondente cioè in termini algebrici a prendere come grandezza ausiliaria il quoziente  $A/B$ , ovvero il prodotto  $AB$  nel caso della proporzionalità inversa, le relazioni tra questa e le grandezze iniziali non sono una conseguenza immediata della definizione, che non è data in termini algebrici ma «metafisici», ma devono essere ricavate dagli assiomi, espliciti o sottintesi, che accompagnano la definizione.

È a partire da questi che si ricaveranno, secondo i canoni della teoria delle proporzioni, le relazioni cercate.

Un primo esempio del procedimento che abbiamo descritto si può trovare nel primo libro del *De Momentis aequalibus* di Francesco Maurolico<sup>12</sup>. A una definizione non operativa del momento:

<sup>7</sup> Su questo punto si può vedere P.D. NAPOLITANI, *La geometrizzazione della realtà fisica...*, cit.

<sup>8</sup> *Opere di Galilei*, VIII, p. 191, Assioma I.

<sup>9</sup> Ivi, p. 192, Teorema I.

<sup>10</sup> M. GHETALDI, *Promotus Archimedis*, cit., Teor. 3, p. 2.

<sup>11</sup> *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua*, in *Opere di Galilei*, IV, p. 74.

<sup>12</sup> *Admirandi Archimedis Syracusani Monumenta omnia mathematica quae extant. Panormi, apud D. Cylleium*, 1685. La data non deve trarre in inganno, essendo l'opera composta nel 1547. Non ci sono documenti che indichino una possibile influenza di Maurolico su Galileo; in ogni caso l'opera mauroliciana era ben nota negli ambienti del Collegio Romano nel periodo, intorno al 1587, in cui Galileo frequentò Cristoforo Clavio.

Momentum est vis ponderis a spatio quopiam contra pendentis<sup>13</sup>

il messinese fa seguire una serie di proposizioni, di cui la prima,

Quam multiplex est pondus ponderis ad idem spatium: tam multiplex est momentum momenti<sup>14</sup>

fa uso dell'assioma implicito che il momento della composizione di due gravi sia la somma dei singoli momenti. Di qui, egli può dimostrare in successione che

Gravia ab aequali spatio pendentia sunt momentis proportionalia. Graviorum aequalium ab inequalibus spatiis pendentium momenta sunt ad invicem sicut spatia

e infine

Momentum ratio componitur ex ratione ponderum, & ex ratione spatiorum, a quibus gravia pendent<sup>15</sup>.

Un fenomeno simile si osserva nel caso della velocità nel moto uniforme: mentre prima dell'introduzione di quest'ultima era possibile un solo risultato, e cioè che gli spazi sono proporzionali ai tempi, la considerazione di moti a velocità diverse permette di ottenere una notevole gamma di teoremi, di cui il più caratteristico stabilisce che gli spazi stanno nella proporzione composta dei tempi e delle velocità<sup>16</sup>. Allo stesso modo, dopo aver introdotto la gravità in specie, o meglio una volta detto cosa si debba intendere per «materie egualmente gravi in specie»<sup>17</sup>:

<sup>13</sup> MAUROLICO, *Archimedis Monumenta*, cit., p. 86: «Momento è la forza di un peso contrapendente da un qualsivoglia spazio».

<sup>14</sup> Ivi, p. 102: «Quanto il peso è multiplo del peso posto alla stessa distanza, così il momento è multiplo del momento».

<sup>15</sup> Ivi, pp. 103-4: «Gravi pendenti dagli stessi spazi sono proporzionali ai momenti»; «I momenti di gravi uguali pendenti da spazi diseguali sono tra loro come gli spazi»; «Il rapporto dei momenti si compone di quelli dei pesi e degli spazi da cui essi pendono».

<sup>16</sup> Per una discussione più approfondita si veda il mio *Ricerche galileiane: il trattato De motu aequabili come modello della teoria delle proporzioni*, «Boll. Storia Sci. Mat.», VI (2), (1986), pp. 89-108.

<sup>17</sup> Noteremo per inciso che Galileo è piuttosto riluttante a imbarcarsi in definizioni metafisiche, come ad esempio quella di «momento» in Maurolico o quella di velocità in Saccheri: «Velocitas est affectio motus, secundum quam tanto tempore tanta longitudo percurri intellegitur» (la velocità è una proprietà del moto, secondo la quale in un dato tempo s'intende percorsa una data lunghezza), *Neostatica*, Milano 1708, p. 1, o in Frisi: «Celeritas est illa corporis moti affectio, quae fit ut maius vel minus spatium dato tempore absolvatur» (la velocità è quella proprietà del corpo in moto, che fa sì che in un dato tempo si percorra uno spazio maggiore o minore). *Opere*, Milano 1783, Tomo II, p. 76.

chiamo ugualmente gravi quelle materie, delle quali eguali moli pesano egualmente<sup>18</sup>

Galileo può dimostrare che

I pesi assoluti de' solidi hanno la proporzion composta delle proporzioni delle lor gravità in specie e delle lor moli<sup>19</sup>.

Il meccanismo è generale: la scelta della costante di proporzionalità  $k$  come grandezza ausiliaria (una scelta, ripetiamolo, che si deve fare a priori, e guidati dall'intuizione fisica più che dall'evidenza algebrica) consente la costruzione di una teoria più flessibile e ricca di variazioni, la più importante delle quali consiste nel passaggio dall'enunciato «A è proporzionale a B» a quello più ampio ed elaborato «le grandezze A stanno tra loro in proporzione composta di quella delle B e di quella delle (nuove) grandezze  $k$ ». In questo arricchimento della teoria gioca un ruolo centrale la nozione di proporzione composta, per mezzo della quale si esprimeranno tutte le possibili relazioni tra le tre grandezze in gioco, ottenendo un sistema completo di enunciati. Così nel *De Motu aequabili* avremo:

Theor. IV. Si duo mobilia ferantur motu aequabili, inaequali tamen velocitate; spatia, temporibus inaequalibus ab ipsis peracta, habebunt rationem compositam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum.

Theor. V. Si dua mobilia aequabili motu ferantur, sint tamen velocitates inaequales & inaequalia spatia peracta, ratio temporum composita erit ex ratione spatiorum, & ex ratione velocitatum contrarie sumptarum.

Theor. VI. Si dua mobilia aequabili motu ferantur, ratio velocitatum ipsorum composita erit ex ratione spatiorum peractorum, & ex ratione temporum contrarie sumptorum<sup>20</sup>.

La teoria matematica del moto uniforme, che Galileo espone all'inizio della terza giornata dei *Discorsi*, rappresenta il confine delle possibilità aperte dall'uso della proporzione composta, e ne mette in rilievo allo stesso tempo le potenzialità e i limiti. Da una parte infatti è indubbio l'arricchimento che è reso possibile dall'introduzione di una terza grandezza, la velocità, e dai teoremi che

<sup>18</sup> *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua*, in *Opere di Galilei*, IV, p. 67.

<sup>19</sup> Ivi, p. 74. Da notare che la mancanza di una definizione di gravità in specie non si fa sentire, dato che Galileo identifica i rapporti tra queste con i rapporti tra i pesi a parità di volume.

<sup>20</sup> *Opere di Galilei*, VIII, pp. 194-6: «IV. Se due mobili viaggiano di moto equabile, ma con diverse velocità, gli spazi percorsi in tempi diversi avranno rapporto composto di quelli delle velocità e dei tempi. V. Se due mobili viaggiano di moto equabile, ma con diverse velocità e percorrendo spazi diversi, il rapporto dei tempi è composto da quello degli spazi e da quello inverso delle velocità. VI. Se due mobili viaggiano di moto equabile, il rapporto delle velocità si compone di quello degli spazi percorsi, e di quello inverso dei tempi».

la legano alle grandezze tradizionali, lo spazio e il tempo; dall'altra però è del pari evidente la macchinosità del linguaggio della teoria delle proporzioni, che crea tre distinti risultati dove in realtà non ce n'è che uno solo, esprimibile algebricamente con la relazione  $s = vt$ . Da questa formula, che traduce il teorema IV, l'algebrista passerà immediatamente alle altre:  $t = s/v$  e  $v = s/t$ , al punto che esse possono essere considerate come forme diverse di un solo enunciato. Per Galileo invece, i tre teoremi finali del *De Motu Aequabili* sono sostanzialmente distinti, e richiedono tre dimostrazioni diverse. Per la loro unificazione infatti, sarebbe stato necessario riconoscere alla composizione di rapporti il carattere di una legge di composizione interna, rispetto alla quale i rapporti formino un gruppo; un punto di vista quasi completamente assente nella geometria del Seicento.

A fronte di tali evidenti difetti, sono però altrettanto evidenti i successi. Con uno strumento tutto sommato elementare come la teoria delle proporzioni, e soprattutto con un uso sistematico della proporzione composta, Galileo riesce a fondare su solide basi matematiche la scienza della resistenza dei materiali e quella del moto uniforme, che si aggiungono alla scienza dei pesi specifici e a quella archimedeica dell'equilibrio, ampliata da Maurolico nella stessa direzione, per mezzo della nozione di momento.

### 3. *Il moto accelerato*

Questo quadro matematico di riferimento entra in crisi quando Galileo affronta il problema del moto accelerato, e quindi si trova a dover fare i conti con un concetto complesso e sfuggente quale quello di velocità istantanea.

Prima di affrontare questo nuovo tema, sarà bene fermarci un momento ad esaminare le nostre idee riguardo al moto a velocità variabile, in modo da affrancarci, per quanto è possibile, da quanto abbiamo appreso nei secoli trascorsi tra Galileo e noi. Come abbiamo dovuto abbandonare il formalismo algebrico per far emergere i metodi e i problemi della teoria delle proporzioni, così sarà necessario liberarci di non pochi concetti, così naturali da sembrare ovvii, relativi al moto accelerato, e in primo luogo ai rapporti tra la velocità istantanea e le grandezze macroscopiche, spazio e tempo.

Nella trattazione moderna (per semplicità considereremo solo la cinematica del moto rettilineo) il moto è un processo che si svolge con velocità (istantanea)  $v(t)$ , che è legata allo spazio e al tempo dalle formule

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \text{ovvero} \quad s = \int v dt.$$

In questo sistema concettuale c'è una relazione diretta tra una grandezza microscopica, che permane solo per un tempo infinitesimo, la velocità, e le grandezze macroscopiche come spazio e tempo.

La concezione galileiana, o quanto meno la concezione corrente al tempo di Galileo, dato che l'indagine matematica del moto accelerato produrrà non poche crepe nella visione tradizionale, è sostanzialmente diversa. Il moto è un evento, dunque dotato di un inizio e di una fine, che si svolge con una non meglio precisata velocità, che ne esprima la maggiore o minore sveltezza. Parafrasando Aristotele, si potrebbe dire che «la velocità è il numero del movimento, secondo il più svelto e il meno svelto». Questa velocità complessiva, che somiglia in qualche modo alla moderna velocità media, si combina con lo spazio e con il tempo allo stesso modo della velocità del moto uniforme.

Il problema con cui Galileo deve confrontarsi nell'affrontare il moto accelerato è quello di ricavare la velocità complessiva del moto, e di qui le relazioni tra spazio e tempo, a partire dalla conoscenza della velocità istantanea. Più precisamente, si tratta di tre problemi distinti, che appartengono il primo alla filosofia, il secondo alla meccanica, il terzo alla matematica: in primo luogo dare una definizione di velocità istantanea o quanto meno una descrizione che permetta di farsene un'idea chiara, mettendola in relazione con altre grandezze più accessibili; di qui stabilire un quadro di relazioni tra le velocità istantanee in un moto accelerato e la velocità complessiva del moto; e infine ricavare quest'ultima (e quindi dedurre lo svolgersi del moto) a partire da un'ipotesi sulle velocità istantanee.

Cominciamo dal primo. Qui la via che abbiamo delineata in precedenza, consistente nel variare la costante di proporzionalità, non è praticabile, dato che la velocità istantanea, non permanendo per alcun tempo finito, non può produrre nessun movimento apprezzabile. Per introdurre questa nuova specie di velocità c'è dunque bisogno di un processo che si consumi anch'esso in un istante, in modo tale però da produrre effetti misurabili, dai quali si possa risalire alle velocità.

Galileo individua tale processo nell'urto contro una materia cedente; gli effetti di quest'urto, le deformazioni cioè subite dall'ostacolo, saranno indice e misura della velocità al momento dell'urto. Il passo è notissimo:

Posate un grave sopra una materia cedente, lasciandovelo finché preme quanto egli può con la sua semplice gravità: è manifesto che, alzandolo un braccio o due, lasciandolo poi cadere sopra la medesima materia, farà con la percossa nuova pressione, e maggiore che la fatta prima co'l solo peso; e l'effetto sarà cagionato dal mobile cadente congiunto con la velocità guadagnata nella caduta, il quale effetto sarà più e più grande, secondo che da maggiore altezza verrà la percossa, cioè secondo che la velocità del percuziente sarà maggiore. Quanta dunque sia la velocità d'un grave cadente, lo potremo noi senza errore coniettare dalla qualità e quantità della percossa<sup>21</sup>.

<sup>21</sup> *Opere di Galilei*, VIII, pag. 199.

La velocità istantanea si misura dunque con l'effetto che il grave opera percuotendo su un ostacolo cedente. In mancanza di una definizione «algebrica», che qui richiederebbe le idee se non i metodi del calcolo infinitesimale, i rapporti tra le nuove grandezze sono dati in termini dei rapporti tra altre grandezze note, che di conseguenza vengono assunte a priori come proporzionali alle prime.

Ancora una volta siamo di fronte a un fenomeno generale. Per poter inserire delle nuove grandezze in uno schema geometrico preesistente, è necessario porre un assioma che riduca i rapporti tra queste a rapporti tra grandezze note. Così le velocità si misureranno mediante gli spazi percorsi a tempi uguali, i momenti staranno tra loro come i pesi a distanze uguali, i pesi specifici come pesi a volumi uguali. Di più, nel caso della velocità istantanea la grandezza campione che servirà per misurarla, la percossa, sembra l'unica possibile, dato che solo con l'urto processi istantanei producono effetti sensibili.

Di qui il termine «momento della velocità», che Galileo usa per indicarla. Se con lo stesso Galileo traduciamo momento con «efficacia», avremo chiaro il quadro concettuale che governa la velocità istantanea. Un movimento<sup>22</sup> si compie con una certa velocità, ma al momento dell'urto è efficace solo quella che il corpo possiede in quell'istante: la velocità istantanea misura l'efficacia della velocità in ordine all'urto.

Che poi Galileo supponesse, almeno in un primo momento, la velocità istantanea proporzionale all'altezza di caduta, è conseguenza di un meccanismo tipico dell'uso della teoria delle proporzioni: la trasformazione di una dipendenza monotona in una dipendenza lineare. In altre parole, se l'effetto della percossa cresce col crescere dell'altezza da cui il corpo cade, la supposizione più semplice, e dunque la prima, è che le due grandezze siano proporzionali. Questa ipotesi, unita con la precedente, spinge Galileo a supporre

che il grave cadente vada continuamente accrescendo la sua velocità secondo che accresce la distanza dal termine da cui si parti<sup>23</sup>,

in altre parole che la velocità sia proporzionale allo spazio percorso a partire dalla quiete.

È però chiaro che le due assunzioni da cui deriva l'ipotesi precedente, e cioè la proporzionalità tra velocità e percossa e quella tra percossa e altezza, provengono da due meccanismi diversi. La prima dipende dalla definizione stessa di velocità istantanea, la seconda è per così dire un'ipotesi dettata dalla semplicità. Una tale diversità di livello diviene evidente nel momento in cui Galileo, avendo verificato che la velocità di un grave cadente è proporzionale non allo

<sup>22</sup> Intendiamo qui un moto generico, dunque non necessariamente uniforme; anzi necessariamente non uniforme, dato che il proposito è di studiare il moto di caduta dei gravi.

<sup>23</sup> *Opere di Galilei*, VIII, p. 373.

spazio percorso ma al tempo impiegato, e dovendo di conseguenza abbandonare l'una o l'altra delle due ipotesi, non esita a sbarazzarsi di quella (giusta) della proporzionalità tra percossa e altezza di caduta, pur di mantenere quella tra percossa e velocità, errata quanto si vuole, ma necessaria per ancorare gli altrimenti evanescenti momenti della velocità alle altre grandezze macroscopiche, permettendone così una trattazione matematica.

Naturalmente, una volta stabilito l'andamento della velocità di un grave cadente, sia esso il «principio indubitabile» ma errato, della proporzionalità tra velocità e altezza di caduta, che Galileo comunicava a Paolo Sarpi alla fine del 1604<sup>24</sup>, o quello corretto di proporzionalità tra velocità e tempo, ormai acquisito meno di dieci anni dopo, occorrerà risolvere il problema dell'«integrazione» del moto, e cioè dedurre da questo principio i rapporti tra le velocità complessive e di qui le relazioni tra spazi e tempi in un movimento accelerato.

Anche in questa operazione la teoria delle proporzioni non mancherà di far sentire le sue ragioni, o piuttosto la sua forza. Infatti dove altri, operando in un universo algebrizzato, moltiplicheranno ogni velocità per un tempuscolo inassegnabile, per ricavarne infine, sommando tutti gli spazietti così ottenuti, lo spazio percorso in un tempo dato, Galileo sarà costretto a percorrere strade diverse e più tortuose, che si riveleranno infine dei vicoli ciechi.

Nella teoria delle proporzioni infatti, non è possibile moltiplicare velocità e tempi: sono i rapporti, non le grandezze, meno che mai grandezze eterogenee, che si moltiplicano tra loro. Ne consegue che Galileo sommerà non gli spazi infinitesimi percorsi dal mobile nei singoli istanti, ma bensì le velocità istantanee, i momenti delle velocità ora divenuti «gradi di velocità», componenti elementari della velocità complessiva.

In ambedue i casi giocano le stesse idee matematiche, che consentono di ridurre il calcolo di quella somma al confronto fra le aree dei triangoli che rappresentano le velocità crescenti, secondo quel metodo degli indivisibili che alcuni anni più tardi un allievo di Galileo, Bonaventura Cavalieri, svilupperà a partire dalle idee del maestro. E però, mentre per gli «algebristi» le aree dei triangoli corrispondono immediatamente agli spazi percorsi, per Galileo esse sono ottenute sommando delle velocità, e dunque rappresentano ancora una velocità, questa volta di tipo macroscopico, dalla quale si potranno poi ricavare le relazioni tra spazi e tempi, a cominciare dalla ben nota legge oraria:

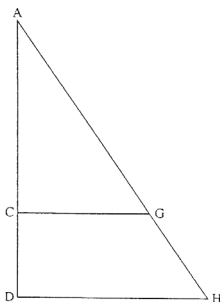
Si aliquod mobile motu uniformiter accelerato descendat ex quiete, spatia quibuscumque temporibus ab ipso peracta, sunt inter se in duplicata ratione eorundem temporum, nempe ut eorundem temporum quadrata<sup>25</sup>.

<sup>24</sup> *Opere di Galilei*, X, p. 115.

<sup>25</sup> *Opere di Galilei*, VIII, p. 209: «Se un mobile discende dalla quiete con moto uniformemente accelerato, gli spazi percorsi in tempi qualsiasi stanno tra loro nella proporzione duplicata dei

Il cammino che conduce a quest'ultima non è peraltro né piano né sicuro. Come abbiamo già rilevato, in un primo tempo, ne fa fede tra l'altro la bellissima lettera che Galileo indirizza a Paolo Sarpi il 16 ottobre 1604. Galileo assume che la velocità istantanea nel moto di caduta sia proporzionale allo spazio percorso dalla quiete:  $v = ks$ . Ora:

perché la velocità con la quale il mobile è venuto da A in D è composta di tutti i gradi di velocità auti in tutti i punti della linea AD, e la velocità con che ha passata la linea AC è composta di tutti i gradi di velocità che ha auti in tutti i punti della linea AC, adunque la velocità con che ha passata la linea AD alla velocità con che ha pas-



sata la linea AC, ha quella proporzione che hanno tutte le linee parallele tirate da tutti i punti della linea AD sino alla AH, a tutte le parallele tirate da tutti i punti della linea AC sino alla AG; e questa proporzione è quella che ha il triangolo ADH al triangolo ACG, cioè il quadrato AD al quadrato AC. Adunque la velocità con che si è passata la linea AD, alla velocità con che si è passata la linea AC, ha doppia proporzione di quella che ha DA a CA<sup>26</sup>.

Il passaggio da questa relazione a quella tra spazi e tempi richiede a questo punto una vera e propria piroetta dimostrativa:

E perché la velocità alla velocità ha contraria proporzione di quella che il tempo al tempo (imperò che il medesimo è crescere la velocità che sciemare il tempo), adunque il tempo del moto di AD al tempo del moto in AC ha subduplicata proporzione di quella che ha la distanza AD alla distanza AC. Le distanze dunque dal principio del moto sono come i quadrati dei tempi<sup>27</sup>.

Né vale a questo fine la sostituzione, che Galileo compie intorno al 1610, dell'ipotesi errata di velocità proporzionali agli spazi con quella corretta di pro-

tempi relativi, ossia come i quadrati dei tempi».

<sup>26</sup> Ivi, p. 373.

<sup>27</sup> Ivi, pp. 373-4.

porzionalità ai tempi, misurati ovviamente a partire dall'inizio del moto. Infatti, ripetendo con gli opportuni cambiamenti il ragionamento precedente si giunge a dimostrare che le velocità complessive stanno come i quadrati dei tempi; per giungere di qui alla legge oraria c'è ancora bisogno di qualche acrobazia, come troviamo ad esempio nello *Specchio ustorio* di Cavalieri:

Ma con qual proportione cresce la velocità del mobile, crescono anco li spatij decorsi dall'istesso mobile, come è ragionevole, poiché chi acquista altrettanta velocità, quanta si ritrova havere, guadagna ancora forza di trapassare altrettanto spatio, quanto faceva, e così nell'altre proportioni; adunque li spatij decorsi dal mobile, nel quale si vanno aggregando le velocità, saranno... come i quadrati de' tempi<sup>28</sup>.

In ambedue i casi, quale che sia l'ipotesi di partenza (velocità proporzionale allo spazio passato o al tempo decorso dall'inizio del moto), lo schema galileiano termina in un vicolo cieco. Da questa gabbia interpretativa Galileo non riuscirà mai ad evadere; per scardinarla sarà costretto a rinunciare a un legame organico tra le grandezze macroscopiche da una parte e le velocità istantanee dall'altra, e a fondare la propria cinematica su un risultato (il Theorema I del moto accelerato) nella cui dimostrazione, che peraltro ricalca o quanto meno ricorda tecniche medievali, gli artifici retorici hanno la meglio sui procedimenti matematici<sup>29</sup>.

La matematica classica si rivela dunque insufficiente per affrontare i problemi della cinematica del moto accelerato. Più precisamente, è lo schema concettuale, più che tecnico, della teoria delle proporzioni che mostra i suoi limiti, nella separazione tra grandezze e rapporti, e nella conseguente legge dell'omogeneità, che si rivela un ostacolo oltre il quale Galileo non riesce a progredire.

La soluzione, e con essa una sistemazione soddisfacente della cinematica del moto accelerato, verrà solo cinquant'anni più tardi, con l'invenzione del calcolo infinitesimale, una teoria che ha i suoi prerequisiti e la sua origine non nei metodi classici di esaustione, come è stato più volte affermato, ma nella geometria algebrica cartesiana. In esso, in particolare nella versione newtoniana, le velocità istantanee, che avevano costituito un problema di non poco conto per Galileo, perdono la loro complessità strutturale per essere identificate con le flussioni e assumere un carattere fondazionale. Allo stesso tempo viene meno la funzione della teoria delle proporzioni, che costituiva il linguaggio e lo strumento matematico d'elezione della meccanica galileiana.

<sup>28</sup> *Lo Specchio Ustorio, ovvero Trattato delle Settoni Coniche ed alcuni loro mirabili effetti intorno al Lume, Caldo, Freddo, Suono, e Moto ancora*. In Bologna, presso Clemente Ferroni, 1632, p. 160.

<sup>29</sup> Per una discussione più ampia di questo punto, si può vedere il mio *Aspetti matematici della cinematica galileiana*, «Boll. Storia Sci. Mat.» I (2), (1981), pp. 3-42.

CARLO MINNAJA

## La Serenissima e i docenti di matematica a Padova dopo Galileo\*

Galileo fu docente all'Università di Padova dal 1592 al 1610, e i motivi e il modo in cui egli lasciò il nostro Ateneo sono stati oggetto di molti studi. Ci occupiamo qui di cosa successe dopo, con qualche accenno a come le vicende storiche e politiche della Repubblica di Venezia abbiano avuto influenza sull'insegnamento di materie matematiche.

Alla partenza di Galileo si sviluppò una lotta alla successione, e si presentarono molti aspiranti, attratti dalla fama dello studio patavino, dal prestigio che l'ultimo occupante aveva conferito alla cattedra lasciata vacante, e, non ultimo, dal compenso ragguardevole che Galileo aveva conseguito e che alcuni speravano avrebbe potuto essere concesso anche al suo successore.

Ci si consenta qui una digressione sulle condizioni economiche e giuridiche che si prospettavano agli aspiranti alla docenza universitaria. L'assunzione da parte dell'università avveniva tramite il giudizio favorevole dei "Riformatori", corrispondenti ad un Senato Accademico attuale, che reperivano i docenti sul mercato e ne proponevano il compenso, valutando varie componenti. Solitamente veniva proposto al docente un contratto di quattro anni (la "condotta"), che poteva poi essere rinnovato; alla fine dei quattro anni, anche in mancanza di rinnovo, il docente insegnava ancora per due anni (di "rispetto") durante i quali cercava un'altra collocazione.

Ci si può chiedere se le "condotte" che i Riformatori offrivano ai professori fossero un compenso adeguato o comunque in linea con altri emolumenti. Il professore spesso aveva altri introiti, o di famiglia propria, o connessi alla professione: lezioni private, consulenze, vendita di strumenti scientifici. Inoltre la nomina a membro di un "Collegio" (ad esempio quello dei Filosofi e dei Medici) comportava degli emolumenti, che erano valutati all'atto del contratto con il docente. La Repubblica solitamente ingaggiava docenti a seconda del loro valore e a seconda di quanto la loro competenza potesse essere utilizzata nell'ambito statale, anche, e a volte soprattutto, al di fuori dell'università e dell'insegnamento. D'altra parte tutte le spese connesse all'insegnamento era-

\* Gli elementi riguardanti la successione dei docenti sono ripresi da: A. FAVARO, *I successori di Galileo nello studio di Padova fino alla caduta della Repubblica*, «Nuovo Archivio Veneto», XXXIII, 1917, pp. 96-182. In tale lavoro, nelle note, vi è sempre una rigorosa documentazione delle fonti.

no di pertinenza del docente: fare o far fare disegni, costruire modelli in legno, trasportare tavole utili alla didattica. Spesso il docente pagava un subalterno per lavori inerenti all'insegnamento.

I contratti di docenza erano a retribuzione fissa per l'intera durata quadriennale della condotta e al termine di tale contratto il compenso veniva nuovamente negoziato. L'inflazione a Venezia non era elevata, ma tuttavia non del tutto assente, per cui lo stipendio fermo per quattro anni non era una grande attrattiva<sup>1</sup>. Alla rinegoziazione gli aumenti erano solitamente tra il 20% e il 30%, in alcuni casi del 40%, a fronte di richieste del docente giustificate da sue maggiori spese o come riconoscimento dell'eccellenza dell'attività svolta. La politica della Serenissima era dunque quella di assumere a basso costo, con prospettiva di forte incremento stipendiale se il lavoro del docente era stato di soddisfazione.

Per valutare il compenso effettivo bisogna considerare quale fosse la tassazione. La gran parte delle entrate statali era costituita dai dazi; le imposte indirette erano l'80% delle entrate ordinarie complessive. Dazi sul vino, sui grani, sulle merci in transito, sugli affari, sulla produzione tessile, costituivano gli introiti principali della Repubblica.

Imposte dirette erano le «angarie» o «gravezze». Il patriziato veneziano era intrinsecamente refrattario alle imposte dirette, cosa che affonda le sue radici nella cultura della città-stato medievale.

Le due principali imposte dirette che colpivano i veneziani erano la «decima» e la «tansa». La decima prelevava un decimo dell'ammontare dei redditi dei beni immobili dichiarati; la tansa colpiva gli altri redditi accertati da una commissione di estimatori. La decima si basava sulla dichiarazione volontaria dei contribuenti, mentre la tansa costituiva una somma forfettaria decisa dai «tansadori» in base ad un'indagine fiscale. Potevano anche esserci dei prestiti forzosi, che lo stato si impegnavano a restituire. Questo sistema, usuale fino all'i-

<sup>1</sup> In realtà non si può parlare di "inflazione" nei termini in cui la consideriamo adesso, ma piuttosto di fortissime impennate e (quasi) altrettanto rapide discese dei prezzi in relazione alla guerre, al commercio, alla concorrenza di altri paesi, alle epidemie, alle carestie; gli ammortizzatori sociali erano quasi inesistenti, del pari i calmieri o la difesa del salario. Considerando il periodo 1625-1646 e ponendo uguale a 100 l'indice del 1625, il prezzo del grano balza a 160 in soli 4 anni per scendere a 70 cinque anni dopo e ancora con alti e bassi ritornare a circa 100 alla fine del ventennio osservato; nello stesso periodo, ancora con alti e bassi pur meno accentuati la produzione della lana scende da 100 a 50. Nel periodo 1672-1720, ponendo uguale a 100 l'indice iniziale, il prezzo del grano ha oscillazioni fortissime arrivando a 170 in 5 anni, scendendo a 80 in altri dieci e progredendo ad alti e bassi, che però indicano una crescita complessiva fino a 120 nel mezzo secolo osservato; nello stesso periodo la produzione di lana è in calo quasi continuo giungendo a 30, con una punta in basso di 10. Si vede pertanto come una "condotta" a retribuzione fissa per quattro anni fosse tutt'altro che appetibile, se non avesse comportato altri introiti, come partecipazione ad accademie, commissioni statali, consulenze, professione privata. Per quanto riguarda prezzi, tasse e monete a Venezia tra il XV e il XVII sec. vd. ad es. L. PEZZOLO, *Il fisco dei veneziani*, Verona, Cierre, 2003.

nizio del Cinquecento, coesisteva con l'imposta a perdere, che prendeva sempre più piede nella fiscalità statale. Lo stipendio del docente universitario era quindi soggetto soltanto alla tansa, ma, se il docente investiva in beni immobili, il reddito che da questi derivava era soggetto alla decima.

Tra il 1536 e il 1630 ci furono 107 decime, quindi più di una all'anno, e non si pagavano a scadenze fisse, bensì venivano decise quando lo Stato ne ravvisava il bisogno. Il periodo si apre con l'offensiva turca del 1537, quando l'Impero Ottomano attacca Corfù, che pure resiste bravamente, nonostante la sua forza fosse stata ritenuta debole, e quindi c'era il progetto di rinforzarla. Ci furono inasprimenti fiscali: il dazio sulla macina fu portato da quattro a dieci soldi per staio; del pari fu aumentato il dazio sui pannilana, sui cappelli, sui bozzoli dei bachi da seta. Fu incentivato il flusso di denaro dei privati tramite il deposito in zecca, che costituiva la base dei titoli di stato, e la Repubblica cominciò a vendere cariche. La carica di Procuratore di San Marco fu venduta a chi prometteva un consistente prestito: nel 1537 il Senato decretava che si eleggessero tre Procuratori «cum oblatione de danari» per 10.000 ducati come minimo. Tale somma era il reddito annuo di chi poteva ritenersi effettivamente ricco. Il salario del professore universitario di prima nomina, come vedremo, avrà dei minimi poco superiori a 100 ducati annui, con dei massimi a livello di oltre 1000 ducati; la paga di un operaio poteva oscillare tra 60 e 120 ducati. Effettivamente il docente universitario che non avesse altri redditi al di fuori del salario non poteva essere considerato ricco.

Il ducato d'oro era stato emesso nel 1284 alla parità di due lire (d'argento) e otto soldi e continuò ad essere coniato fino alla caduta della Repubblica sempre con lo stesso titolo aureo: 3,5 grammi di oro fino. Divenne quindi moneta di conto, detto *moneta corrente*, e poi *ducato di banco*, il 20% superiore a quello corrente. I veneziani si abituarono a dire “un ducato” o, equivalentemente, “un fiorino” (e poi “uno zecchino”) indipendentemente dalla moneta con cui questa somma veniva espressa. All'Università si parlava di “fiorino di studio”. Nell'area padovana la moneta dei salari e delle transazioni spicciole era la “lira di piccoli”: 1 Lira = 20 soldi = 240 piccoli. La lira d'argento si andò svalutando rispetto al ducato d'oro e, alla pace di Lodi (1454), un ducato valeva 6 lire e 4 soldi; questo cambio rimase poi stabile per due secoli, e quindi investe il periodo di cui ci occupiamo.

Chiusa la parentesi riguardante la corresponsione del salario, riprendiamo la storia della successione alla cattedra abbandonata da Galileo. Si formarono, come è facilmente immaginabile, varie fazioni a sostegno di questo o quel candidato. Galileo stesso appoggiò candidature per la propria successione, tra le quali quella di Keplero, ma questa candidatura non fu presa in seria considerazione dai Riformatori. Nel dubbio della scelta tra fautori e oppositori dei vari candidati, per il primo anno la cattedra fu tenuta vacante, e così anche per

i due anni successivi, nella speranza che Galileo tornasse, nel caso si trovasse male a Firenze. Nel frattempo si era fatto avanti Giovanni Camillo Gloriosi, che era a Venezia e che pubblicò una dimostrazione conseguente ad un problema che egli diceva essergli stato posto per saggiarne le competenze in vista di una chiamata a Padova sulla cattedra *Ad Mathematicam*. I tre Riformatori padovani sostenevano ognuno un proprio candidato, ma alla fine due di questi confluirono sul nome del Gloriosi che quindi fu chiamato, anche perché godeva dell'appoggio di Galileo.

Il Gloriosi insegnò per nove anni dal 1613 al 1622 con grande soddisfazione degli studenti, a quanto si legge in una nota anonima del 1615 inviata dagli studenti ad uno dei Riformatori. Non sappiamo quali argomenti il Gloriosi abbia insegnato quell'anno, non essendoci pervenuti i "rotoli", che esponevano l'attività didattica programmata, con i nomi dei corsi e dei relativi docenti. Ci è invece pervenuta la richiesta di aumento dell'assegno che il Gloriosi richiese dopo i sei anni di contratto (quattro di condotta e due di rispetto). Tale richiesta non fu esaudita, nonostante le promesse; essa fu ripetuta, con l'ulteriore motivazione che il docente pagava di tasca sua le spese inerenti alla fornitura e al trasporto di tavole sulle quali faceva ogni giorno dei disegni.

Il Gloriosi, stanco delle promesse non mantenute, si rivolse direttamente al Doge con una supplica; il Doge lo rinviò ai Riformatori, organismo competente in materia. I Riformatori a loro volta fecero ancora promesse, non senza aver rimproverato al Gloriosi la mossa di essersi rivolto direttamente al Doge. Il Gloriosi, dopo la triste esperienza, non voleva riprendere l'insegnamento e mantenne in vita un contenzioso anche sugli arretrati, quando la condotta gli fu riconfermata. Inoltre chiedeva la condotta a vita e uno stipendio di 1000 fiorini annui, a fronte degli 800 proposti dai Riformatori, e chiedeva anche il permesso di assentarsi per un viaggio a Napoli a rivedere parenti e amici prima di stabilirsi definitivamente a Padova. La richiesta si basava sull'alto assegno corrisposto a Galileo, precedente che interverrà poi anche altre volte. L'anno successivo il Gloriosi non volle riprendere l'insegnamento se prima non fossero state esaudite le sue richieste; rimase peraltro tra Padova e Venezia, con la motivazione che stava preparando le stampe delle sue lezioni sulle comete, ma sperando in cuor suo di avere nuovamente la condotta alle sue condizioni.

I Riformatori, evidentemente indisposti da questo atteggiamento, trovarono quindi il pretesto per liberarsi del Gloriosi, e dichiararono vacante la cattedra. Nel 1624 vi fu chiamato, con lo stipendio di 400 fiorini, Bartolomeo Sovero (Barthélemy Souvey), già allievo in Italia e docente dapprima a Torino e poi a Friburgo in Svizzera. Sovero fu anche a Venezia, dove incontrò il Gloriosi, il quale, saputo delle trattative del Sovero per la condotta a Padova, tentò di rallentarne la conclusione, a quanto pare proponendogli un quesito di matematica, a suo dire lo stesso che era stato proposto a lui per saggiarne le qualità prima dell'assunzione a Padova. Il racconto di tale episodio tuttavia appare

destituito di fondamento<sup>2</sup>. Del Sovero abbiamo notizia dell'orazione inaugurale «elegantissima ac perpolita», tenuta «summa cum audientium iucunditate». Alla sua morte nel 1629, dopo quattordici mesi di malattia (durante i quali gli fu regolarmente corrisposto lo stipendio), Sovero lascia varie opere manoscritte che saranno custodite dapprima nella Biblioteca Universitaria di Padova, e poi, a seguito di un decreto, presso la Marciana a Venezia. La sua opera più importante e feconda di spunti molto interessanti fu *Curvi ad recti proportio* in sei libri, pubblicata postuma, nella quale il Sovero «aveva posto il piede nella via che nel suo principio ha l'abbozzo del metodo dei limiti, quale si trova nelle opere di Archimede, ed al cui estremo sta il calcolo differenziale»<sup>3</sup>. Quando Bonaventura Cavalieri pubblicò la sua *Geometria indivisibilibus nova quadam ratione promota*, Guldino lo accusò di averne attinto gli elementi dal Sovero; l'accusa era infondata, ma questo dice quanto acute fossero le osservazioni del Sovero.

Quest'ultimo ebbe attività didattica anche fuori dell'università, presso l'Accademia Delia, un'accademia fondata a Padova per l'istruzione matematica dei giovani nobili destinati alla vita militare, con la quale anche Galileo aveva avuto contatti<sup>4</sup>.

Alla morte di Sovero la cattedra rimase ancora vuota per due anni, nonostante vi fossero vari aspiranti. Nel 1631 fu nuovamente offerta, con grandi dichiarazioni di gradimento, a Galileo, tramite il suo ex-allievo Francesco Duodo, che gli scrisse a nome del Procuratore Andrea Morosini, uno dei tre Riformatori. Galileo era allora impegnato, non senza difficoltà, nella stampa del *Dialogo sui massimi sistemi*; di tali difficoltà si era risaputo, e gli fu offerto un incondizionato appoggio del Morosini stesso qualora egli avesse voluto effettuare la stampa a Venezia. Non ci è pervenuta la risposta, ma Galileo evidentemente rifiutò. Fu scelto allora, nel 1632, l'abruzzese Andrea Argoli, che si era già candidato alla successione di Galileo vent'anni prima. L'Argoli si era fatto conoscere per la soluzione di problemi astronomici tramite la trigonometria in una pubblicazione ancora del 1604, che in qualche modo anticipava di dieci anni i logaritmi, e per la compilazione di una tavola delle Effemeridi. L'Argoli era in quel momento professore alla Sapienza di Roma, dove però l'astronomia veniva facilmente e pericolosamente confusa con l'astrologia, e contro gli astrologi si era scatenata una vera persecuzione; quindi una sistemazione nel territorio della Repubblica di Venezia gli fu oltremodo gradita.

Non ci sono pervenuti tutti i rotoli del periodo in cui Argoli insegnò, che furono ben venticinque anni fino alla sua morte; tuttavia da quanto ci è perve-

<sup>2</sup> Così conclude il Favaro in: A. FAVARO, op. cit., pp. 107-108.

<sup>3</sup> A. FAVARO, op. cit., p. 110.

<sup>4</sup> Su Sovero vedi: M. CECCHINI, *Vita e opere di Bartolomeo Sovero: un matematico nell'Italia del Seicento*, «Boll. St. Sc. Mat.», XXI, 1, 2001, pp. 35-139.

nuto si desume che egli insegnò gli *Elementi* di Euclide e anche astronomia e altre materie collegate: le sue dispense con titolo *Pandosion Sphaericum* trattano di astronomia, cosmografia, meteorologia con qualche accenno alla medicina. Per quanto riguardava la concezione del mondo egli era copernicano, ma non lo dichiarò mai apertamente perché timoroso di esprimere una posizione condannata dalla Chiesa Romana. Elaborò ed espose quindi una teoria sua con la Terra al centro dell'universo: attorno ad essa ruotano il Sole, la Luna, Marte, Giove e Saturno, mentre attorno al Sole ruotano Mercurio e Venere. Questo modello del sistema solare riusciva a spiegare le fasi dei pianeti interni.

L'Argoli fu gradito al governo della Serenissima, che lo nominò Cavaliere di San Marco, onorificenza mai concessa ai suoi predecessori. Ad ogni rinnovo della condotta il suo stipendio veniva aumentato di 200 fiorini annuali, arrivando a 1200 fiorini (da un'altra fonte si desumerebbe la somma di 1300), cioè ad uno stipendio superiore a quello che aveva percepito, sia pure quarant'anni prima, Galileo.

La morte dell'Argoli, avvenuta nel 1657, pose nuovamente il problema della copertura della cattedra, e tutta una serie di candidati furono presi in considerazione; tra questi Vincenzo Viviani, ultimo in ordine di tempo tra i discepoli di Galileo e da lui prediletto. Ma la questione dello stipendio vedeva sempre l'estrema determinazione dei Riformatori di corrispondere uno stipendio iniziale troppo basso se commisurato ad altre sedi. Claudio Berigardo, che insegnava a Padova filosofia e a cui il Viviani aveva chiesto informazioni sulle condizioni economiche dell'eventuale incarico, così rispose, parlando dei Riformatori: «Questi Signori stimano tanto lo Studio di Padova, che credono di dover trovare chi ci venga a sue spese». Le trattative furono interrotte, ma ripresero poco dopo con la mediazione di Cosimo Galilei, terzogenito di Vincenzo, figlio di Galileo, che era il pupillo del Viviani; il referente padovano di Cosimo era il Cardinale Gregorio Barbarigo, poi elevato alla gloria degli altari. Peraltro il Viviani non si sentiva forte dal punto di vista scientifico perché non aveva ancora pubblicato niente di significativo, mentre altri candidati contattati dai Riformatori anche all'estero avevano maggiori titoli; e comunque le sue richieste economiche erano sempre troppo alte rispetto a quanto i Riformatori proponevano, almeno nel periodo iniziale. Con la pubblicazione della sua opera *Divinatio in Apollonium de maximis et minimis*, il Viviani tornò nel novero dei candidati, sostenuto fortemente dal Cardinale Barbarigo, il quale, in una circostanziata relazione al Magistrato dei Riformatori, riferisce della situazione esistente in Italia: tra i candidati considerati degni c'era chi non aveva voglia di spostarsi, chi era già ricco di suo e studiava matematica per diletto e quindi non si sarebbe applicato. La candidatura del Viviani appariva fortemente appetibile da parte dei Riformatori, ma ancora una volta le richieste economiche del Viviani e le offerte dei Riformatori erano troppo distanti, cosicché la trattativa con l'ultimo discepolo di Galileo cessarono del tutto. Si doveva anche considerare che la Repubblica

versava in un momento economicamente non felice, e i professori spesso dovevano aspettare per mesi la corresponsione dello stipendio: si era infatti nel pieno della guerra di Candia<sup>5</sup>.

Questa guerra era iniziata nel 1645, quando sei galere dei Cavalieri di Malta avevano aggredito un galeone turco ed erano quindi riparate con la preda nei porti dell'isola di Candia, possedimento veneziano. Venezia era quindi ritenuta corresponsabile dell'aggressione e contro Candia si mosse la flotta ottomana. Non trovò la Serenissima alleati in quel frangente: con lo Stato della Chiesa era appena finita una guerra, ancorché di minor conto; la Spagna, tradizionale alleata, era stata sconfitta a Rocroi dall'esercito francese del Principe di Condé; l'Impero era incalzato da francesi e svedesi. A Candia la dominazione veneziana era mal tollerata dal popolo per una questione religiosa: Venezia favoriva la Chiesa latina, che era quella della minoranza veneziana, osteggiando quella greco-ortodossa, a cui aderiva la maggioranza della popolazione. Le fortificazioni della città di Candia parevano adatte a resistere, ma non poterono impedire uno sbarco turco sull'isola in altre zone. Nel 1657 la flotta veneziana, guidata da Lazzaro Mocenigo, aiutata da navi pontificie e dei Cavalieri di Malta, ottenne una effimera vittoria bloccando la flotta turca in uscita dello Stretto dei Dardanelli, ma la vittoria non fu sfruttata e la Repubblica si consumò ancora in un lungo tergiversare, costosissimo in uomini e denaro, mentre i turchi si riorganizzavano e riprendevano il dominio della zona orientale del Mediterraneo. Non mancarono alcune significative vittorie navali con l'aiuto dei pontifici, arrivarono rinforzi di fanteria francesi e maltesi nella città di Candia, che consentirono alcune sortite vittoriose, ma la sorte dell'isola, che non poteva più ricevere aiuti consistenti dal mare, era segnata; Venezia aveva perso nella guerra 30.000 uomini, di cui 280 patrizi, un quarto del Maggior Consiglio. Eroica fu la resistenza all'assedio da parte di Francesco Morosini e la sua resa nell'agosto 1669 fu onorevole, ma segnò la fine del dominio di Venezia nella zona orientale del Mediterraneo.

Anche se gli eventi nello «stato da Mar» non erano fisicamente sentiti nella Serenissima di terraferma, le finanze ne erano fortemente condizionate, e ciò spiega le offerte così basse fatte dai Riformatori per assumere professori. Finalmente nel 1661 fu concluso l'accordo con Andrea Moretti da Brescia, che venne per soli 300 fiorini, forse anche perché aveva altri incarichi dallo Stato. Tuttavia questi morì l'anno successivo senza aver tenuto lezioni e senza aver percepito nessun emolumento. Ancora al ribasso fu assunto nel 1663 il successore, il frate veneziano P. Stefano degli Angeli, che venne per soli 260 fiorini di primo stipendio. Le lezioni di Stefano degli Angeli, discepolo di Bonaventura

<sup>5</sup> Per le vicende della Repubblica di Venezia in questo periodo vd. ad es.: G. COZZI, M. KNAPTON, G. SCARABELLO, *La Repubblica di Venezia nell'età moderna*, Milano, UTET, 1995.

Cavalieri e suo confratello nell'ordine dei Gesuati<sup>6</sup>, riguardarono gli *Elementi* di Euclide (i primi sei libri) nonché l'astronomia (sfera celeste rappresentata dalla sfera armillare: se ne ha documentazione da una pagina che riporta il programma del corso). Probabilmente durante il periodo di insegnamento del P. Angeli si ebbe il distacco della cattedra di astronomia da quella di matematica; lo stipendio progredì sistematicamente ad ogni rinnovo della condotta, fino ad arrivare, dopo trent'anni di servizio, nel 1693, a 1100 fiorini. Le finanze della Serenissima erano leggermente migliorate con la conquista della Morea nel 1690 da parte del doge Francesco Morosini, l'eroe di Candia; i turchi erano in ritirata su tutta la penisola balcanica, pressati da ungheresi e imperiali; ma altri stati si erano rafforzati assai più di Venezia, che quindi doveva affrontare altri temibili concorrenti anche in terraferma. La sua egemonia era adesso posta in forse dall'ascesa del ducato di Savoia, dove Vittorio Amedeo II, abilmente destreggiatosi tra il Re Sole, l'Impero e la Spagna, diventava un concorrente temibile sulla penisola italiana. In particolare la pace di Karlowitz nel 1699 manteneva a Venezia il possesso della Morea, ma ne minava le ambizioni sulle isole poste a protezione. L'impero d'Austria allungava la sua ombra su territori a oriente, ai quali una volta anche la Serenissima ambiva.

Il P. Angeli morì nel 1697. Nelle vicende che seguirono per la ricerca di un suo degno successore si inserisce una pagina interessante e ben documentata su come venivano assegnate le cattedre e sull'influenza che ebbe Leibniz sull'assegnazione della cattedra di matematica a Padova<sup>7</sup>. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) era un diplomatico e storico del duca di Brunswick, già famoso per le sue scoperte sul calcolo differenziale e per le sue manovre che porteranno in seguito la dinastia di Hannover alla corona d'Inghilterra. Era venuto in Italia in un viaggio durato un anno dal marzo 1689 al marzo successivo; partito da Vienna l'8 febbraio 1689, era passato per la Stiria e la Carinzia e poi per le miniere di Idria in Istria e quindi per Trieste. A Venezia restò quasi un mese, quindi una settimana a Ferrara, due giorni a Bologna, due a Loreto e quindi a Roma, dove rimase da metà aprile a fine novembre 1689, con una

<sup>6</sup> L'ordine religioso dei Chierici di S. Gerolamo, fondato dal beato Giovanni Colombini nel 1360, aveva scopi prevalentemente assistenziali; fu soppresso nel 1668 da Clemente IX. L'ordine delle monache sopravvisse fino al 1872.

<sup>7</sup> La pubblicistica sulle relazioni di Leibniz con i matematici italiani è piuttosto ricca. Le notizie che seguono sono tratte da più fonti. Un ampio compendio generale è A. ROBINET, *L'empire leibnizien*, Trieste, LINT, 1991; un volume specifico sul viaggio di Leibniz in Italia è A. ROBINET, *G.W. Leibniz - Itinerario italiano*, Firenze, Olschki, 1987; la sua brevissima permanenza a Padova è trattata dettagliatamente in A. ROBINET, *L'excursion de G.W. Leibniz à Padoue - Este - Carceri - Monselice (6-11 mars 1690)*, Atti e Memorie dell'Acc. Patavina di Scienze, Lettere ed Arti, XCIX (1986-1987), Parte III, pp. 21-37. Un bel lavoro sull'ambiente matematico del tempo è L. PEPE, *Il calcolo infinitesimale in Italia agli inizi del secolo XVIII*, «Boll. Storia delle Sc. Mat.», I/2 (1981), pp. 43-101, dal quale sono tratte le notizie riguardanti Hermann e i matematici veneziani.

visita di una settimana a Napoli. Il viaggio era concepito per visitare monumenti e biblioteche, allo scopo di scrivere la genealogia e la storia della famiglia Hannover. Da Roma ritornò per Firenze (sosta di un mese), quindi ancora a Bologna con visita a Modena, quindi Reggio, Parma, Brescello, nuovamente Ferrara, Badia Polesine, e di nuovo a Venezia. Di qui fece un viaggio di una settimana a Padova con una puntata ad Este, a Monselice e al Monastero di Santa Maria delle Carceri, e poi tornò definitivamente in patria passando per Trento ed Innsbruck. Durante il suo viaggio studia e glossa a margine il *Philosophiae naturalis principia mathematica* di Newton, rivelandosi così non un rivale ma un attento lettore del grande inglese<sup>8</sup>.

Il viaggio di Leibniz in Italia lo mette in contatto con personalità della cultura, tra cui alcuni matematici che saranno importanti per l'università di Padova. A Roma frequenta l'Accademia Fisicomatematica e cerca di convincere il nuovo papa Alessandro VIII, uomo di lettere, a togliere la condanna agli scritti di Copernico e di Galileo. Si parla di Leibniz come di un possibile bibliotecario della Biblioteca Vaticana, ma vi si oppone il fatto che non è cattolico. Dei suoi movimenti si hanno notizie dettagliate perché scrive molte lettere in francese e in latino, alle quali gli italiani rispondono rigorosamente in italiano, e parlano di lui come del S<sup>r</sup> Leibnitzio. A Firenze conosce Viviani, con cui avrà due anni dopo una sfida su un problema di una superficie nello spazio, e si occupa delle qualità della radice del ginseng contro la gotta. A Bologna stringe amicizia con Domenico Guglielmini<sup>9</sup>, che verrà poi professore a Padova; a Ferrara conosce Ramazzini che verrà a Padova anche lui nel 1700 alla cattedra di medicina pratica e che, insieme al Guglielmini e al p. Michel-Angelo Fardella, scienziato siciliano titolare di astronomia (che subirà un processo perché aderente al protestantesimo), costituirà un tridente per la conquista della cattedra padovana di matematica.

Nella sua settimana a Padova e dintorni, l'11 marzo 1690 Leibniz conosce Stefano degli Angeli, che gli dona «multa praeclara opera sua» e, quando Angeli muore, Leibniz è interessato a collaborare alla scelta di chi gli succederà. All'inizio i Riformatori tennero la cattedra vacante, alla ricerca di un matematico di altissimo livello. Lo trovarono, sottraendolo all'ateneo bolognese, nella persona del Guglielmini. In lui si coniugavano competenze diverse, tutte utili alla Serenissima: già a Bologna ricopriva la cattedra di idraulica, e la sua opera *Della natura dei fiumi* rimarrà un classico di idraulica fluviale fin quasi ai giorni nostri. Si occuperà anche di cristallografia, precorrendo la teoria di Haüy

<sup>8</sup> Vedi l'edizione critica di queste note a margine e della scoperta che sono autografe di Leibniz in E. A. FELLMANN, *Marginalia in Newtoni principia mathematica*, Paris, Vrin, 1973.

<sup>9</sup> Da non confondersi con l'abate Giovanni Battista Guglielmini (1763-1817), anch'egli docente nell'ateneo bolognese, celebre per le sue esperienze sulla caduta dei gravi, con le quali studiò alcuni effetti provocati dalla rotazione terrestre.

sulla cristallizzazione dei sali<sup>10</sup>. I Riformatori pensarono che un tale personaggio sarebbe stato non soltanto un ottimo docente di matematica, ma anche un ottimo consulente per il Magistrato alle Acque. L'emolumento iniziale fu di 1000 fiorini annui, somma mai percepita precedentemente da nessun docente in prima condotta. Il Guglielmini insegnò matematica soltanto quattro anni, trattando gli *Elementi*, l'*Ottica* dello stesso Euclide e quindi l'*Almagesto* di Tolomeo; ma la sua competenza e fama come medico gli valsero il trasferimento sulla cattedra di Medicina teorica ordinaria nel 1702 (secondo altre fonti nel 1700). In realtà il Guglielmini cercò subito di sbarazzarsi della cattedra di matematica per passare a quella di medicina, molto più lucrosa.

Quindi i Riformatori andarono nuovamente alla ricerca di un matematico di alto livello. Nel 1704 Leibniz ha notizia della vacanza della cattedra e propone Jacopo Hermann, uno svizzero ancora giovane che però aveva già al suo attivo una notevole produzione scientifica. Il suo *Phoronomia*, un'opera che riguarda le forze e i moti dei solidi e dei fluidi, verrà lodato da Leibniz. Lo Hermann fu conteso all'università di Utrecht, che pure lo avrebbe voluto. Lo stipendio iniziale fu di seicento fiorini; la condotta durò soltanto cinque anni, nei quali, oltre agli *Elementi*, furono impartiti corsi di meccanica, idraulica, ottica e astronomia terrestre. Hermann fu preferito ad altri candidati italiani, che pure godevano favori nella Serenissima rispetto a chi venisse d'oltralpe: Ercole Corazzi, Guido Grandi, Giuseppe Maria Stampa, Bartolomeo Intieri. Inizia qui una contrapposizione anche di tipo nazionale che avrà la sua importanza quando la cattedra rimarrà di nuovo vacante. Hermann si installa dunque a Padova nel 1707 e vi insegnerà fino al 1712. A Padova è il punto di riferimento per chi vuole studiare il calcolo differenziale e integrale. La sua opera principale, *Phoronomia*, viene pubblicata, con dedica a Leibniz; nel 1716, e raccoglie dichiaratamente gran parte degli argomenti esposti nelle lezioni padovane: dinamica e statica dei corpi rigidi, equilibrio dei corpi elastici, moto dei corpi sotto l'azione di forze centrali, teoria degli urti, equilibrio dei liquidi sottoposti alla gravità, moto dei fluidi in mezzi resistenti e ancora studi sul suono, sulla vibrazione delle molecole e sul calore. Largo è l'uso del calcolo differenziale ed integrale. Di quest'opera Leibniz, negli *Acta Eruditorum*, dice: *Paucos habemus libros in quibus tantum reconditæ Matheseos contineatur*.

Con la primavera del 1711 Hermann dichiara di voler andare via da Padova. In agosto Leibniz presenta fortemente la candidatura di un altro giovane svizzero, Nicola Bernoulli (1687-1759), nipote ed allievo del più famoso zio Giacomo, e a suo favore si muove «l'artiglieria pesante»<sup>11</sup> dell'accademia parigina con Pierre Varignon. Nel dicembre 1712 Hermann va all'università di Franco-

<sup>10</sup> La sua opera *De salibus dissertatio epistolaris* è del 1705.

<sup>11</sup> Tale termine è usato in A. ROBINET, *L'empire leibnizien*, cit.

forte sull'Oder, forse perché attratto da uno stipendio migliore o forse perché, essendo protestante, non si trovava bene in uno stato cattolico<sup>12</sup>. Si apre quindi nuovamente la vacanza della cattedra di matematica. Ci sono due candidature italiane: ancora Ercole Corazzi e il trentenne Giovanni Poleni, ma la cattedra viene tenuta vacante e nel 1714 viene sondata l'ipotesi che venga Giovanni Bernoulli, zio di Nicola, il quale però fa sapere che vuole «almeno 1500 filippi»<sup>13</sup>. Nel 1715 il conte Schulenburg, vecchio amico di Leibniz, diventa comandante in capo delle truppe terrestri veneziane e Leibniz chiede i suoi buoni uffici a sostegno della candidatura di Nicola Bernoulli. Ma Schulenburg deve accorrere alla difesa di Corfù assalita dai turchi e non può seguire la questione. Finalmente viene proposto formalmente Nicola Bernoulli allo stesso stipendio che aveva percepito Hermann; viene accettato ed insegnerà dal 1716 al 1719. Andrà poi a Basilea dove morirà nel 1739.

Nella genealogia dei Bernoulli il capostipite nel periodo di cui ci occupiamo fu Nicola, che ebbe i tre figli Giacomo, Nicola (anche lui) e Giovanni. Il figlio del secondogenito Nicola ebbe anche lui nome Nicola e fu detto Nicola I, per distinguerlo dal cugino omonimo, figlio di Giovanni, che fu detto Nicola II. Fu dunque Nicola I il Bernoulli che venne a Padova. Il suo insegnamento trattò gli Elementi, la trigonometria piana e sferica e l'ottica. Mentre era professore a Padova Nicola Bernoulli entrò in polemica con Jacopo Riccati (1676-1754). Questi era un nobile di Castelfranco Veneto, laureatosi a Padova e allievo di Stefano degli Angeli; si dedicò principalmente alle equazioni differenziali, delle quali una in particolare porta il suo nome. La polemica riguardò il fatto che Riccati aveva espresso critiche su alcune osservazioni fatte da Giovanni Bernoulli su un lavoro di Hermann sul problema inverso delle forze centrali; Hermann stesso accolse le osservazioni, ma le criticò invece Riccati, presentando un proprio metodo di soluzione delle equazioni che vi comparivano tramite separazione delle variabili. Nicola Bernoulli intervenne in appoggio alla zio Giovanni, e a lui replicò ancora Riccati; la polemica continuò ancora per qualche tempo, portando proficuamente ad uno studio più profondo di certe equazioni differenziali<sup>14</sup>.

Ma dopo soli tre anni, quando ancora non era terminata la condotta, Nico-

<sup>12</sup> Hermann insegnò poi a Francoforte (1713-1724), a Pietroburgo (1724-1731) e quindi a Basilea, dove morì nel 1733.

<sup>13</sup> Nome di monete varie, coniate in Lombardia e nel Regno di Napoli; probabilmente nella fonte storica usato come sinonimo di fiorino. Evidentemente si tratta di una somma ritenuta eccessiva dal governo della Serenissima, almeno come paga della prima condotta.

<sup>14</sup> I matematici che insegnarono a Padova furono in quel tempo fortemente in contatto con l'ambiente matematico che si era costituito a Venezia con Riccati, Antonio Conti, Scipione Maffei e Bernardino Zendrini; a Venezia visse per un certo tempo anche Nicola II Bernoulli (cugino del Nicola che insegnò a Padova), nonché suo fratello minore Daniele, che proprio a Venezia pubblicò la sua prima raccolta di scritti matematici.

la Bernoulli chiese di poter tornare a casa, adducendo motivi di famiglia e di salute. Dopo un primo diniego, ottenne licenza di non onorare il contratto quadriennale, il che costrinse i Riformatori a cercare ancora una volta un professore di sicura competenza. La vacanza per due anni della cattedra di matematica si inquadra nella riforma che in quegli anni andava prendendo piede e di cui si era occupato anche il Guglielmini. Le materie di base, come la matematica e la filosofia, si stavano evolvendo ed espandendo, e quindi erano necessari docenti con competenze specifiche. Il marchese Scipione Maffei, a voce nel 1713 e per iscritto nel 1715, proponeva di istituire cattedre differenziate: una di chimica, una di fisica staccata da quella *Ad philosophiam*, e soprattutto più di una per la matematica: «Il decoro d'una tanta Università esige certamente una lettura della Matematica, per così dire, speculativa, acciocché non vi si rimanga all'oscuro della Geometria interiore e degli ammirabili moderni ritrovamenti per abbreviare le strade col mezzo dell'Analisi e del famoso Calcolo differenziale. Ma ce ne vogliono ancora due altre per andarvi esponendo a vicenda la Geografia, la Nautica, l'Architettura, la Fortificazione, la Meccanica, la Prospettiva». Abbiamo qui una richiesta di matematica pura staccata dalle applicazioni. Nella stessa nota il Maffei caldeggia la costruzione di un osservatorio astronomico che certamente darebbe lustro all'università. Naturalmente l'istituzione di nuove cattedre avrebbe comportato la cessazione di alcune vecchie per rientrare nei limiti del bilancio.

La situazione finanziaria di Venezia era tuttavia migliore di quella di una trentina d'anni prima. La Serenissima aveva scelto una posizione di neutralità nella guerra di successione spagnola che nei primi quindici anni del Settecento insanguinò l'Europa e il Mediterraneo, dalle Fiandre a Maiorca e dalla Russia alla Sardegna, nonché nei possedimenti coloniali d'America e India. Certamente le sue province di terra dovettero subire il passaggio di milizie francesi e austriache e i suoi cittadini di quei territori vanamente richiesero risarcimenti per i danni subiti. Venezia fu attiva nella pacificazione, che si perfezionò con i trattati di Utrecht nel 1713 e Rastadt nel 1714. Come conseguenza si ebbe l'ascesa della potenza austriaca a scapito di quella francese e spagnola, potenza che dilagò in Italia stringendo Venezia da nord, da ovest e da sud. L'anno successivo, adducendo come pretesto il sostegno dato dai veneziani alla resistenza antiturca nel Montenegro, l'Impero Ottomano attaccò Venezia e nell'arco di cento giorni conquistò la Morea e le isole e piazzeforti vicine. La Repubblica tentò un avvicinamento all'Austria, anch'essa interessata ad un contenimento della rinascita della potenza turca: sul mare vi furono scontri di esito incerto, ma in terra le armate imperiali comandate da Eugenio di Savoia conseguirono nella penisola balcanica alcune vittorie significative che posero fine alla guerra. Con il trattato di Passarowitz (1718) l'impero ottomano cessava di essere un pericolo per l'occidente, ma a sua volta Venezia aveva perduto la sua egemonia anche sulla costa orientale dell'Adriatico. L'accordo garantiva il libero traffi-



Statua di Giovanni Poleni, unica tra tutte le statue del Prato della Valle di cui è autore Antonio Canova, eretta nel 1781 per commissione del patrizio veneto Leonardo Venier.

co nel Mediterraneo, era stato salvaguardato il bene supremo della pace e la Repubblica aveva effettuato una ritirata che le consentiva di non spendere più enormi somme per difendere piazzeforti diventate ormai di scarsa importanza strategica. Si chiudeva così un lungo periodo di guerra contro i turchi, durato secoli a fasi alterne; fino alla caduta della Repubblica non ci saranno più, almeno a livello dichiarato, guerre tra Venezia e l'Impero Ottomano.

L'Università di Padova poté quindi nel primo quarto del XVIII secolo riprendere la sua ristrutturazione senza una costosa guerra in atto. Le proposte del Maffei non furono messe subito in pratica; tuttavia la matematica aveva acquisito una tale importanza che il corso non poteva tacere. Come questa materia fu impoverita quando il Guglielmini venne spostato sulla cattedra di Medicina, così questa volta i Riformatori, nel 1719, spostarono sulla cattedra di matematica un illustrissimo professore di filosofia, il Marchese Giovanni Poleni. Il Poleni era entrato nell'università come professore di astronomia ed era stato poi spostato sull'insegnamento di filosofia; ma era apprezzato soprattutto

come esperto di idraulica, e questa possibilità di giovare della sua competenza da parte del Magistrato alle Acque indusse i Riformatori a collocarlo sulla cattedra di matematica. Poleni era un eclettico: membro dell'Accademia delle Scienze di Parigi e di altre accademie, fu chiamato a Roma per dare il suo parere sulla stabilità della cupola di S. Pietro; si occupò di fisica e di archeologia. Tra gli argomenti dei suoi corsi notiamo nel 1737 la ripresa dell'Architettura Militare, già insegnata da Galileo nel suo primo anno di docenza a Padova e poi non più trattata dalla cattedra di matematica. Dai rotoli risulta che Poleni insegnò nel suo primo periodo dal 1719 al 1739 quasi ogni anno una materia diversa, alternando gli *Elementi* di Euclide alle sezioni coniche, all'ottica, alla trigonometria, alla meccanica e al moto degli animali.

Con il 1739 il Senato gli affida anche il neoistituito insegnamento di Filosofia sperimentale, per cui la cattedra si chiamerà *Ad Mathesim et ad Philosophiam experimentalem*. In tale nuova funzione il Poleni insegna la «filosofia sperimentale» come appendice al corso, nell'ultimo giorno della settimana, come fosse un laboratorio. Dai rotoli del 1740-41 e 1741-42 si desume che si tratti di laboratorio di fisica. Nei vari anni egli insegnò anche nautica, idrografia e architettura civile, la quale compare per la prima volta nel rotolo dell'anno accademico 1755-56, insieme all'architettura militare.

I Riformatori aumentarono sistematicamente lo stipendio del Poleni ad ogni conferma («ricondotta») dietro la motivazione di piena soddisfazione per i risultati scientifici e per la dedizione allo stato. Dai seicento fiorini del 1719 si arriva agli ottocento del 1727 e ai mille del 1733. Giovanni Poleni si rivelò un'ottima scelta sotto tutti i punti di vista. Coltissimo in varie materie, fu astronomo e ingegnere, oltre che esperto di architettura antica. Nella sua orazione inaugurale del 1716 espone quanto sia utile la fisica alla matematica, sia a quella pura che a quella applicata (che allora veniva chiamata «mista»). Anche l'epistolario del Poleni raccoglie numerose tematiche di calcolo infinitesimale, di equazioni differenziali, di geometria (studio della curva trattrice), di astronomia (eclissi solare e lunare osservate a Padova).

Nel frattempo i Riformatori decidono di istituire una nuova cattedra di teoria nautica ed architettura navale, in aggiunta alla pratica di marina, che già si insegnava nella Privata Scuola Nautica di Venezia. Ciò va messo in relazione con le sorti della Repubblica. La guerra di Candia aveva richiesto la costruzione, in 25 anni, di 149 galee sottili, per non parlare dei legni più grossi. Tuttavia nel XVIII secolo la marineria veneziana, pur incrementando l'efficienza della sua produzione (lo stesso numero di addetti produceva un maggior numero di vascelli e maggiore quantità di materiale di equipaggiamento) non era più in grado di competere con l'offerta straniera: vascelli inglesi e olandesi erano più veloci e maneggevoli, tanto da diventare più vantaggiosi rispetto a quelli veneziani. La crisi del settore armatoriale divenne sensibile, e il Senato cercò di porvi rimedio. Tale crisi segnò l'inizio della decadenza della Repubblica, che visse

gli ultimi sprazzi di gloria, peraltro oltremodo modesta, nella seconda metà del Settecento. In quel tempo le grandi guerre di successione erano ormai terminate: come abbiamo visto, il trattato di Carlowitz (1699) aveva segnato la conquista veneziana della Morea, che però fu perduta nel 1715, e il trattato di Passarowitz (1718) aveva posto fine alla guerra condotta da Austria e Venezia contro i turchi. Si era però andata sviluppando fortemente la «guerra di corsa», nella quale i pirati e i barbareschi delle coste settentrionali dell’Africa assalivano i legni delle potenze marinare del Mediterraneo. Venezia rispose a questo nuovo tipo di guerra con la politica dei “convogli”: le navi da trasporto si muovevano in lunghe file, scortate da navi da guerra. Il Senato fu combattuto tra due linee: quella della difesa delle navi e quella dell’attacco con navi leggere alle basi barbaresche in Tripolitania, Tunisia, Algeria e il sultanato del Marocco. Le reggenze barbaresche erano formalmente dipendenti dall’Impero Ottomano, con il quale Venezia era definitivamente in pace, ma di fatto completamente autonome per quanto riguardava le azioni di preda. Il governo turco, a cui i veneziani cercarono spesso di ricordare gli accordi che garantivano il libero commercio nel Mediterraneo, non riusciva a trattenere i barbareschi, per i quali la guerra di corsa, praticata con vascelli agili, come gli sciabecchi, costituiva una parte importante della povera economia rivierasca, basata sul commercio. Si impose quindi la costruzione di navi adeguate a questa nuova situazione. La Serenissima stipulò vari contratti con i singoli “cantoni” barbareschi nella prima metà degli anni Sessanta del Settecento, che dovevano sancire la sicurezza della navigazione dei vascelli di sudditi veneti, il divieto di commercio di schiavi veneti, con alcune clausole di restituzione reciproca degli schiavi fuggiaschi. In realtà questi accordi erano favorevoli più a Venezia che ai barbareschi, per cui questi ultimi non avevano convenienza a rispettarli, e si verificarono ben presto singoli episodi di rottura. Venezia rispose con la costruzione di navi snelle e con il bombardamento delle basi nordafricane; in particolare il comandante Angelo Emo aveva richiesto 10.000 soldati per uno sbarco a Tunisi, ma il Governo preferì non farsi coinvolgere in una guerra di grossa portata. Modeste furono le invenzioni tattiche, come quella dei “galleggianti”, zattere sulle quali erano montati cannoni che bombardavano a filo d’acqua i fortini costieri. Tali azioni, di modesto risultato pratico, servirono tuttavia a fini interni, per dare ancora una volta l’impressione della potenza della mariniera bellica veneziana; vi furono iniziative celebrative con monumenti e celebrazioni che incrementarono il mito della potenza veneziana.

C’era dunque bisogno di navi di nuovo tipo, e in relazione a questa necessità nel 1745 i Riformatori istituirono la nuova cattedra *Ad Scientiae Nauticae Theoriam*. A ricoprirla fu chiamato il conte Giovanni Rinaldi Carli da Capodistria. Lo stipendio era soltanto di trecento fiorini, ma ad esso si aggiungevano gli emolumenti provenienti dall’essere diventato membro del Collegio dei Filosofi e dei Medici. Il Rinaldi Carli scrisse di nautica e di idrografia, dei venti e

delle maree; scrisse sull'approdo nei porti, e disegnò delle carte marine; al suo insegnamento fu poi aggiunta la geografia, precedentemente congiunta all'insegnamento di astronomia e meteore. Ma quella cattedra ebbe breve durata, perché dopo la condotta dei quattro anni, nel 1749, il Carli si dimise; l'insegnamento andò vacante per un anno e poi la cattedra fu soppressa, e gli argomenti trattati non furono di nuovo ripartiti in altri corsi. La scienza nautica tornava all'interno del corso di matematica tenuto da Poleni, mentre la geografia tornava all'interno del corso di astronomia e meteore. La cattedra del Poleni si denominò dunque *Ad Mathesim, Nauticae Theoriam et experimentalem Philosophiam* e il suo stipendio fu elevato a 1800 fiorini. Poleni aveva già raggiunto i settantatré anni, eppure si dedicò con passione al nuovo insegnamento, dato che la sua primitiva competenza specifica era proprio in architettura nautica e con lavori su quegli argomenti egli aveva vinto i premi all'Accademia di Parigi. Nei rotoli degli anni dal 1755-56 al 1761-62 compaiono quasi soltanto argomenti di architettura navale; solo nell'ultimo anno compaiono anche le sezioni coniche.

Ma questo ultimo anno il Poleni non iniziò neppure le lezioni perché morì nel novembre 1761, a settantotto anni, dopo ben 53 anni di servizio presso il nostro ateneo. Gli fu eretta una statua in Prato della Valle, opera del Canova; la sua biblioteca, custodita presso i frati di Santa Giustina, fu poi raziata quando, su ordine di Napoleone, il Monge fece una lista di quali opere di pregio italiane portare in Francia. Non ci rimane il suo carteggio scientifico, che doveva essere copiosissimo e di grande importanza, avendo egli corrisposto con i più famosi scienziati del suo tempo, tra i quali Newton, Leibniz, Bernoulli, Hermann, Casini, Gravesande.

La cattedra di matematica si era andata sempre più allontanando dalla teoria per sviluppare temi pratici, quasi con intenti professionali; si andava quindi perdendo un po' il carattere prettamente scientifico che è poi la base di qualsiasi sviluppo applicativo. Il Senato si rese conto di questo indirizzo, e nel 1741 decise di istituire una *Schola Analyseos*; tuttavia una reale diversificazione di argomenti e di taglio di insegnamenti si ebbe soltanto dieci anni dopo quando nel 1751 fu chiamato il Conte Gerolamo Rinaldi, con stipendio di duecentocinquanta fiorini portati a quattrocento nel 1757. Questi insegnò non soltanto i classici *Elementi*, bensì anche altre opere della matematica antica di Archimede, Pappo e Proclo; tra i moderni furono studiate opere di Newton, Huygens, de l'Hôpital e dei Bernoulli. Rinaldi si propone tre scopi con il suo insegnamento: contribuire alla cultura generale, fornire gli elementi per venire in aiuto alla filosofia sperimentale ed estendere le applicazioni anche all'agrimensura, all'architettura civile e militare e ad altre discipline. Ancora una volta quindi, pur essendo la cattedra esplicitamente dichiarata come Scuola di Analisi, la applicazioni sono viste come essenziali al corso.

Il Rinaldi insegnò geometria e analisi e poi *Elementi della Geometria e dell'Algebra*; con il suo collocamento a riposo (giubilazione) nel 1769 gli succedette P.

Giovanni Marinelli, servitore fedele della Repubblica fino alla caduta nel 1797. Nel frattempo si erano diversificate le cattedre, e dal 1764 una di esse, *Ad Mathesim et Nauticam Theoriam*, fu affidata a Simone Stratico, veneto ma oriundo cretese. Anche lo Stratico era collocato su altra cattedra, quella di Istituzioni Mediche, nome in cui era stata tramutata la cattedra di Medicina teorica straordinaria, alla quale lo Stratico era stato chiamato fin dal 1757. I rotoli dei vari anni riportano i cambiamenti dei nomi delle cattedre e i disaccoppiamenti o riaccorpamenti di argomenti in seno ad uno o ad altro insegnamento. Notiamo comunque che fundamentalmente si delineano due direzioni: l'analisi pura («per essere questa la chiave delle matematiche miste») e la geometria da una parte, la matematica applicata dall'altra; matematica applicata fundamentalmente alla nautica e alle costruzioni navali, con la statica, l'idrostatica e l'idraulica. Anche la meccanica è vista come meccanica dei corpi non rigidi, bensì degli animali, e una meccanica dei venti.

Stratico emetteva di anno in anno programmi molto particolareggiati, e il suo insegnamento fu tenuto sempre in gran pregio dal Governo, che gli affidò missioni importanti.

L'architettura civile ebbe anche una cattedra a sé, nata quando nell'aprile del 1769 i capi delle arti dei Tagliapietra, Marangoni ( falegnami) e Muratori chiesero che venisse istituito un insegnamento di principi di Architettura<sup>15</sup>. Dopo una lunga consultazione, nel 1771 fu chiamato il pubblico architetto Domenico Cerato per esaudire tale richiesta. Da alcune frasi della "Terminazione" con cui veniva assegnata l'incombenza al Cerato si desume che egli assumesse l'incarico a titolo gratuito. In questa occasione fu istituito un premio di medaglia d'oro del valore di quattro zecchini per i disegni di qualche modello particolarmente importante.

Gli allievi venivano reclutati tra le tre classi di artigiani dette, alle quali si aggiunsero poi i fabbri e i periti agrimensori. Tra gli argomenti principali dell'insegnamento proposti dal Cerato ci furono le costruzioni di modelli in legno di fabbricati, dai più piccoli ai più grandi, ivi compresi i calcoli dei costi e i sistemi di elevazione e trasporto di carichi molto pesanti. L'insegnamento quindi non era soltanto un'esercitazione pratica per artigiani, bensì un intero corso. L'attribuzione del premio con medaglia indica l'importanza che il Governo an-

<sup>15</sup> Per avere un'idea dell'importanza numerica di queste corporazioni segnaliamo alcuni dati riguardanti la forza lavoro in attività presso l'Arsenale durante il secolo XVII. Nel 1591 gli operai divisi in «marangoni», «calafati» e «remeri» erano rispettivamente 200, 450, 100. Dati del 1630, anno della terribile peste, riportano per i marangoni: 217 maestri e 165 garzoni; per i calafati: 277 maestri e 121 garzoni; per i remeri: 56 maestri e 20 garzoni. Alla fine del secolo, nel 1696, abbiamo la seguente ripartizione tra maestri e garzoni: 424 + 240 marangoni; 500 + 220 calafati; 64 + 22 remeri. Fonte: R. DAVIS, *Shipbuilders of the Venetian Arsenal*, così come riportata in L. PEZZOLO, *op. cit.*, p. 181.

netteva alla formazione di questi operai; il giudizio finale sull'assegnazione dei premi spettava a Stratico. Tra i temi per questi concorsi vi furono rilievi di fabbricati e terreni, come la nuova Specola, la Libreria di Santa Giustina, la Loggia del Falconetto, il nuovo Spedale per gli infermi, o la facciata di una chiesa o un palazzo pubblico. Il Cerato si associò nell'insegnamento l'allievo Daniele Danielelli, vincitore di una di queste medaglie, al quale fu poi affidato l'insegnamento alla morte del Cerato. Il Danielelli sarà poi licenziato negli ultimi bagliori della Repubblica in quanto troppo attaccato al vecchio regime, quando nell'estate del 1797 al potere del Doge subentrò il governo democratico.

FRANCESCO BALDASSARRI

(con note biografiche di BENEDETTO SCIMEMI)

## **L'evoluzione della matematica a Padova dal 1800 alla stagione d'oro**

Alla fine del diciottesimo secolo l'università di Padova, ad eccezione della scuola di medicina di G.B. Morgagni, conosce un periodo di decadenza e di provincialismo. La perdita d'indipendenza della Serenissima, le guerre napoleoniche, le dominazioni alternativamente austriaca e francese, la diminuzione della rilevanza commerciale di Venezia, ne sono le cause principali. L'ambiente matematico segue questa situazione generale. La Matematica è spesso insegnata da "cultori della materia", spesso dei religiosi, che sono in realtà solo degli uomini colti ma privi di preparazione scientifica, e tantomeno matematica, specifica. Perché dedicare attenzione a questo periodo minore? Speriamo di convincere il lettore che molto abbiamo da imparare anche dalla considerazione dei momenti più difficili della nostra storia.

Vogliamo in primo luogo dimostrare come professori che non sono passati alla storia per straordinari contributi scientifici, siano tuttavia stati uomini intelligenti, studiosi di valore, maestri rispettati, e come in un modo o nell'altro il seme della scienza sia stato da essi custodito e tramandato. È importante prendere coscienza di un passato rispetto al quale ci crediamo tanto lontani e talora superiori, mentre del passato molto presto noi stessi verremo a fare parte e delle tracce della nostra attività qualcun altro si farà un giorno giudice. Mi piace ricordare con affetto questi nostri predecessori, ai quali dobbiamo in un certo senso la stessa sopravvivenza della nostra istituzione universitaria.

Da questo ripensamento del passato, si può forse trarre insegnamento per il presente. È sempre più sentita infatti la necessità di valutare con obiettività quale sia il valore intrinseco del nostro lavoro di oggi e quale sia la nostra presente collocazione come dipartimento di matematica nel mondo della cultura contemporanea. È utile rapportare ciò al merito dei nostri predecessori e alla loro notorietà fra i pensatori della loro epoca. Come giudicare noi stessi, che valore dare alle nostre ricerche, ai nostri scambi culturali? Possiamo ad esempio dire che i programmi europei in cui siamo inseriti e che portano numerosi studenti e ricercatori dall'estero ai nostri corsi e seminari, possono paragonarsi alla moltitudine delle *nationes* degli studenti (ungarica, boema, scota, catalana..., e soprattutto germanica) che animavano Padova tra il XV e il XVII secolo?

Possono in qualche modo i nostri corsi avere l'interesse culturale che evidentemente presentavano a quel tempo?

In questo rispetto, è certo importante esaminare le difficoltà incontrate dai nostri predecessori anche nei momenti meno gloriosi del nostro Studio. Perchè, nel volgere del tempo, spesso queste difficoltà sono state superate, e vi sono stati poi dei momenti di splendida fioritura. E dunque oggi, se mai il voto che meritiamo non fosse pienamente soddisfacente, possiamo capire chi e come ha tenuto accesa la fiaccola della speranza e della buona scuola in momenti difficili, e questo ci può servire di guida a non perderci d'animo, a tentare di migliorare.

La storia dell'università di Padova è lunga: più di venti generazioni si sono succedute dalla sua fondazione (1222) ad oggi. Addentrarsi nei tempi più lontani è suggestivo come immergersi in profondità nei mari tropicali. I pesci colorati e veloci che brulicano vicini alla luce solare sono rimpiazzati da creature lente e maestose, autorevoli, che sembrano guardarci come a dei bambini. Tutto vale la pena di essere ricostruito, e ogni epoca, ogni personaggio ha un suo fascino. In altra occasione<sup>1</sup> mi sono occupato della stagione d'oro della Matematica a Padova (1880-1920). Qui parlerò un po' più diffusamente del periodo precedente, l'Ottocento, ancora così vicino a noi e così denso di insegnamenti. Nella prima metà dell'Ottocento era certo impossibile per la scuola matematica di Padova, e italiana in genere, stare al passo con i successi ottenuti a quei tempi in Germania da Gauss, Jacobi, Riemann, e in Francia da Fourier, Laplace, Cauchy. Ma una cinquantina d'anni dopo quegli anni di provincialismo doveva la stessa Padova ritrovarsi tra i centri più all'avanguardia proprio in alcune delle teorie fondate da quei grandi. Penso a Ricci Curbastro e Levi Civita nei campi della Fisica Matematica e della Geometria Differenziale, e a Francesco Severi, nella teoria delle funzioni analitiche e degli integrali sulle varietà algebriche!

Farò una breve premessa sulla storia più antica per poi soffermarmi sull'800, e in particolare su uno straordinario protagonista di quel periodo, un personaggio a metà tra il nobile studioso per diletto e il grande professionista universitario: Giusto Bellavitis. A questa mia scelta non è estraneo il fatto che, grazie a rapporti personali con i suoi discendenti, alcuni anni fa ho avuto la possibilità di aggirarmi fra gli scaffali della biblioteca di casa Bellavitis a Enego, e ho provato l'emozione di tenere in mano gli scritti di quel loro eccezionale antenato.

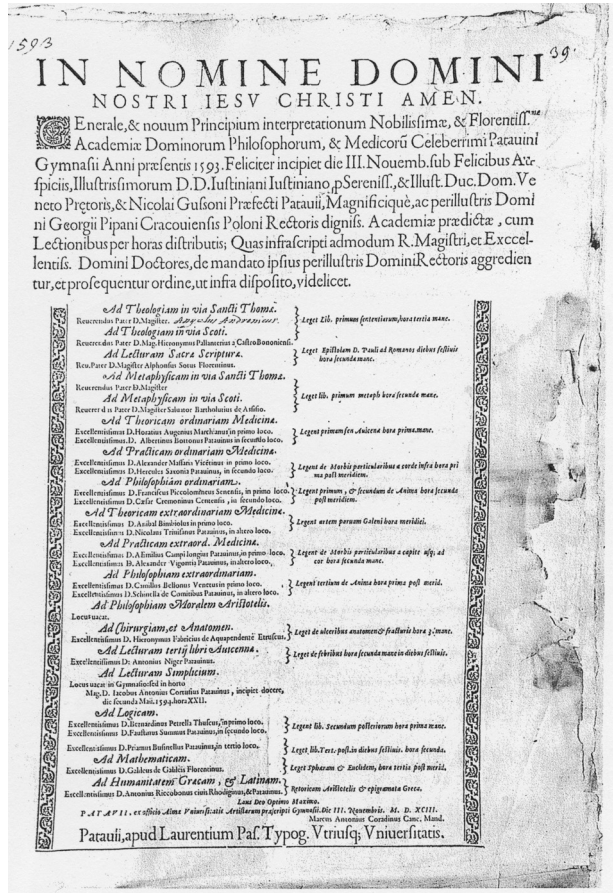
<sup>1</sup> Vedi il mio articolo *La stagione d'oro della Matematica a Padova*, riprodotto in questo volume.

### *La storia più antica del nostro ateneo*

Nei tempi antichi l'Università di Padova, divisa in *universitas legistarum* e *universitas artistarum*, era una istituzione cofinanziata dagli studenti, dai nobili e dal Comune, che godeva della autorevole protezione del governo della città e in parte della chiesa. Sotto il controllo dei *tractatores* del Comune di Padova, l'Ateneo era amministrato dalle *nationes* degli studenti, una ventina per ciascuna *universitas*, indicanti la provenienza dei suoi membri. Tra tutte le *nationes* la più importante era la *natio germanica*: sono decine di migliaia gli studenti tedeschi che frequentarono la nostra università nei suoi primi tre secoli di vita. La scelta dei professori e la loro retribuzione ricadeva sulle *nationes*. Raramente i professori restavano in carica per più di sei anni (4 di fermo e 2 di rispetto), quasi mai a vita. Tra i docenti sussisteva un sistema fortemente competitivo. La stessa materia era di regola insegnata da due docenti diversi allo stesso tempo (*in primo* e *in secundo* o *altero loco*, talora anche *in tertio*). Le lezioni erano pubbliche, spesso affollatissime, e i professori gareggiavano nel renderle affascinanti per conquistare gli uditori. Frequenti erano le *disputationes*, talora proposte dagli studenti. Il professore che non fosse in grado di insegnare senza leggere veniva sbeffeggiato coll'epiteto di *doctor chartaceus*.

Il massimo splendore dello studio di Padova si colloca tra il 1400 e il 1700 e coincide con l'apogeo della Serenissima, che si fa un vanto di ospitare uno dei centri culturali più importanti d'Europa. La guerra contro la lega di Cambrai (1508-1510), che vede coalizzata tutta Europa sotto la guida del Papa Giulio II contro Venezia, compromette temporaneamente lo sviluppo internazionale della nostra università. Alla fine della guerra, Venezia prende il controllo diretto dello Studio, attraverso i Riformatori dello Studio Patavino. Incaricati dal senato della Repubblica, questi magistrati erano attentissimi al gradimento degli studenti e tentavano di attrarre come insegnanti i migliori ingegni. Sotto la loro guida illuminata si giunse ad avere più di 30 cattedre per ciascuna delle due università. Alcuni nomi di studenti eccellenti: Niccolò Copernico, Girolamo Cardano (studente di Medicina, non di Matematica), Francesco Guicciardini, Torquato Tasso, William Harvey, James Gregory.

Il Seicento fu il periodo di massimo splendore per la matematica padovana. **Galileo Galilei** fu a Padova dal 1592 al 1610. I riformatori lo avevano attirato qui con uno stipendio più che doppio del normale, e la sua cattedra *ad Mathematicam* fu senza antagonista. Egli interagì strettamente con la città e le sue istituzioni culturali. Insegnava sei ore a settimana; nel 1593-94, ad esempio, teneva lezioni di trigonometria sferica: *Leget spheram et Euclidem, hora tertia post meridiem*. Utilizzando lenti di produzione olandese, Galileo fabbricò il cannocchiale e ne inviò un esemplare a Keplero, perchè anch'egli potesse vedere la prova dei movimenti degli astri. Nel 1610, alla fine del suo soggiorno a Padova, osservando il cielo dalla sua casa di via Galilei, scoprì 4 satelliti di Giove che



Nel Rotulus Artistarum, alla voce *Ad Mathematicam* si trova il programma delle lezioni tenute da Galileo Galilei: «leget spheram et Euclidem, hora tertia post meridiem».

battezzò *medicea sydera*, in opportuno onore dei granduchi di Firenze, presso cui intendeva trasferirsi.

Successore di Galileo fu lo svizzero **Bartolomeo Sovero** (Barthélemy Souvey) di Friburgo. Matematicamente parlando, Sovero sembra più all'avanguardia di Galileo, poiché si occupò di volumi e anticipò – pare – il metodo di Cavalieri. Purtroppo non ci ha lasciato opere scritte eccetto appunto una *vendicazione* dei suoi meriti rispetto a quelli di Cavalieri. Tramite il figlio di Keplero, Ludovico, la vendicazione di Sovero giunse nelle mani del suo connazionale Guldino, e da lui fu pienamente condivisa.

**Stefano de' Angeli** (1623-1697) veneziano, fu professore a Padova dal 1662 alla morte. Ebbe tra i suoi allievi a Padova il grande matematico scozzese James Gregory, che, rientrato in patria, anticipò il calcolo differenziale e utilizzò sviluppi in serie. De' Angeli fu in contatto con Cavalieri a Bologna, e con Viviani e Torricelli, allievi di Galilei. Diede importanti contributi al calcolo ed alla geometria analitica.



Ritratto di Jacopo Riccati.

Un altro allievo di Stefano de' Angeli di grande rilievo scientifico fu **Jacopo Riccati** (1676-1754), nobile trevigiano. Il Riccati a Padova si laureò in legge, ma privatamente coltivò le più disparate discipline, classiche e scientifiche: poesia, linguistica, fisica, idraulica, architettura... Riccati fu il prototipo del *poligrafo* settecentesco; fondò e animò a Castelfranco e Treviso un attivissimo cenacolo scientifico, cui presero parte in seguito anche i figli Francesco e Giordano, entrambi scienziati di grande valore. Come matematico, studiò soprattutto la geometria analitica e le equazioni differenziali lineari ordinarie del secondo ordine. Non ebbe mai un ruolo nell'Università di Padova, ma ne frequentò sempre i professori; in particolare Poleni, Hermann, Bernoulli, di cui diremo in seguito. Con questi ultimi sostenne una famosa polemica sul problema inverso delle forze centrali. La sua fama, oggi legata soprattutto alla *equazione di Riccati*, ai suoi tempi era diffusa in tutta Europa, come prova il seguente episodio. Alla fine del XVII secolo lo Zar Pietro il Grande aveva intrapreso un viaggio in Europa per trovare il modo di modernizzare la Russia e soprattutto per introdurre la cultura scientifica. Suo consigliere era Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). Avendo concepito il progetto della Accademia di San Pietroburgo, Pietro il Grande ne offrì la presidenza a Jacopo Riccati. Non volendo nemmeno considerare l'idea di lasciare la sua terra, il Riccati rifiutò. L'Accademia di San Pietroburgo verrà fondata solo nel 1725, dopo la morte di Pietro il Grande,

per iniziativa della vedova Caterina I; e Leonhard Euler (1707-1783) ne sarà il personaggio più in vista.

Alla morte del de'Angelis, della successione alla cattedra di Matematica dell'Università di Padova si occupò lo stesso Leibniz. Per motivi non chiari, forse aventi a che fare con una certa apertura o tolleranza della Serenissima verso il Calvinismo, e con la creazione da parte del Papa del *Collegium Helveticum*, si trasferirono a Padova eccellenti matematici provenienti da Basilea, la patria di Euler: **Jakob Hermann** (1678-1733), allievo di Jacob Bernoulli, vi restò dal 1707 al 1712, per poi trasferirsi a Francoforte e infine a San Pietroburgo. Gli successe **Nicolaus I Bernoulli** (1687-1759), che fu professore a Padova dal 1716 al 1719 e poi rientrò a Basilea. Nipote di Jacob e di Johann, Nicola I si occupò, come Riccati, di geometria analitica e equazioni differenziali. Hermann e Bernoulli furono tra i principali artefici della diffusione in Italia del calcolo infinitesimale di Leibniz. Per le applicazioni ne fece tesoro, in particolare, **Giovanni Poleni** (1683-1761) che subentrò a Bernoulli sulla cattedra di matematica. La grande fama scientifica del Poleni (su proposta di Leibniz entrò nell'Accademia delle Scienze di Berlino) è peraltro legata all'idraulica, all'astronomia, alla nautica e soprattutto alla lungimirante iniziativa di realizzare a Padova quel *Teatro di Filosofia Sperimentale* che fu per anni il miglior laboratorio di Fisica in Europa e il primo in Italia.

Nella seconda metà del Settecento il Veneto vive una stagione di profonda decadenza politica e di isolamento provinciale, anche rispetto al resto della penisola. Mentre la medicina a Padova mantiene grande prestigio grazie a Giambattista Morgagni, per la matematica padovana il settecento è un secolo di lenta decadenza. A cavallo tra i due secoli, l'alternarsi delle occupazioni austriaca e francese (le "otto occupazioni" di Padova) non permise alla nostra università di trarre dalle riforme napoleoniche i vantaggi che ne seppero trarre Pavia e Pisa. A Pavia sono attivi Lorenzo Mascheroni (1750-1800), Paolo Ruffini (1765-1822), Vincenzo Brunacci (1768-1818). A Pisa vi è Pietro Paoli (1759-1839), autore di un testo di Algebra molto amato da Bellavitis. Lo sforzo culturale dei nostri predecessori padovani per far sì che l'istituzione mantenga il suo prestigio e sia comunque annoverata tra le migliori d'Italia, sembra vano.

### *L'organizzazione degli studi a Padova nel primo Ottocento*

Nell'anno accademico 1819-20 gli studi nella Imperial-Regia Università di Padova (che aveva unificato le due precedenti università), retto dal botanico Giuseppe Antonio Bonato, erano così organizzati.

#### I. Studio **Teologico** (triennale)

## II. Studio **Politico-Legale**, con due curricula:

- i. (quadriennale)
- ii. Studio Notarile (biennale, riservato a chi avesse già praticato presso un notaio per alcuni anni).

## III. Studio *Medico-Chirurgico-Farmaceutico*, con i curricula:

- i. Medici e Chirurghi (quinquennale)
- ii. Maestri di Chirurgia o Chirurghi Maggiori (specializzazione biennale, riservata a chi avesse già praticato la chirurgia per 3 anni presso un chirurgo approvato).
- iii. Chirurghi civili provinciali o Chirurghi Minori (idem, senza clinica oculistica).
- iv. Farmacisti (anno unico, riservato a persone che avessero già praticato per 5 anni interi il lavoro presso uno speciale approvato)

## IV. Studio Filosofico, con i curricula

- i. Studio **Filosofico** (triennale)
- ii. Corso degli Studi Matematici per Ingegneri Architetti (triennale)
- iii. Corso degli Studi Filosofici per Periti Agrimensori (anno unico)
- iv. Corso di Studi Matematici per Periti Agrimensori (biennale).

Teoricamente, per l'ammissione all'università era obbligatorio per tutti avere terminato (a circa 16 anni) gli studi ginnasiali, che si effettuavano in vari istituti, per lo più religiosi. Presso la stessa università esisteva però lo *studio filosofico* biennale *propedeutico*, che poi divenne, con l'unità d'Italia, il Liceo Classico, e venne separato dall'università. Tuttavia questi obblighi erano teorici, perché non esisteva una precisa legislazione degli studi inferiori. Inoltre moltissimi dei professori stessi non erano in possesso di alcun titolo universitario.

Come organi di sperimentazione e ricerca esistevano i *gabinetti scientifici*:

Osservatorio Astronomico  
 Orto Agrario  
 Orto Botanico  
 Cliniche mediche varie  
 Chimica  
 Storia Naturale  
 Anatomia Umana  
 Anatomia Comparata  
 Fisica  
 Architettura e Disegno  
 Geodesia e Idrometria

Il termine *Facoltà* designava allora un complesso di insegnanti di materie affini. Ad esempio si parlava della Facoltà Filosofico-Matematica, intesa come

corpo docente per lo Studio Filosofico.

Dal punto di vista didattico, i curricula proposti agli studenti rientravano sempre in uno dei quattro “Studi”. Vediamo più da vicino, per esempio, l’organizzazione del

### **Corso degli Studi Matematici per Ingegneri Architetti**

(triennale, faceva parte dello Studio Filosofico e comunque richiedeva un biennio filosofico propedeutico).

Anno 1:

**Introduzione al Calcolo Sublime** - 6 ore settimanali

Due i testi adottati: Lotteri, *Introduzione al Calcolo Sublime*, edito a Pavia 1809 e Collalto, *Geometria Analitica a due e tre coordinate*, Padova 1809. Ma fino all’anno precedente si era usato anche un testo di Eulero.

**Fisica Teorica e Sperimentale** - 8 ore settimanali

**Agraria** - 6 ore settimanali, nel secondo semestre all’Orto Agrario

Anno 2

**Calcolo Sublime** (testo: Pietro Paoli, *Calcolo differenziale e integrale*, Pisa 1803)

**Matematica Applicata. Meccanica Sublime dei Fluidi**

**Architettura Civile e Disegno**

**Idraulica Geodesia e Idrometria**

Anno 3

**Calcolo Sublime** (stesso testo)

Meccanica Sublime dei Fluidi

**Astronomia Teorica e pratica** (testo di Lalande, tradotto in italiano a Padova nel 1784)

Vediamo anche in cosa consistessero altri corsi.

### **Corso degli Studi Filosofici per Periti Agrimensori:**

Anno unico

**Istruzione Religiosa** - 2 ore settimanali

**Filosofia Teorica** - 6 ore settimanali

**Filosofia Pratica** - 4 ore settimanali

**Matematica Pura Elementare** - 7 ore settimanali (Testo: Brunacci, *Elementi di Algebra e Geometria*, ad uso dei Licei del Regno d’Italia 1811 e un testo di Eulero)

**Introduzione al Calcolo Sublime** (testi: Lotteri e Collalto) - 6 ore settimanali

### **Corso degli Studi Matematici per Periti Agrimensori:**

Anno 1

**Matematica Pura Elementare** - 7 ore settimanali

**Fisica Teorica e Sperimentale** - 8 ore settimanali

**Agraria** - 6 ore settimanali, nel 2° semestre all’Orto Agrario

Anno 2

**Introduzione al Calcolo Sublime**

**Architettura Civile e Disegno**

**Geodesia e Idrometria** (solo il secondo semestre insieme agli Ingegneri)

Risulta evidente che il corso con maggiore contenuto matematico era quello per Ingegneri-Architetti, che aveva però un taglio analitico fisico-matematico destinato alle applicazioni. Il corso per periti agrimensori ne era una forma più astratta, alleggerita nel calcolo, specie nel caso del corso “filosofico”. Inoltre nel corso per i periti, al primo anno si insegnavano “Algebra e Geometria” e si utilizzava un testo di Eulero. Quindi, nonostante la destinazione per “periti agrimensori” il corso sembra distaccarsi dalle mere applicazioni tecniche. D'altra parte è interessante notare che il corso di studi degli ingegneri non contiene altro che materie scientifico-tecniche. Non è obbligatorio, ad esempio, lo studio della religione, che invece è richiesto ai periti agrimensori, come viene esplicitamente richiamato dal governo austriaco fino a oltre il 1840. Tutti questi programmi infatti venivano approvati da Notifiche dell'Eccelso Imperial-Regio Governo austriaco di Venezia.

### *I matematici dell'Università di Padova nell'Ottocento*

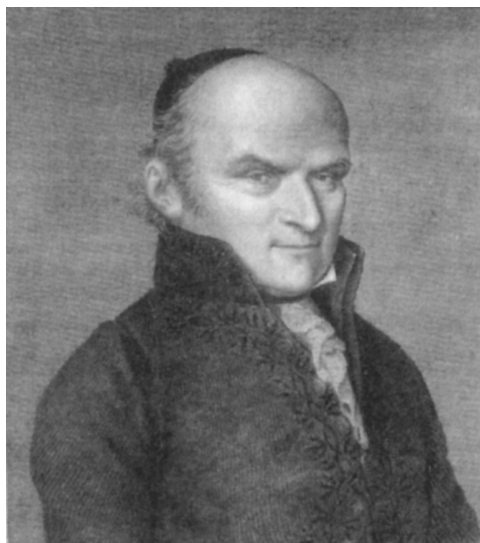
Negli anni 1805-15 i professori di matematica nell'Università di Padova sono **Antonio Collalto**<sup>2</sup>, **Pietro Cossali**<sup>3</sup> e **Giuseppe Avanzini**<sup>4</sup> (le cui lezioni di calcolo

<sup>2</sup> **Antonio Collalto** (1765-1820), veneziano, di modesta famiglia, iniziò l'attività di insegnante di matematica nella locale Scuola di Marina. Di idee illuministiche e radicali, all'arrivo dei Francesi aderì con entusiasmo all'«esperimento repubblicano» e nel 1797 fu presidente della Municipalità provvisoria. Alla sua caduta, fuggì in Olanda e poi a Parigi, dove poté seguire le lezioni di Lagrange. Rientrato a Milano nel 1800, si dedicò a divulgare la meccanica analitica del Lagrange, che fu argomento della sua principale pubblicazione. Insegnò per alcuni anni nelle scuole militari della Repubblica Cisalpina. Nel 1806, nostalgico della sua terra, chiese ed ottenne la cattedra di Introduzione al calcolo sublime nell'Università di Padova e vi acquistò buona fama, soprattutto come didatta e autore di testi. Nel 1814, al ritorno degli Austriaci, fu rimosso dagli incarichi, salvo quello di direttore della classe di Scienze dell'Accademia Patavina. Collalto era interessato soprattutto alle applicazioni della matematica e all'ingegneria: il suo trattato *Descrizione, maneggio e uso dei principali strumenti di matematica, applicabili alle scienze e alle arti*, in sei volumi, rimase incompiuto.

<sup>3</sup> **Pietro Cossali** (1746-1815), di nobile famiglia veronese, studiò nei Collegi religiosi della sua città, manifestando precocemente notevoli doti nelle discipline filosofiche e matematiche. Dopo aver preso i voti, fu inviato a Padova come predicatore e lì gli fu offerta la cattedra di diritto canonico, che egli rifiutò per poter proseguire gli studi scientifici. Tornato a Verona, come docente nel Collegio dei Teatini, affiancò il Lorgna nell'organizzazione di un'accademia scientifica veronese. In quell'epoca pubblicò scritti di argomento matematico, tra cui spicca uno studio di aerostatica, dedicato al Riccati. Nel 1783 Cossali fece innalzare un aerostato nell'arena di



Sopra: ritratto di Antonio Collalto.  
A destra: ritratto di Pietro Cossali.

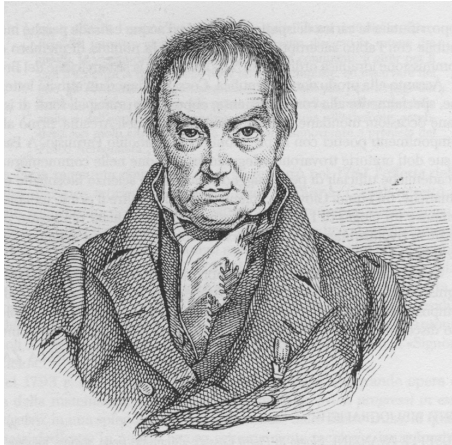


sublime non erano disprezzabili, secondo Bellavitis). All'Avanzini successe il

Verona, primo esperimento del genere realizzato in luogo pubblico. Nel 1787 fu chiamato come professore nell'Università di Parma, prima di fisica teorica, poi di astronomia, meteorologia e idraulica. A Parma potenziò l'osservatorio e compì originali studi astronomici, osservazioni e calcoli delle effemeridi. Tra il '93 e il '97 diede alle stampe, in splendida edizione finanziata dal Duca e a lui dedicata, una grande opera di storia della matematica: l'*Origine dell'algebra*. In essa il Cossali rivendicò agli studiosi del Rinascimento italiano il merito di aver fatto rinascere e progredire l'algebra, importata in Europa dagli Arabi. Pubblicò in seguito lavori scientifici di vario genere, in particolare sul barometro. Tornato a Verona nel 1805, insegnò nei Licei e si impegnò in consulenze idrauliche, tra cui la sistemazione del Brenta. Nel 1806 fu chiamato all'Università di Padova, sulla cattedra di Calcolo sublime. All'attività scientifica il Cossali affiancò una produzione letteraria: fu membro dell'Arcadia e firmò poesie sotto il nome di Uranofilo Parmisio. È sepolto a Padova nella chiesa di Ognissanti.

<sup>4</sup> **Giuseppe Avanzini** (1753-1827), nativo di Toscolano sul Garda, fu dapprima allievo dei Gesuiti a Brescia, dove poi continuò privatamente gli studi di matematica. A soli 23 anni era già autore di 160 pubblicazioni scientifiche, in cui si evidenziava l'importanza della matematica nello studio dei problemi di fisica. Ordinato sacerdote nel 1777, negli anni che seguirono fu ospite del conte Bettoni di Brescia, un mecenate col quale collaborò negli studi di fisica, soprattutto di dinamica dei fluidi. Nel 1786, alla morte del Bettoni, l'Avanzini ne ereditò il cospicuo patrimonio di apparecchiature sperimentali e da allora incominciò a svilupparsi il suo talento di sperimentatore. Su interessamento di Melchiorre Cesarotti, l'Avanzini si trasferì a Padova come lettore di Geometria e Fisica nel Collegio San Marco. Caduta la repubblica veneta, l'Avanzini, che era di idee democratiche e giacobino convinto, fece parte del Comitato di pubblica istruzione e nel 1797 fu nominato professore di Analisi, geometria piana e solida e sezioni coniche nell'Università. Rifugiato a Brescia negli anni della restaurazione austriaca (1801-06) rientrò a Padova e vi rimase fino alla morte, ricoprendo varie cattedre, dapprima di Fisica poi, dal 1827, di Matematica sublime, come successore di Pietro Cossali. Nel 1808-09 fu Preside di Facoltà. Gli studi più importanti dell'Avanzini riguardano l'idrodinamica e l'aerodinamica, settore allora trascurato.

conte **Francesco Maria Franceschinis**<sup>5</sup>, abate, filo-austriaco, un Fisico-Matematico che insegnava Matematica Sublime dei Solidi e dei Fluidi e, per supplen-



Sopra: ritratto di Giacomo Franceschinis.  
A destra: Giovanni Santini.

In alcuni moderni trattati si trova ancora citata la *legge di Avanzini*, che riguarda lo spostamento del centro di spinta di una lastra inclinata rispetto alla direzione del moto. Come idraulico, fu abilissimo nell'integrare la teoria con ingegnosi esperimenti che suggerivano semplificazioni del calcolo e si giovavano anche di macchinari di sua invenzione. L'Avanzini, tra l'altro, si può considerare il precursore dell'uso delle *vasche* che ancora si vedono nei laboratori della nostra università.

<sup>5</sup> **Giacomo Franceschinis** (1757-1840), nato a Udine da nobile famiglia di origine toscana, studiò negli istituti religiosi di Monza e Milano e prese i voti col nome di **Francesco Maria**. A vent'anni si trasferì a Roma dove si addottorò in teologia, poi a Bologna, dove divenne docente nel Collegio di S. Lucia, prima di teologia e poi di matematica, disciplina in cui aveva sempre manifestato grande interesse e attitudine. Negli anni '80 pubblicò alcuni lavori di natura matematica (logaritmi dei numeri negativi) e fisica-matematica (tensione delle funi), ma continuò anche ad occuparsi di discipline umanistiche e di scienza politica, assumendo posizioni saldamente conservatrici, che vistosamente mantenne anche durante la rivoluzione e in epoca napoleonica e teorizzò pubblicando varie opere di natura giuridica. Nel 1782 fu nominato professore onorario di Geometria analitica nell'Università di Bologna, incarico che mantenne fino al 1800. Per la sua competenza idraulica, nel 1790 fu chiamato dalla Repubblica Veneta ad occuparsi della regolamentazione del fiume Brenta, e a questa esperienza è forse riconducibile il suo successivo trasferimento a Padova. Nel 1797, dopo il trattato di Campoformido, si trasferì a Vienna e da lì pubblicò poemi epici e poesie di sapore fortemente antirivoluzionario. Nel 1803 tornò nel Veneto per un'ispezione idraulica per conto del governo austriaco e nel 1805 – rassicurato dal clima politico restaurato – divenne suddito del Regno Italico. Nel 1805 fu nominato professore di Matematica applicata nell'Università di Padova. Al ritorno dei Francesi fu

za, Calcolo Sublime. Di Franceschinis Giusto Bellavitis lasciò scritto che «non sapeva niente di Matematica, ed aveva grandissima fama». Negli anni '20 insegnò Matematica pura elementare Giovanni Santini<sup>6</sup>, uno dei grandi astronomi dell'Ottocento, titolare di Astronomia e molto competente sia nel Calcolo Differenziale che in Geometria Analitica (era stato allievo di Pietro Paoli a Pisa). Santini modernizzò l'Osservatorio Astronomico e resse con grande dignità, per supplenza, le sorti dello Studio Matematico per oltre 40 anni.

L'Astronomia era la scienza che dava il massimo prestigio. Per esempio, nel 1801 Gauss acquistò giovanissimo celebrità universale portando a termine un calcolo astronomico che gli permise di ritrovare l'asteroide Cerere che, scoperto dall'astronomo Piazzi, era poi scomparso dietro la Luna.

Si noti altresì che tutta la Matematica all'epoca era sostanzialmente applicata, specialmente all'Idraulica, attraverso la Fluidodinamica. Quasi tutti i matematici di Padova si erano cimentati con progetti o costruzioni di dighe e canali e con lo studio della laguna di Venezia. In effetti molti di loro erano veri e propri ingegneri idraulici. Tra questi è da menzionare un influente uomo di

destituito dall'insegnamento e si trasferì a Milano. Rientrato a Padova nel 1814, fu reintegrato nella cattedra e anzi nominato reggente dell'Università, carica che mantenne fino al 1816. Dal 1817 al 1837 insegnò Matematica applicata, Meccanica sublime dei solidi, Geodesia, Calcolo sublime. Si ritirò soltanto a 80 anni compiuti, per dedicarsi alla filosofia. Nonostante le vicende politiche, Franceschinis nei circa 40 anni di soggiorno a Padova fu sempre al centro della vita culturale cittadina. Fu il primo presidente del *Gabinetto di Lettura*, associazione culturale che è ancora vivace a Padova.

<sup>6</sup> **Giovanni Santini** (1787-1877), nato a Caprese (Arezzo) da modesta famiglia, ebbe le prime lezioni da uno zio prete e nel Seminario di Prato, dove manifestò la sua inclinazione per la matematica. Nel 1802 si iscrisse all'Università di Pisa per divenire avvocato, ma come uditore seguì le lezioni di matematica del Paoli e il suo talento non sfuggì alle autorità, che gli procurarono una posto all'Osservatorio di Firenze e nel 1805 un sussidio per studiare in quello di Brera. Nel 1806 accettò con entusiasmo il nuovo posto di Astronomo aggiunto nella Specola di Padova, che versava in cattive condizioni per le vicende politiche e per l'avanzata età del suo direttore, Vincenzo Chiminello. Negli anni che seguirono il Santini riuscì a modernizzare l'Osservatorio, dotandolo di strumenti moderni (tra cui, nel 1836, il *circolo meridiano*) con i quali iniziò una serie di osservazioni astronomiche e di calcoli di orbite di asteroidi e comete, che lo resero famoso in Europa e lo misero a contatto con i maggiori astronomi dell'epoca. I *Cataloghi padovani* divennero indispensabile strumento di lavoro per gli studiosi italiani e stranieri. Il Santini diresse l'Osservatorio per 60 anni. All'Università di Padova ebbe la cattedra di Astronomia e, per supplenza, quelle di Calcolo sublime ed Elementi di algebra e geometria. Non aveva la laurea, prevista delle norme napoleoniche, ma la cosa fu sanata con decreto austriaco, e in seguito (1851) la laurea in matematica gli fu conferita *honoris causa*. Nella sua lunga carriera accademica, ricoprì numerose cariche: Rettore in due tornate, Preside di Facoltà, direttore dello Studio matematico, carica che mantenne fino all'istituzione della Facoltà di Scienze (1872). Fu presidente dell'Accademia patavina e membro di varie accademie italiane e straniere. Di indole buona e generosa, amatissimo dagli allievi, lasciò un sincero rimpianto quando morì nella sua villa di Noventa Padovana, cittadina di cui era anche stato sindaco.



Ritratto di Angelo Zandrini.

cultura classica, l'abate **Angelo Zandrini**<sup>7</sup>, idraulico, primo della lunga serie dei presidenti matematici dell'Istituto Veneto.

Nel 1842 lo Studio Matematico si separa dallo Studio Filosofico. È richiesto comunque agli studenti il biennio propedeutico detto Studio Filosofico.

Nel 1836, rettore Luigi Configliachi, filosofo e teologo, compare tra gli insegnanti, come supplente di Calcolo Sublime, il veneziano **Serafino Raffaele Minich**<sup>8</sup>, allievo prediletto di Santini, già professore ordinario al liceo di Ber-

<sup>7</sup> Angelo Zandrini (1763-1849), veneziano, era parente di quel Bernardino Zandrini, matematico della Repubblica Veneta e studioso della Laguna, cui si deve la costruzione dei famosi murazzi. A Venezia iniziò gli studi e prese i voti; si spostò poi a Padova dove studiò diritto ma anche matematica, con l'Avanzini, con l'intento di capire e rivalutare l'opera dell'illustre antenato (ciò che in seguito realizzò pubblicandone i lavori). Per qualche anno insegnò matematica al liceo di Venezia, fintantoché fu nominato dal governo austriaco professore di matematica nell'Università di Padova. Oltre a opere letterarie, pubblicò alcune memorie di argomento fisico-meccanico. Nel 1817, colpito da cecità, dovette lasciare la cattedra e si ritirò a Mestre e Venezia, dove continuò i suoi studi fino agli ultimi anni. Nel 1838 divenne il primo Presidente – per motivi di età – del nuovo Istituto Veneto.

<sup>8</sup> **Serafino Raffaele Minich** (1808-1883), nato a Venezia da padre dalmata e madre veneziana. Conclusi brillantemente gli studi liceali a Venezia, ebbe una borsa del governo per studiare matematica a Padova, dove fu allievo del Santini, si laureò nel 1829 e pubblicò il primo lavoro di calcolo. Per qualche tempo fu assistente di agronomia; nel 1834 chiese ed ottenne la supplenza di Calcolo sublime. Di questa disciplina, che comprendeva l'analisi, l'algebra e la geometria



A sinistra: Serafino Raffaele Minich.  
Sopra: ritratto di Carlo Conti.

gamo. Minich si può certamente considerare un buon matematico. Fu tra gli animatori dei vari congressi degli scienziati italiani di quegli anni, come quello di Padova del 1842 (con oltre 500 partecipanti) e quello di Venezia del 1848, sfortunato per i concomitanti eventi politici. Il Minich tuttavia non uscì mai veramente dall'ambiente padovano-veneziano, forse anche per il suo forte radicamento culturale ed economico a Venezia. Fu autore di un centinaio di lavori, pubblicati in varie accademie italiane (Padova, Istituto Veneto, Lincei, Accademia dei Quaranta, e anche *Comptes-Rendus*). Non sembra abbia otte-

analitica, divenne professore ordinario nel 1842. In quell'anno varie sue memorie di analisi e di geometria furono presentate alla Riunione degli Scienziati italiani. I suoi contributi originali, secondo gli storici della matematica, segnano un certo salto di qualità nella matematica padovana e italiana. Nel 1868 il Minich ebbe la cattedra di Calcolo differenziale e integrale, mentre il Bellavitis occupava quella di Algebra e Geometria analitica. Nelle sue ricerche il Minich si occupò per lo più di equazioni differenziali. Dedicò molto tempo anche alle equazioni algebriche di grado 5, non riuscendo peraltro a convincersi dell'impossibilità di ricondurne le soluzioni ai radicali. Fu più volte Rettore, membro di varie accademie e presidente dell'Istituto Veneto. Egli sempre esaltò le virtù dello studio aperto alle tematiche più diverse: dotato di profonda cultura letteraria, fu autore di pubblicazioni sui maggiori poeti latini e italiani. Nel 1874 chiese di abbandonare l'insegnamento col titolo di professore emerito per dedicarsi all'attività politica. Eletto deputato, come molti altri suoi predecessori e successori sulle cattedre matematiche di Padova, si occupò attivamente della salvaguardia della Laguna veneta.

nuto risultati importanti, ma si occupò pur sempre di argomenti attuali, ad esempio l'inversione degli integrali abeliani, senza però arrivare al risultato completo ottenuto da Jacobi. Era certamente all'altezza del suo ruolo di professore universitario e di educatore, ma mancava appunto di apertura internazionale. Fu presidente dell'Istituto Veneto, come poi anche il fratello Angelo, grande bibliofilo, che lasciò alla biblioteca dell'Istituto una importante collezione di seicentine. Il patrimonio lasciato dai Minich viene ancora amministrato e rendicontato dall'Istituto Veneto.

Una giovane speranza della matematica padovana fu **Carlo Conti**<sup>9</sup>, altro allievo di Santini. Egli si interessò di funzioni ellittiche, integrali abeliani, funzioni analitiche. Sono finalmente gli argomenti più in voga in Europa. I suoi interventi al congresso degli scienziati di Padova (1842) sono di qualità. Avrà anche il merito di scoprire e sostenere Bellavitis, che lo venererà sempre. Purtroppo Conti morirà giovane nel 1849.

Nel 1845 arriva a Padova **Giusto Bellavitis**, al quale dedicherò la maggiore attenzione nel prossimo paragrafo. Da Pavia si ritrasferisce a Padova **Domenico Turazza**<sup>10</sup>, esperto in Fluidodinamica, che sarà ottimo amico del Bellavitis, nonostante una lunga polemica accademica. Queste persone riescono a dare

<sup>9</sup> **Carlo Conti** (1802-1849), nato a Legnago, seguì a Padova i corsi della Facoltà filosofico-matematica, nell'indirizzo applicativo per gli ingegneri e anche quelli della Facoltà medica, coltivando in particolare la Botanica. Laureatosi in matematica nel 1824, divenne assistente alla cattedra di Fisica, entrò nell'Accademia Patavina e pubblicò i primi lavori sul calcolo differenziale. Dal 1827 al 1842 fu calcolatore aggiunto presso l'Osservatorio astronomico. Dal 1836 al 1842 tenne, quale supplente, gli insegnamenti di Calcolo sublime e Matematica applicata. Nel 1837 promosse e fondò il Gabinetto di Geodesia e da allora spostò i suoi interessi verso problemi più pratici e ingegneristici. Nel 1842, l'anno in cui si svolse a Padova la *Riunione degli Scienziati Italiani*, divenne professore ordinario di Matematica applicata, che insegnò fino alla fine dei suoi anni «destando entusiasmo e ammirazione». Conti si occupò anche di divulgazione scientifica, pubblicando articoli vari sul *Giornale Euganeo*. Attribuiva grande importanza alla didattica e criticava l'usanza di insegnare le materie sperimentali senza un'introduzione analitica ma anche il metodo di insegnare la matematica partendo da nozioni troppo astratte e assiomatiche: prima di morire affidò al Turazza la pubblicazione del suo *Trattato di algebra elementare esposto con metodo progressivo*. La sua lunga amicizia col Bellavitis, iniziata nel 1824, ben presto divenne profonda stima reciproca, come testimonia la ricca corrispondenza. Fu anche amico carissimo di Domenico Turazza.

<sup>10</sup> **Domenico Turazza** (1813-1892), nato a Malcesine da una famiglia disagiata, con grandi sacrifici fece il liceo a Verona e poi seguì a Padova i corsi per ingegneri-architetti, laureandosi nel 1835. Due anni dopo si laureò anche in filosofia. Per qualche anno fu a Vicenza, supplente di matematica al liceo "Pigafetta". Nel 1841 il Turazza vinse il concorso di Geometria descrittiva all'Università di Pavia e l'anno successivo quello di Geodesia e Idrometria a Padova. Pur essendo di indole mite e tutto dedito alle incombenze scientifiche e famigliari, ebbe un importante ruolo ufficiale nei moti del '48. Nel '51, alla riapertura dell'Università, fu eletto Decano della Facoltà ma presto destituito da Radetzky. Tuttavia la sua carriera accademica poté continuare: alla morte del Conti divenne prima supplente, poi titolare di Matematica applicata. Nel 1866 volle cambiare



Domenico Turazza.

una rinnovata dignità alla matematica di Padova, almeno nel confronto con Pavia e Pisa, ben collegate tra loro grazie agli allievi di Brunacci, Fabrizio Mossotti (1791-1863), Antonio Bordoni (1788-1860), Gabrio Piola (1794-1850), Gaspare Mainardi (1800-1879). Allievo di Minich, Bellavitis, Turazza e Santini fu **Antonio Favaro**<sup>11</sup>, storico della matematica, autore di fondamentali studi su Galileo, insuperati per profondità e completezza documentaria. Nei 57 anni trascorsi

nome alla cattedra, che divenne *Meccanica razionale*. Fu ancora preside di Facoltà e Rettore nel 1870-71. Fu il Turazza a creare la *Scuola di applicazione per gli ingegneri*, che si separava per la prima volta dalle facoltà matematico-filosofiche e in seguito diventerà la Facoltà di Ingegneria. Il Turazza si occupò di analisi matematica, di termodinamica e soprattutto di *idraulica pratica*, come lui stesso volle definire il settore nel quale divenne il massimo esperto in Italia. La sua polemica col Bellavitis – peraltro suo ottimo amico – ha che fare con la sua opinione che «le ricerche teoriche (NB: anche le proprie) [...] non sono che semplici ipotesi troppo lontane dal vero perché la pratica possa trarne giovamento». Col suo *Trattato di Idraulica* contribuì alla formazione di molte generazioni di ingegneri idraulici, la cui reputazione si diffuse internazionalmente. Il Turazza era socio di una trentina di società scientifiche (fu, tra l'altro, Presidente dell'Accademia Patavina di S.L.A.). Rappresentò la scienza italiana all'inaugurazione del canale di Suez. Ebbe anche cariche civili e nel 1890 fu senatore del Regno.

<sup>11</sup> **Antonio Favaro** (1847-1922), padovano, allievo del Liceo Tito Livio, nel 1866 si laureò in Matematica a Padova e nel 1869 in Ingegneria a Torino. Dal 1870 fu assistente e supplente del Turazza sulla cattedra di Meccanica razionale e applicata, e dal 1873 divenne professore di



Antonio Favaro.



Giusto Bellavitis.

all'Università di Padova, Favaro ricoprì varie cattedre di matematica e vide avviarsi tre generazioni di studiosi, dal Bellavitis ad Amaldi (1920).

**Giusto Bellavitis** (1803-1880) è un personaggio molto affascinante e indicativo dei tempi. In modo impietoso, lo si potrebbe definire un dilettante autodidatta. Certo non seguì mai un regolare corso di studi, né superò mai un vero esame universitario. Ebbe una carriera lenta ma lunga e fortunata. Di se stesso scrisse, annunciando in anticipo la propria morte agli amici, *visse felice*. La sua personalità si colloca tra il nobile settecentesco, scienziato e uomo di cultura

Statica grafica, cattedra che mantenne per oltre mezzo secolo. Tuttavia il principale interesse del Favaro fu sempre la storia della scienza, e in questo campo egli conquistò, seppur tardivamente, fama internazionale, avendo portato a termine fondamentali ricerche di archivio su Galilei e la sua epoca, lavori di grande impegno filologico e documentale, che sono tuttora il principale riferimento sull'argomento. Sotto la sua direzione dal 1890 al 1909 uscirono, a spese dello Stato, i 20 volumi dell'edizione nazionale delle *Opere* di Galilei. Favaro si era impegnato a fondo per l'istituzione di una cattedra universitaria di Storia della Matematica, che fu effettivamente inserita nei curricula ma soppressa dopo pochi anni, nel 1911. Operò sempre per un'università aperta, che fornisse una preparazione ampia e interdisciplinare, volta ad abbattere le barriere tra scienza, storia e filosofia. Nel rivalutare il momento più alto del pensiero scientifico, che il Favaro identificava con il tempo del Galilei, egli si battè contro le forti prevenzioni ideologiche e le conoscenze approssimative dei testi, dando esempio insigne di oggettività documentale e filologica.

per diletto, e il grande professionista della matematica, come si incontravano nelle migliori università europee. Sua caratteristica era il piacere dell'indipendenza e in parte della solitudine. Ebbe tuttavia incarichi pubblici prestigiosi: fu rettore nel 1866-67, presidente dell'Istituto Veneto, consigliere comunale a Padova, Senatore del Regno. Il 15 luglio 1866, a Ferrara, ebbe l'onore di porgere a Vittorio Emanuele II gli omaggi della città di Padova in occasione dell'annessione al Regno d'Italia.

Bellavitis apparteneva ad un ramo finanziariamente assai decaduto di una famiglia di antica nobiltà con origini lombarde. Molto interessante è la figura del nonno Paolo Bellavitis che nella seconda metà del '700 era stato un gran viaggiatore, ospite della Zarina Elisabetta alla corte di San Pietroburgo, da dove però venne cacciato con foglio di via per, sembra, il suo spirito bizzarro ed ardito. Paolo fu poi ospite di Augusto III di Polonia, che gli conferì il titolo di conte; comandò per la Repubblica di Venezia il castello di Covolo, e servì l'imperatore d'Austria. Ma, per il suo carattere eccessivo, si fece molti nemici, anche tra i nobili bassanesi. Alla sua morte lasciò l'unico figlio Ernesto, di 19 anni, con poche sostanze. Appassionato di Matematica, Ernesto dovette impiegarsi come ragioniere municipale al comune di Bassano, e qui nacque nel 1803 il figlio Giusto. L'educazione di Giusto si svolse in casa e alla scuola di un abate del paese, dal quale imparò un po' di latino e di italiano. Ma a casa il padre gli insegnava pazientemente la geometria di Euclide, l'algebra, i logaritmi e il calcolo. In seguito studiò da solo la Matematica e le lingue straniere, quel tanto che era necessario per leggere i testi scientifici. In effetti non imparò mai veramente le lingue, ma a 15 anni conosceva bene il calcolo differenziale ed integrale.

Non disponendo di libri, prese l'abitudine di prenderli a prestito, ricopiarli e commentarli. Ad esempio, copiò e commentò quei volumi di Pietro Paoli, editi a Pisa, *Elementi di Algebra*, che amò sempre, le *Institutiones Analyticae* di Riccati e Saladini, l'*Astronomia* di Lalande, le *Lezioni di Matematica* dell'Abate Marie, la *Geometria Analitica* del Biot. La biblioteca di Giusto si trova oggi nella casa Bellavitis di Enego: è impressionante la sua vastità e soprattutto il fatto che la maggioranza dei libri sono appunto copie, trascritte di suo pugno, di testi classici oppure opere dello stesso Bellavitis, scritte a mano e per lo più non pubblicate. Molti di questi libri sono manuali di varie materie, ad uso del figlio Ernesto: matematica, fisica, lingue straniere.

Non disponendo di mezzi, il Bellavitis non poté iscriversi all'università e a 19 anni si impiegò negli uffici comunali di Bassano, dove già lavorava il padre. Per dieci anni (1822-1832) fu *alunno*, senza stipendio (!), poi *cancellista* per altri dieci (1833-1843). Fra l'altro, dovette ritardare di 14 anni il suo matrimonio, fin quando cioè non poté disporre di uno stipendio. In quegli anni, per svolgere il suo lavoro si recava ogni giorno a piedi da Tezze sul Brenta a Bassano del Grappa. Questa dei viaggi a piedi è una straordinaria caratteristica di Giusto Bellavitis. Venne più volte a Padova, camminando per circa 9 ore. Girava sempre da

solo e redigeva poi dei diari sulle persone incontrate lungo il cammino. Prima della partenza preparava degli schizzi del tragitto da seguire. Talora nel cammino sbagliava strada, ma poi la ritrovava consultando i suoi appunti.

Nel tempo libero dal lavoro comunale approfondiva gli studi matematici. Nel 1832 fondò il calcolo vettoriale sulla teoria dell'*equipollenza dei segmenti orientati*, tuttora associata al nome di Bellavitis dagli storici della matematica. Nel 1825 fece una visita di tre mesi alla Facoltà di Matematica di Padova: l'incontro più importante fu quello con Carlo Conti, suo coetaneo, il quale aveva seguito brillantemente gli studi in matematica col Santini. Conti fu per Bellavitis un prezioso riferimento culturale e un importante collegamento con la cultura universitaria professionale. Grazie all'influenza di Conti, Bellavitis fu invitato a far parte dell'Istituto Veneto, a 40 anni di età, senza avere alcun titolo di studio né alcun incarico di insegnamento. Poco dopo fu nominato professore al liceo di Vicenza.

Nel 1845 Bellavitis entrò finalmente a far parte della Facoltà Matematica come insegnante di "Geometria Descrittiva con Disegni". La sua situazione, in certo qual modo irregolare (come quella di molti altri, incluso il Santini) venne sanata il 4 luglio 1846 da una Sovrana Risoluzione dell'Imperatore d'Austria che lo promosse *Dottore in Matematica* con dispensa dagli esami. Nel 1849, Conti, stroncato ancor giovane da una malattia polmonare, in punto di morte donò a Bellavitis il libro di Legendre sulle *Trasendenti ellittiche* e i *Fundamenta novae theoriae functionum ellipticarum* di Jacobi.

Di che cosa si occupò Bellavitis nel campo della Matematica? Di tutto! Parliamo intanto di questa famosa *Teoria delle Equipollenze*, per cui è spesso nominato. Si tratta di un metodo puramente geometrico di introdurre un "prodotto di segmenti orientati" in uno spazio affine reale, ed una relazione di equivalenza tra i segmenti orientati, in modo che il risultante spazio delle classi sia un'algebra (a divisione) sui numeri reali. Il problema, visto oggi, è piuttosto bizzarro e varrebbe la pena di approfondirlo prima di esprimere un giudizio serio. Precisiamo anzitutto che si tratta di due problemi diversi. Il primo è il problema di determinare le algebre a divisione sui numeri reali. Di queste algebre non ce ne sono tante, ma al tempo di Bellavitis non lo si sapeva. Nel 1878 Frobenius e Peirce dimostrano infatti che le sole algebre a divisione associative sui numeri reali sono i reali, i complessi e i quaternioni. Se poi si toglie la condizione di associatività, c'è anche l'algebra di Cayley in dimensione 8 sui reali. La situazione venne chiarita del tutto solo negli anni 1950-60 da Adams, Bott, Milnor. Non possiamo quindi rimproverare a Bellavitis di essersi posto questo problema!

D'altra parte, il punto di vista di Bellavitis era completamente geometrico: egli voleva descrivere geometricamente una operazione di prodotto tra segmenti orientati, compatibile con l'equipollenza. Nel caso del piano affine riesce ovviamente a farlo. Praticamente, i risultati del suo calcolo in dimensione due sono delle divertenti interpretazioni geometriche di equazioni alge-

briche tra numeri complessi. E ce ne sono tante! Bellavitis studia anche il caso dei quaternioni di Hamilton, che ovviamente è molto più complicato. Avrebbe potuto studiare con il suo metodo anche il caso degli ottonioni di Cayley (e forse qualcuno lo ha poi fatto).

Psicologicamente e anche metodologicamente, Bellavitis avverte il problema dei fondamenti della geometria come indipendente dall'algebra e soprattutto ha chiara la distinzione tra "spazio geometrico", "spazio analitico" e "spazio fisico", che contiene in modo seminale la visione filosofica della teoria della relatività e che in futuro sarà così importante per Veronese, Peano, e per tutta la scuola italiana. D'altra parte, Bellavitis rifiutò sempre le discussioni sul V postulato di Euclide che invece appassionarono tutti gli uomini di cultura della prima metà dell'Ottocento e che portarono alla diffusione della visione moderna dello spazio. Egli le giudicava delle aberrazioni.

C'era un altro problema che circolava ai quei tempi, quello della risolubilità delle equazioni algebriche per radicali. Paolo Ruffini nel 1799 aveva dimostrato, in modo sembra incompleto (utilizzando, in ogni caso, i gruppi di permutazioni) che le equazioni polinomiali di grado superiore al quarto non sono risolubili per radicali. Il risultato di Ruffini fu ignorato dalla comunità matematica: fu Abel nel 1824 che nel suo primo lavoro importante diede la prima dimostrazione del teorema accettata ufficialmente (cioè da Fourier e Cauchy!). Bellavitis, purtroppo, non si indirizzò verso quelle teorie. Solo più tardi, grazie a Évariste Galois, fu chiarito il motivo intrinseco di questa irrisolubilità. Di fronte a questi grandi temi, l'atteggiamento di Bellavitis, e quello del suo collega Minich, sono piuttosto arretrati. Bellavitis è interessato comunque alla risoluzione delle equazioni algebriche, che si possano o non si possano risolvere per radicali; conosce il teorema di Ruffini-Abel-Galois (ne parlerà all'Istituto Veneto nel 1858) ma ciò non gli impedisce di appassionarsi a determinare gli zeri dei polinomi, quanto più esplicitamente possibile; e se gli zeri sono esprimibili con complicati radicali, tanto meglio. Bellavitis infatti è un appassionato calcolatore: non sempre si capisce dove voglia andare a parare, ma nel calcolo è estremamente abile ed appassionato. Il caso di Minich è un po' più penoso: ormai anziano, si rifiuta di credere alla impossibilità di risolvere per radicali tutte le equazioni polinomiali e, pur senza giungere a risultati sbagliati, continua a proporre all'Istituto Veneto nuovi metodi di risoluzione.

Ecco un curioso aneddoto, riportato da **Nestore Legnazzi**<sup>12</sup>, nella sua commemorazione di Bellavitis nel cortile del Bò:

Nel 1850, quando era assistente alla Specola, io andava persuadendo il Professor

<sup>12</sup> Enrico Nestore Legnazzi (1826-1901), bresciano, si iscrisse all'Università di Padova nel 1846 e vi studiò matematica e astronomia con Turazza, Minich, Bellavitis. Ardente patriota, pro-



A sinistra: Virgilio Trettenero.  
Sopra: ritratto di Enrico Nestore Legnazzi.

Trettenero<sup>13</sup> sulla potenza d'ingegno del Bellavitis, sui suoi nuovi metodi e sulle sue teorie, gli asseriva insomma che quest'uomo era un matematico di un ordine superiore. Siccome il Trettenero dubitava delle mie asserzioni, gli proposi di fare una prova decisiva, di comporre cioè tra noi due un'equazione completa di sesto grado a coefficienti reali, con radici di difficile determinazione e di portarla al Bellavitis perchè ce la risolvesse. A complicare l'equazione prendemmo 2 radici immaginarie, poi 2 radici reali negative, piuttosto grandi e quasi eguali, ed infine 2 radici reali positive molto piccole ed anche queste quasi eguali. La sera presen-

tagonista dell'insurrezione dell'8 Febbraio 1848 e in seguito combattente a Sorio e Montello col battaglione degli studenti padovani, a Mortara fu gravemente ferito. In seguito fu imprigionato dagli Austriaci a Brescia, ma riuscì a fuggire e si nascose a Padova dove per mesi continuò gli studi in latitanza. Amnistiato nel 1854, si distinse nell'ambiente universitario come docente privato finché nel 1855 il Santini lo volle come assistente. Nel 1864 Legnazzi fu di nuovo arrestato e incarcerato con l'accusa di alto tradimento. Nel 1866, con l'unità d'Italia uscì di prigione e fu subito nominato professore di geodesia, con voto unanime della Facoltà matematica. Nel 1868 fondò il *Gabinetto di geometria descrittiva* e adottò il testo del Bellavitis, del quale rimase poi sempre «strettamente osservatore» e devoto amico. Oltre che di astronomia, Legnazzi si occupò di vari progetti tecnici (acquedotti, tunnel sottomarini) e soprattutto del Catasto. Molto amato dagli studenti per la sua grande disponibilità, morì improvvisamente durante una passeggiata in via Belzoni, di fronte al carcere dei "Paolotti".

<sup>13</sup> **Virgilio Trettenero** (1822-1863) di Recoaro, laureato in matematica a Padova, nel 1850-51 fu supplente di Matematica pura elementare. Nel 1853 iniziò l'attività di astronomo della specola padovana e da allora divenne il miglior collaboratore del Santini che per molti anni supplì anche nell'insegnamento dell'astronomia. Trettenero fu poi titolare di Fisica e direttore del *Gabinetto di Fisica*. Il suo contributo scientifico più importante fu il completamento dei *Cataloghi Stellari padovani*, ottenuti mediante assidue osservazioni astronomiche, alle quali seguivano laboriosi calcoli di verifica delle orbite, di cui Trettenero fu un vero specialista. Morì precocemente nel 1863.

tammo l'equazione al Bellavitis dicendogli che l'avevamo trovata in un libro di astronomia. Egli la osservò, e subito ci domandò in qual libro mai avessimo trovata quell'equazione, e sorridendo: No, no, – ci disse – in nessun libro di astronomia esiste questa equazione; ma non importa, la risolverò egualmente, e lì su due piedi, dopo pochi tentativi su un pezzetto di carta ci assicurò che l'equazione aveva certamente due radici immaginarie, poi che aveva due radici molto grandi e così via: io guardava in viso l'amico Trettenero, la cui sorpresa veniva aumentando man mano che il professore quasi intuitivamente andava scoprendo le nostre furberie: insomma in 35 minuti ci diede le 4 radici reali. La mattina dopo ci portò anche le due radici immaginarie. Il professore Trettenero restò attonito, e da quel giorno ebbe venerazione e culto speciale pel professore Bellavitis.

Questa era l'equazione da noi composta e che conservai come prezioso ricordo:

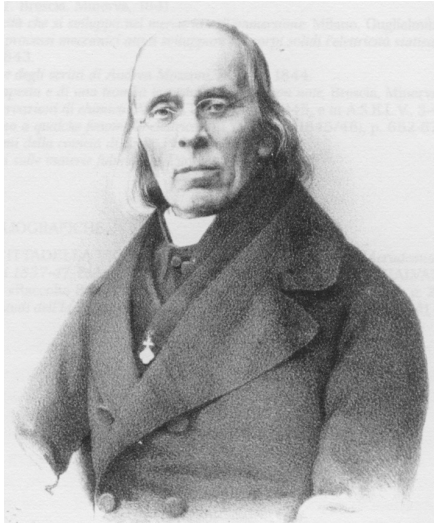
$$x^6 + 162,8 x^5 + 5934,11 x^4 - 55625,39 x^3 + 146901,935 x^2 - 115030,84 x + 27367,125 = 0$$

Invito i bravi discepoli del defunto Senatore a risolverla; io sarei molto contento se alcuno mi portasse i valori di tutte e sei le radici<sup>14</sup>.

Bellavitis, peraltro, si occupava delle cose più varie: dalla costruzione di macchine a vapore, a quella di strumenti di precisione, al Calcolo Sublime, all'uso delle quantità immaginarie, alle curve algebriche, alla meccanica celeste, la chimica, il moto dei corpi rigidi, l'elettromagnetismo, la struttura di un linguaggio universale... Sembra che Bellavitis si interessi a tutto, e in ciascuna di queste materie appare un ottimo dilettante o addirittura un professionista.

Vi è una famosa sua polemica con l'amico e collega Turazza, narrata da A.C. Garibaldi. Turazza era di formazione un analista, specialista in fluido-dinamica teorica, e ingegnere idraulico. Si è già detto che la meccanica dei fluidi fu per l'università di Padova e per tutte le università del nord Italia, una materia di primaria importanza. Le dispute sui modelli matematici del flusso dell'acqua nei canali, o sulle forme delle dighe, iniziano dal Seicento e sono di enorme importanza sia teorica che pratica. La repubblica di Venezia da sempre sceglie i docenti di Padova tra gli scienziati che hanno il maggior prestigio come ingegneri idraulici. Un nome fra tutti: Domenico Guglielmini (1655-1710), che ebbe una disputa con Papin, arbitro Leibniz. Le equazioni dell'idrodinamica per liquidi perfetti erano state formulate da Lagrange nella sezione *Hydrodynamique* della sua *Mécanique Analytique* del 1788, ma sussistevano enormi problemi di integrazione delle stesse equazioni. Per studiare il flusso delle acque nei canali si impongono condizioni semplificative di irrotazionalità del moto, di simmetria, di laminarità, di mancanza di attriti alle pareti. Turazza, utilizzando sviluppi in serie in coordinate sferiche, propone delle soluzioni esatte alle equazioni di

<sup>14</sup> Le radici sono: -87.4, -83.5, 0.5, 0.6, 3.5 - 0.5 i, 3.5 + 0.5 i. Ma abbiamo usato il programma *Mathematica* per calcolarle!



Francesco Zantedeschi.

Lagrange e ottiene soluzioni all'effluvio dell'acqua da un vaso conico e in molti altri casi.

Bellavitis interviene immediatamente proponendo delle soluzioni in serie più generali, delle quali quelle di Turazza sarebbero casi particolari. È sorprendente che su questa polemica, che lascia tracce nell'idrodinamica italiana successiva, non sembra si raggiunga mai un verdetto chiaro: aveva ragione Turazza o Bellavitis? In ogni caso, Bellavitis si mostra all'altezza della discussione con tutti gli esperti contemporanei e con i critici dei decenni seguenti. In seguito, anche a causa degli ulteriori sviluppi dell'idrodinamica aperti da Navier con l'aggiunta della viscosità, Turazza si disamora allo studio dell'idraulica teorica e diviene ingegnere idraulico "pratico".

Ecco un altro aneddoto raccontato dal Legnazzi:

Nel 1852 il prof. Zantedeschi<sup>15</sup> stava pubblicando una memoria sopra un suo strumento che non si moveva, ma che viceversa egli sosteneva dotato di moto uniforme e lo lodava come un capolavoro. Il Bellavitis vide il manoscritto sul tavolo dell'Istituto Veneto, lo apersé ed in fine dell'ultima pagina, come conclusione, ag-

<sup>15</sup> **Francesco Zantedeschi** (1797-1873), sacerdote veronese, insegnò fisica in vari licei della Lombardia e dal 1838 a Venezia, dove divenne membro dell'Istituto Veneto. Nel 1849 ottenne la cattedra universitaria di Fisica a Padova, che nel 1857 gli fu tolta perché negli ultimi anni aveva perso la vista. Il provvedimento fu sentito dallo Zantedeschi come una profonda ingiustizia e da allora egli condusse vita solitaria, continuando peraltro a dedicarsi agli studi di fisica e pubblicando lavori di meteorologia, spettroscopia, elettricità. A lui si deve il restauro di moltissimi strumenti antichi e la costruzione di nuovi dispositivi, alcuni dei quali sono tuttora conservati nei Musei scientifici dell'Università di Padova.

giunse queste parole: *Eppur sta fermo!* Il tipografo, che non capì niente dello scherzo, stampò tutto: ognuno immagina la rabbia e le ire del povero Zantedeschi per il tiro atroce, che gli fece il suo eterno tormentatore.

### *Coronidis loco*

Alla morte di Bellavitis (1880), il legame col Settecento è finalmente, se pur tardivamente, spezzato. Giungono quasi contemporaneamente a Padova Giuseppe Veronese, che aveva studiato a Zurigo, in Germania e a Roma (con Cremona) e Gregorio Ricci Curbastro, laureato alla Normale di Pisa e proveniente dalla scuola di Betti. Dalla Normale si trasferisce qui il fisico matematico Ernesto Padova, già maestro e amico di Ricci, e viene presto chiamato anche l'ottimo analista Francesco D'Arcais: inizia un periodo straordinario per la nostra città, che durerà una trentina d'anni, e investe la matematica come le altre scienze, ma anche la vita civile, morale e politica.

Un'altra generazione deve passare perché in un mondo ormai moderno, gli allievi di Veronese, Guido Castelnuovo, e di Ricci, Tullio Levi Civita, raggiungano la gloria. In quel tempo Francesco Severi, come lui stesso ci racconta, passeggiando solitario lungo i canali nebbiosi della nostra città, all'improvviso ebbe limpida agli occhi della mente la forma che avrebbe preso la sua teoria dell'equivalenza dei cicli sulle varietà algebriche.

### BIBLIOGRAFIA

S. CASELLATO - L. PIGATTO, *Professori di materie scientifiche all'università di Padova nell'Ottocento*, Centro per la Storia dell'Università di Padova, Edizioni Lint, Trieste 1996.

*Le Scienze Matematiche nel Veneto dell'Ottocento*, Atti del terzo Seminario di Storia delle Scienze e delle tecniche nell'Ottocento veneto, Venezia 22-23 novembre 1991.

L. ROSSETTI, *L'Università di Padova. Profilo storico*, Edizioni Lint, 2<sup>a</sup> ed., Trieste 1983.

E.N. LEGNAZZI, *Commemorazione del Conte Giusto Bellavitis*, Ed. Prosperini, Padova 1881.

Nel ricostruire queste vicende mi sono lasciato volentieri suggestionare da alcuni testi e commemorazioni, citati nella bibliografia, e non sempre sono risalito alle fonti documentali, a parte la consultazione degli annuari ottocenteschi dell'università e qualche vecchio libro. Ringrazio di cuore l'amico dottor Paolo Maggiolo, della Biblioteca Centrale dell'Università di Padova per le numerose conversazioni, che sono valse a correggere la mia miope visione storica, e per avermi cortesemente fornito del materiale di grande interesse. Ringrazio inoltre per la sua disponibilità la dottoressa Emilia Veronese del Centro per la Storia dell'Università di Padova.

FRANCESCO BALDASSARRI

## La stagione d'oro della matematica a Padova\*

### *Prologo*

Mi è stato affidato il compito grato di rievocare un periodo magico degli studi matematici a Padova, che vide la nostra città grande protagonista europea di questa scienza. Gli astri che illuminarono questa stagione furono, in tempi leggermente sfasati, Gregorio Ricci-Curbastro (1853-1925), Giuseppe Veronese (1854-1917), Tullio Levi-Civita (1873-1941) e Francesco Severi (1879-1961). Tre di essi, Ricci-Curbastro, Levi-Civita e Severi, occupano un posto riconosciuto e ben meritato nella storia universale della scienza; il quarto, Veronese, fu grande e appassionato matematico e vigoroso animatore di progresso culturale e scientifico.

Devo subito chiarire che chi scrive non è professionalmente uno storico della scienza, ma un matematico, successore nella cattedra di geometria proprio di quei grandi, e oggi tra i responsabili della educazione e della ricerca matematica nella stessa università. Questo breve testo non ha una pretesa storica e vuole suggerire invece un confronto con l'attualità. Come possiamo oggi ricreare una scuola del valore di quella che fiorì nel primo Novecento? Cosa ha causato la decadenza della matematica nella nostra università a partire dagli anni '20 e la lentezza del recupero nel secondo dopoguerra? Il nostro mondo universitario è cambiato totalmente, o in fondo le cose si ripetono?

Non faremo così a questi nostri grandi predecessori il torto di considerarli morti!

Mi fa piacere riconoscere il gran debito che porto al bel testo di Guerraggio e Nastasi sulla storia della matematica italiana tra le due guerre<sup>1</sup>, che è particolarmente ricco di informazioni su Severi e Levi-Civita, ma ricostruisce anche utilmente l'evoluzione della matematica italiana prima e dopo la stagione dei nostri protagonisti. Ho inoltre letto le commemorazioni di Ricci-Curbastro da

\* Questo testo riproduce, con la sola aggiunta di alcune note storiche, l'articolo dallo stesso titolo apparso nel volume *Padua felix. Storie padovane illustri*, edito da Esedra editrice, 2007. Esso è qui ripubblicato, con il consenso dell'editore (ed il lieve rammarico dell'autore...), allo scopo di rendere più completo il presente volume.

<sup>1</sup> A. GUERRAGGIO - P. NASTASI, *Matematica in camicia nera*, Bruno Mondadori Editore, 2005.

parte di Levi-Civita<sup>2</sup>, di Levi-Civita da parte di Ugo Amaldi<sup>3</sup>, e di Severi da parte di Beniamino Segre<sup>4</sup> e Leonard Roth<sup>5</sup>, nonché tanti altri discorsi e commemorazioni dell'epoca<sup>6</sup>. Non sempre ricordo precisamente dove ho appreso un'informazione! Ammetto però di avere anche sfogliato un libretto “di famiglia”<sup>7</sup> che racconta di Giuseppe Veronese e che mi ha convinto del suo ruolo importante nel rinnovamento dell'ambiente padovano di fine Ottocento<sup>8</sup>.

Beninteso, a nessun matematico contemporaneo, e tantomeno a un geometra o a un fisico matematico, è lecito non sapere quali contributi fondamentali Gregorio Ricci-Curbastro e il suo allievo di vent'anni più giovane Tullio Levi-Civita, abbiano dato alla formulazione intrinseca delle proprietà differenziali degli spazi e quindi delle leggi della natura. Ma un conto è utilizzare il “tensore di Ricci” o il “trasporto parallelo di Levi-Civita”, che, grazie ad una grande evoluzione formale della geometria, appaiono oggi delle nozioni perfettamente naturali, e quindi un po' fredde, ed un conto è leggere i testi originali, dove si vede sorgere l'idea, e dove gli autori si sforzano di rendere comprensibile e naturale quello che all'epoca è ancora misterioso. Come tutti sanno, i ricercatori di oggi, affannati nei loro studi specialistici, nell'organizzazione di corsi e seminari, nelle beghe accademiche (di oggi come di ieri!), dimenticano spesso di guardare al passato, e all'avventura di chi, in fondo non di molto, li ha preceduti.

Spero che questo diletterismo in materia di storia, che il lettore compatirà, possa ravvivare la mia scrittura, perché è stata per questo ancora più forte per me l'emozione nell'aprire quei registri custoditi nell'archivio storico di Palazzo Bo<sup>9</sup> (“al Bo”, come si è sempre detto), e nello sfogliare, per la prima volta, le pagine di quelle opere da sempre alloggiate nella nostra biblioteca, nel rileggere i giudizi del tempo, le commemorazioni, le critiche.

<sup>2</sup> Tenuta ai Lincei il 3 gennaio 1925. Vedi le *Opere* di Ricci, vol. I.

<sup>3</sup> Tenuta ai Lincei il 16 novembre 1946. La data ha importanza! Vedi Levi-Civita, *Opere*, Vol. I.

<sup>4</sup> Tenuta il 27 aprile 1962, all'INdAM, Roma.

<sup>5</sup> J. London Math. Soc. 38 (1963), 282-307.

<sup>6</sup> Ve ne sono alcune tenute da Angelo Tonolo (1885-1962), che fu professore di Analisi a Padova fino al secondo dopoguerra.

<sup>7</sup> S. BALDASSARRI GHEZZO, *Giuseppe Veronese*, Dip. di Matematica P. & A., Università di Padova (1995).

<sup>8</sup> Vedi anche *Atti del Convegno Giuseppe Veronese, 23 maggio 2003*, in *50 anni di “Veronese”*, Il Leggio, Sottomarina di Chioggia, 2004.

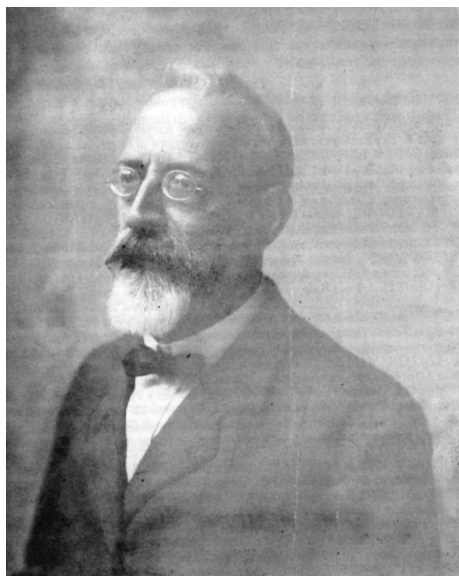
<sup>9</sup> Ringrazio la dottoressa Emilia Veronese del Centro per la storia dell'Università di Padova e il dottor Paolo Maggiolo della Biblioteca Centrale Universitaria per la gentile collaborazione.

*La scuola matematica a Padova*

La prima domanda che sorge spontanea, specie a chi abbia dimestichezza con la quotidianità delle vicende accademiche, è *qual è stato il ruolo di Padova e della sua università in questi successi?* La compresenza, diciamo nel 1905, nel corpo docente dello studio patavino di personalità del livello di quegli studiosi, non può essere un fatto del tutto casuale. L'esperienza ci dice che un tale miracolo deve aver avuto degli intercessori, e deve avere goduto del sostegno scientifico e morale di una comunità accademica influente e sensibile. Inoltre, per essere giustificabile e sostenibile negli anni, un tale impianto necessitava dell'apporto costante di nuove leve da una struttura scolastica di base vasta, competente e ben organizzata.

Diciamo subito che non tutti gli illustri matematici summenzionati erano propriamente di scuola padovana, né hanno poi svolto a Padova tutta la loro attività scientifica. Ricci aveva studiato a Bologna e alla Scuola Normale di Pisa, con maestri come Ulisse Dini ed Enrico Betti. A Monaco di Baviera seguì i corsi dei grandi geometri Klein e Brill; ritornò poi ancora a Pisa come assistente del Dini. Vinse la cattedra a Padova nel 1880 e non volle più spostarsi (nemmeno per il passaggio dallo straordinario all'ordinariato, che subì per questo un lungo ritardo!) fino alla morte. Abbastanza simile è la storia di Veronese, che studiò al politecnico di Zurigo e poi a Roma, con Cremona, e di nuovo a Berlino e Lipsia, con Felix Klein. Anch'egli venne a Padova nel 1880, dove sostituì Giusto Bellavitis (1803-1880) nella cattedra di geometria e insegnò in questa università fino alla morte, pur ricoprendo nel frattempo importanti cariche politiche a Roma, come senatore per i democratici. Dunque, Ricci e Veronese condivisero la responsabilità di reggere le sorti della matematica a Padova nel periodo che ci interessa. Entrambi si interessarono anche di politica, Ricci in consiglio comunale nel versante opposto dei clericali-conservatori. Un po' meno note sono le figure di buoni maestri dell'epoca come l'analista Francesco Flores d'Arcais (1849-1925), proveniente da Cagliari, e il fisico matematico Ernesto Padova (1845-1896), che qui si trasferì dalla Scuola Normale di Pisa, entrambi intimi amici di Ricci.

Tullio Levi-Civita fu invece autenticamente il prodotto, in un humus geniale, di quanto di meglio potevano offrire un momento culturalmente molto elevato per Padova, e una splendida educazione, familiare, scolastica e universitaria. Ricordiamo per inciso che il padre di Tullio, Giacomo Levi-Civita, grande patriota, nato a Rovigo, aveva preferito recarsi a studiare legge nella molto più risorgimentale e aperta città di Torino; a diciassette anni era stato con Garibaldi ad Aspromonte e nel 1866 a Bezzecca si era guadagnato una medaglia al valore. Divenuto celebre avvocato, fu sindaco di Padova dal 1904 al 1910. Il figlio Tullio, le cui doti eccezionali apparvero dalla più tenera età, ebbe come professore di matematica, al ginnasio-liceo cittadino "Tito Livio", Paolo



Francesco Flores d'Arcais.



Ernesto Padova.

Gazzaniga (1853-1930), uomo di grande valore, che teneva anche l'incarico di "Teoria dei Numeri" all'università<sup>10</sup>. Frequentò poi appunto i corsi di matematica all'università di Padova, e i suoi insegnanti erano tutti di prim'ordine: Ricci, Veronese, d'Arcais, Padova, Gazzaniga. Il grande fisico matematico si sviluppò dunque interamente nell'ambiente culturale di Padova, e da tutti quei maestri prese qualcosa, come poi vedremo. Il suo valore fu immediatamente riconosciuto al punto che egli vinse la cattedra di fisica matematica, che era stata di Ernesto Padova, a soli 24 anni, nel 1897. Si trasferirà a Roma, già celebre, nel 1919. La presenza di Levi-Civita a Padova nel ventennio 1897-1919 fu essenziale nel dare all'ambiente matematico patavino una levatura internazionale e un tono tale da potervi attirare una persona straordinaria, ma anche irrequieta ed ambiziosa, come Francesco Severi.

L'origine scientifica di Severi non era affatto padovana. Egli aveva assorbito il meglio della cultura matematica nazionale, in varie università italiane: originario di Arezzo, studiò a Torino con il grande geometra Corrado Segre e il logico Giuseppe Peano. Fu assistente di Federico Enriques a Bologna nel 1902 e di Eugenio Bertini a Pisa nel 1903. Vinse la cattedra di geometria a Parma nel 1904 trasferendosi a Padova nel 1905. A Padova fu titolare della cattedra di geometria per 17 anni, ma con l'interruzione degli anni di guerra, e co-

<sup>10</sup> Vale forse la pena di notare che dopo oltre 50 anni di interruzione l'insegnamento di Teoria dei Numeri riprese a Padova, con Iacopo Barsotti, solo nel 1974.

munque sempre mantenendo stretti contatti con la sua città natale. Su quanto seguì il suo trasferimento all'ambita e contesa cattedra di geometria a Roma nel 1922, farò un cenno in seguito. In ogni caso, la presenza di Severi a Padova testimonia non di uno speciale rapporto sentimentale con questa città, ma di un ambiente culturalmente elevato ed aperto che risultò sopportabile ad uno spirito tanto irrequieto. In questo ambiente Severi trovò condizioni propizie di vivibilità e tranquillità per potervi produrre i migliori risultati della sua geniale produzione matematica.

Nel considerare i meriti della scuola matematica di Padova, e in particolare di Giuseppe Veronese, si pecca un po' per difetto, in quanto non si fa normalmente cenno a Guido Castelnuovo (1865-1952), uno dei padri della geometria algebrica moderna, che aveva appunto studiato a Padova e si era laureato con Veronese. Fu Veronese che indirizzò Castelnuovo a Roma, dove poi si sviluppò tutta la sua carriera e dove egli fondò con Enriques la grande scuola geometrica italiana. A proposito di Castelnuovo, veneziano, è opportuno citare anche il suo professore di matematica al ginnasio-liceo "Foscarini" di Venezia, Aureliano Faifofer (1843-1909), didatta insigne, come ebbe a dire Enriques, traduttore di Dedekind, ed assistente di Bellavitis all'università di Padova.

### *La città del Santo*

Cos'era Padova culturalmente a fine Ottocento? Da una parte la città del vescovado e dei collegi tenuti dalle suore, d'altra parte la città del libero pensiero e del positivismo morale e sociale di Roberto Ardigò (1828-1920), che si era spretato a 43 anni, insegnò filosofia per 28 anni nella nostra università, e morì suicida a 92 anni. Già da alcuni anni, Giovanni Canestrini (1835-1900) aveva qui importato il darwinismo. Una città quindi al tempo stesso bonariamente conservatrice e fortemente progressista, positivista e umanista. Una città politicamente divisa (ma non spaccata, come si dice oggi) tra conservatori e clericali da una parte e liberali, radicali e socialisti (destinati poi a dar vita insieme a un fronte democratico) dall'altra. Fioriva a Padova una borghesia intellettuale cittadina d'Europa, che parlava correntemente le lingue tedesca e francese, educata nel prestigioso ginnasio-liceo "Tito Livio", imparentata con famiglie viennesi. Sin dal Cinquecento Padova aveva attirato gli ebrei di tutta Europa per la sua università e la compresenza di importanti studi rabbinici. In quest'epoca, passati i duri tempi di repressione, l'antisemitismo, o come oggi si preferisce dire, l'*antigiudaismo*, era ristretto a certi ambienti cattolici<sup>11</sup> e gli ebrei padovani conoscevano una nuova floridezza. Ad alcune famiglie ebre

<sup>11</sup> Sostenuti purtroppo da giornali del prestigio di *Civiltà Cattolica*, la rivista dei Gesuiti.

padovane appartenevano anzi tra i più rispettati rappresentanti dell'aristocrazia terriera, economica e culturale della città. Siamo alla seconda generazione risorgimentale, e l'amore per la patria, la fiducia nella scienza, nel progresso e nell'integrità degli uomini sono comuni a tutti i partiti politici e a tutte le fedi. Giolitti è al governo del paese, e, fatto stupefacente, il consiglio comunale di Padova annovera simultaneamente tra i suoi rappresentanti, in diversi partiti politici, i matematici Veronese, Severi, Ricci-Curbastro, d'Arcais. Come si è già detto, dal 1904 al 1910 è sindaco di Padova Giacomo Levi-Civita, padre di Tullio. Un garibaldino ebreo e libero pensatore al governo di Padova: che storia sorprendente quella della nostra città<sup>12</sup>!

Padova a quel tempo è percorsa da verdi canali, bellissimi e tranquilli, ora purtroppo per lo più interrati, affiancati da mulini, peschiere, squèri, e piccoli commerci. È celebre in tutto il mondo per la basilica di Sant'Antonio e per la grande sala del Palazzo della Ragione. In quegli anni, proprio il sindaco Levi-Civita riesce ad acquisire al comune la proprietà della Cappella degli Scrovegni, capolavoro di Giotto. La città è illuminata con lampioni a gas, ma già nel 1883 si fanno delle prove di illuminazione elettrica in occasione di feste cittadine<sup>13</sup>. La fornitura municipale del gas arriva nel 1896, ma solo nel 1902 si ha la prima distribuzione di energia elettrica su scala industriale<sup>14</sup>.

I padovani di fine Ottocento sono amanti del vivere semplice e della cucina casalinga. A proposito di cucina, l'unità d'Italia è in questo momento ancora da venire. I piatti sono la pasta e fagioli, il bollito, i tradizionali bigoli fatti in casa. Il vino dei colli Euganei è aspro e non si conserva: quello migliore in città viene da Trani. Per i bambini ci sono *zaéti*, *caramèi* e *peréti còti*, dolcezze ormai quasi scomparse. Ma Padova ha, allora come oggi, le sue Grinzing, Torreglia e Teolo<sup>15</sup>, dove sono sorte, alla moda viennese<sup>16</sup> degli *Heurigen*, delle rustiche trattorie ("Ballotta" tra le prime) dove si gustano sotto la pergola il pollo novello alla griglia, la minestra coi fegatini, e il pane rustico cotto nel forno a legna. Gli austriaci lanciano anche la moda delle cure termali nel vicino centro di Abano Terme.

<sup>12</sup> Anche a Roma fu sindaco dal 1907 al 1913 il mazziniano inglese Ernesto Nathan, che aveva preso la cittadinanza italiana nel 1888, ebreo e Gran Maestro della massoneria italiana dal 1895 al 1904 e dal 1917 al 1919. Il celebre avvocato antifascista Alessandro Levi (Venezia 1881 - Padova 1953), nipote di Giacomo Levi-Civita, e quindi primo cugino di Tullio, sposò Sarina Nathan, nipote di Ernesto.

<sup>13</sup> G. TOFFANIN, *A Padova nell'ottantatre*, Padova 1982.

<sup>14</sup> P. CASETTA, *La prima energia elettrica a Padova*, in *Padova e il suo territorio*, maggio-giugno 1987.

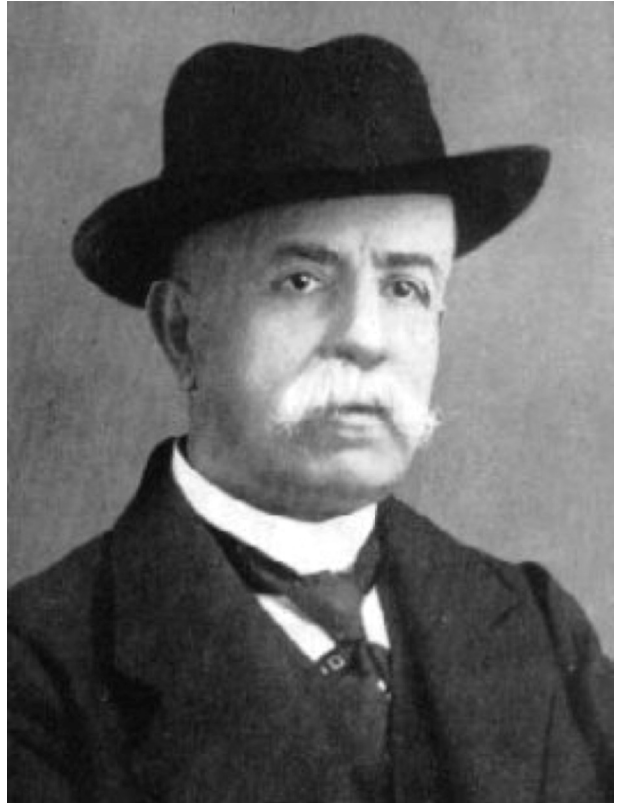
<sup>15</sup> Dal latino *títulus*, confine. Ma, curiosamente, i padovani pronunciano *Teólo*.

<sup>16</sup> Le "frasche", vendite dirette di vino novello dal produttore al pubblico erano state autorizzate in tutto l'impero austro-ungarico per decreto dell'imperatrice Maria Teresa. La plausibilità di questo collegamento mi viene confermata dal dottor Sergio Giorato, responsabile della Biblioteca Comunale di Teolo e storico dei Colli Euganei.

*Gregorio Ricci-Curbastro*

Nacque a Lugo di Romagna nel 1853, da una famiglia ricca e nobile dello stato pontificio. Iniziò l'università a Roma nel 1870, dove incappò nella breccia di Porta Pia, e dove d'altra parte la matematica non era in quegli anni ben rappresentata. Egli, come tutta la sua famiglia, era fedele al Papa, e bisogna dire che Ricci mantenne per tutta la sua vita, con grande umiltà e generosità, una fervente fede cattolica. Si allontanò subito da Roma, e passò alla Scuola Normale Superiore di Pisa, dove ebbe dei maestri di grande livello: Betti, Dini ed Ernesto Padova (che poi si trasferì a Padova proprio su insistenza di Ricci). Devo ricordare che ancora oggi ogni studente di matematica e altresì di fisica e ingegneria, conosce il nome di questi insigni matematici. È interessante la scelta delle problematiche che i suoi maestri gli suggerirono: la sua tesi ad esempio fu sulle equazioni differenziali fuchsiane, e si sviluppò poi in altri studi sulle equazioni ipergeometriche e sulla monodromia delle equazioni differenziali lineari. È un argomento ancora oggi attuale, evidentemente suggerito da Betti, influenzato da Riemann. Quanto conta l'influenza dei buoni maestri! E non tanto perchè poi si debbano continuare a sviluppare sempre gli stessi temi, ma nel gusto e nell'educazione... Passò Ricci un anno post-lauream a Monaco, dove seguì il corso di Felix Klein, il grande geometra, che aveva lasciato la ricerca di frontiera, per impegnarsi nell'opera fondamentale di ridefinizione della stessa geometria. Klein ebbe in simpatia Padova e l'Italia, come del resto, una generazione innanzi, era stato il caso di Bernhard Riemann in particolare per Pisa. La matematica italiana usciva dal Risorgimento piena di ideali e di aspirazioni, ma necessitava dell'appoggio e dell'esempio delle scuole molto meglio organizzate di Francia e Germania. Ricordiamo però che allora Padova era più naturalmente vicina al modello universitario tedesco, che vedeva molte piccole capitali della cultura, piuttosto che alla centralizzazione napoleonica delle *Grandes Écoles* di Parigi.

Vogliamo dire qualche parola sul merito matematico di Ricci. Egli si occupò principalmente della materia che oggi si chiama geometria differenziale, allora come oggi molto vicina alla fisica matematica. Argomento principale di attenzione per Ricci furono le forme differenziali sulle superficie e sulle varietà riemanniane e semi-riemanniane. In questi casi, vi è una forma differenziale quadratica speciale che ha il significato di "elemento di lunghezza" sulla superficie o di "elemento di durata" nello spazio-tempo. Questa forma differenziale è variabile da punto a punto rispetto a un qualunque prescelto sistema di coordinate, ma va invece considerata come l'unico "invariante" della situazione! È necessario quindi modificare i metodi analitici di derivazione, per far sì che quella forma rappresenti una costante, cioè qualcosa di "assoluto". Questo porta necessariamente all'introduzione della derivazione covariante. Le formule che si generano erano state anticipate da Christoffel, ma Ricci per primo spiega con assoluta consapevolezza il loro significato. Ricci scrive in modo chiarissimo



Gregorio Ricci-Curbastro.

e didatticamente molto convincente. Forse infastidisce un po' il lettore moderno la gran quantità di indici e di sommatorie, che le notazioni di oggi rendono molto più digeribili. Ma ha la virtù di non nascondere nulla a chi legge e di essere completamente esplicito. Dal punto di vista didattico, il testo migliore di Ricci, è, a mio avviso, *Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications*<sup>17</sup>, scritto in collaborazione con Levi-Civita su sollecitazione di Klein, che certamente è servito di base a innumerevoli corsi di calcolo tensoriale in oltre un secolo di storia. Al giorno d'oggi una lettura di Ricci può ancora avere un senso, ad esempio per accompagnare un corso più moderno e astratto, allo scopo di esplicitarne il contenuto computazionale e le applicazioni alla metrica delle superficie. Per quanto concerne le applicazioni alla fisica matematica, è forse meglio leggere addirittura Levi-Civita, molto più moderno e attuale, e che fu un fisico matematico di ben più vasti orizzonti.

Da quanto dice Levi-Civita, pare di capire che Ricci non fosse un inseg-

<sup>17</sup> Math. Annalen, Band LIV (1900), pp. 125-201.

nante affascinante. Le sue lezioni, scrupolosamente preparate e perfette nella forma, erano, a quanto sembra, piuttosto noiose<sup>18</sup>. Lui stesso non era uomo di mondo, né di battuta pronta, né di visioni moderne. In politica era un cattolico moderato, e fu anche assessore più volte, sia a Lugo che a Padova. Era modesto, buono e caritatevole; si occupava con scrupolo dei suoi studenti e delle buone cause in consiglio comunale. Quest'uomo un po' grigio, schivo degli onori, che viaggiava mal volentieri, concepì e sviluppò in un signorile isolamento un fondamentale aspetto del calcolo moderno, indispensabile strumento nelle mani di Levi-Civita e di Einstein per fondarvi la teoria della relatività generale: il calcolo differenziale assoluto.

Si trattava di rendere intrinseche le equazioni che regolano le curve di minima distanza sulle superficie, le geodetiche, e di esprimere, sempre in modo intrinseco, le nozioni di curvatura su una superficie, e poi in varietà di dimensione più alta. Perché tutto doveva essere "intrinseco"? Ricci sapeva bene che era la realtà matematica ad imporre la formulazione intrinseca delle proprietà metriche, ma non era chiaro ai suoi critici che il pesante bagaglio tecnico necessario per soddisfare questo sogno di matematico valesse i risultati ottenuti.

Uno dei difetti della comunità matematica (per non dire di quella scientifica in generale!) è l'attesa e la pressione sui ricercatori in vista della soluzione di problemi "alla moda". Gli articoli che si occupano di metodi e fondamenti, spesso di necessità più lunghi, che non si concludano con una brillante applicazione alla soluzione di un problema aperto, trovano difficoltà ad essere pubblicati, e perfino letti. Ricci soffrì di questo stato di cose, e tentò di applicare il suo calcolo differenziale assoluto a problemi di metrica sulle varietà riemanniane (in particolare sulle superficie). Ad esempio, si occupò della caratterizzazione delle varietà che oggi si direbbero parallelizzabili, cioè dove esistano globalmente sistemi di coordinate ortonormali. E studiò anche interessantissimi problemi geodetici sulle varietà riemanniane, ad esempio ricercò in esse le cosiddette *superficie geodetiche*.

In entrambe le occasioni in cui Ricci si candidò per il premio reale dell'accademia dei Lincei (nel 1887 e nel 1901) egli non lo ottenne, e sempre il motivo del rifiuto, sancito per altro da insigni matematici, fu che i risultati da lui ottenuti con l'ausilio del calcolo differenziale assoluto potevano anche essere ottenuti tramite metodi più classici. Fu la teoria della relatività generale la «giusta di glorie dispensiera» per Ricci. Einstein fondò la sua teoria sul "calcolo di Ricci", di cui si impadronì grazie ad una intensissima corrispondenza e frequentazione con Levi-Civita. Dal 1913 non si contano le onorificenze accademiche ricevute da Ricci, né gli inviti all'estero, che egli peraltro generalmente

<sup>18</sup> Mi pare lo dica anche Severi, in un discorsetto commemorativo tenuto a Lugo, ma non ho la fonte.

rifiutava. Lo stesso Einstein nel 1921 venne a Padova a tenervi una conferenza proprio per conoscere Ricci. Si spense nel 1925 in una clinica di Bologna. Uomo posato, ebbe per tutta la vita la consapevolezza, per molto tempo solitaria, di avere creato uno strumento imprescindibile per qualunque sviluppo della geometria e della fisica. È però ingiusto apprezzare Ricci solo in funzione della teoria della relatività generale. Egli ha fatto né più né meno del necessario: l'introduzione della derivazione covariante è una assoluta necessità matematica, e ciò dovrebbe bastare.

### *Giuseppe Veronese*

Ricordiamo che contemporaneo di Ricci a Padova fu il grande geometra di Chioggia Giuseppe Veronese, che lasciò traccia indelebile nella geometria algebrica degli iperspazi, nonché nello studio dei fondamenti della geometria, ed in particolare di quella “non-archimedea”. Veronese si era diplomato all'Istituto Tecnico di Venezia, dove aveva avuto anch'egli un insegnante di matematica memorabile: Pietro Cassani (1832-1905). Aveva poi lavorato per un anno a Vienna, per poi iscriversi al politecnico di Zurigo. Ritornato in Italia, a Roma, grazie a Cremona, che lo stimava molto, soggiornò ancora un paio d'anni in Germania, prima di vincere la cattedra a Padova nel 1880. Era un uomo vulcanico ed influente, politicamente all'opposto di Ricci, ma condivise indubbiamente con Ricci il buon governo dell'istituto di matematica e anche del comune di Padova. Nel 1904 la carriera politica di Veronese culminò con la nomina a Senatore del Regno. Non posso qui soffermarmi sulle attività di questo importante personaggio che influì parecchio sulla comunità matematica italiana, per almeno due aspetti. Da una parte, nel fare accettare al mondo scientifico gli spazi geometrici a più dimensioni, come altrettanto reali ed importanti della retta, del piano e dello spazio euclideo elementari. Questo ebbe un effetto non trascurabile sull'educazione scientifica dell'epoca, effetto che peraltro sembra talora nuovamente perduto! Ad esempio, Veronese poteva spiegare che, sebbene la nostra esperienza sembri svolgersi nello spazio euclideo a tre dimensioni, gli spazi di dimensione superiore devono essere studiati con altrettanta attenzione. Ora, la teoria della relatività ci insegna che la nostra stessa vita si svolge in spazi molto più complicati di quello euclideo tridimensionale. Ma non dobbiamo commettere di nuovo l'errore di giustificare solo lo studio di quei modelli matematici che sono più utili per spiegare come, ad esempio, le particelle accelerate ci sembrano vivere più a lungo! Sarebbe né più né meno che ripetere l'errore di un tempo!

Veronese studiò anche una geometria modellata su corpi ordinati più complicati dei numeri reali, dove l'assioma di Archimede non vale. Anche questo ebbe importanza per eliminare dei pregiudizi e influenzò l'educazione, ad esempio, di Levi-Civita. Infine, non bisogna dimenticare che Veronese fu impegnato in una polemica con Peano sui fondamenti logici della geometria. Se oggi



Giuseppe Veronese.

i termini della polemica ci (o almeno mi) lasciano indifferenti, non c'è dubbio che erano all'epoca argomenti importanti<sup>19</sup>.

Vorrei aggiungere infine, anche se su questo punto non ho informazioni precise, che forse un certo appoggio politico alla straordinaria stagione matematica di Padova sia stato proprio garantito dall'influenza e dal prestigio di Veronese.

### *Tullio Levi-Civita*

Matematico di prima grandezza è Tullio Levi-Civita, nato a Padova nel 1873 e morto a Roma nel 1941, estromesso dall'insegnamento nel 1938 dalle sciagurate e autolesioniste leggi razziali. Non voglio intrattenermi sugli anni romani di Levi-Civita, indubbiamente incupiti dal crescente antisemitismo. Le amicizie, in particolare per un ebreo, erano spezzate dalla emarginazione e dal controllo politico, e spesso dalle ambizioni stesse di alcuni colleghi, ansiosi di ben

<sup>19</sup> Vedi gli articoli di U. Bottazzini e di A. Brigaglia in *50 anni di "Veronese"* e il libro di S. Baldassarri Ghezzi, per ulteriori informazioni.

meritare di fronte al potere. L'Unione Matematica Italiana per prima si affrettò ad espellere i suoi soci ebrei, e ad epurarne i contributi<sup>20</sup>.

Torniamo alla matematica di Levi-Civita. Egli era stato il migliore allievo in tutte le materie già dai tempi del "Tito Livio", e anche prima. All'università, come si è detto, si trovò di fronte un gruppo di insegnanti assolutamente senza pecche, ed un ordinamento di studi di eccellenza, che oggi la legge vigente<sup>21</sup>, nel gioco dei crediti, non consente di fornire agli studenti di matematica. La cosa che mi ha immediatamente impressionato nel leggere alcuni lavori di Levi-Civita è appunto come egli abbia imparato da tutti i suoi insegnanti! Levi-Civita si laureò con Ricci con una tesi *Sugli invarianti assoluti*. Ma già prima aveva scritto una bella memoria *Sugli infiniti e infinitesimi attuali quali elementi analitici*, dove sviluppa gli insegnamenti di Veronese. Inoltre, poco dopo, scrisse un lavoro di teoria analitica dei numeri, materia alla quale era stato introdotto da Gazzaniga, già suo professore anche al Liceo. E non si deve pensare che in questi argomenti fosse un dilettante. Sul primo argomento tornò più volte, e sviluppò veramente l'analisi sulla retta non-archimedeica di Veronese, preconizzando l'analisi non-standard di oggi. Il lavoro di teoria dei numeri fornisce una espressione analitica, in forma di residuo di una funzione meromorfa, per il numero di primi in un intervallo limitato. E da d'Arcais e Padova imparò rispettivamente l'analisi e la fisica matematica, materie nelle quali divenne un astro. Levi-Civita fu l'allievo prediletto di Ricci; rapidamente si impadronì di tutta la forza del calcolo differenziale assoluto e ne sviluppò i metodi e le conseguenze.

Naturalmente, il lettore non si può aspettare qui da me una disamina critica di tutte le opere di Levi-Civita. Sono 266 i suoi articoli originali e ad essi si devono aggiungere decine di libri didattici. Fu esplicitamente riconosciuto all'epoca il più grande dei fisici-matematici viventi e questo giudizio non è mutato.

Il nome di Levi-Civita è soprattutto legato alla geometria differenziale delle varietà riemanniane e semi-riemanniane, a numerose questioni di fisica matematica, di idrodinamica, di teoria del potenziale, sulle onde elettromagnetiche, ed alla teoria della relatività generale, e al movimento degli astri. Ad esempio, egli discusse in molte occasioni generalizzazioni del cosiddetto "problema dei 3 corpi", che domanda delle possibili traiettorie di tre corpi soggetti solo all'attrazione newtoniana, in particolare in caso di urti fra i detti corpi. Il contributo principale di Levi-Civita riguarda proprio la regolarizzazione del problema in caso di urto binario (cioè fra due dei detti corpi). Significa che le traiettorie di questi corpi superano l'urto in modo piuttosto liscio. Interessantissimi sono i suoi lavori sul "problema relativistico di n corpi", ove le equazioni

<sup>20</sup> A un lettore non già depresso, raccomando la lettura del succitato testo di Guerraggio e Nastasi.

<sup>21</sup> Forse ispirata dall'antico motto *Purus mathematicus, purus asinus*.



Tullio Levi-Civita.

di Newton sono sostituite da quelle di Einstein. Per esempio, anche il caso di due soli corpi, già trattato da Einstein e Schwarzschild, ha delle conseguenze osservabili astronomicamente. Il famoso anticipo del perielio di Mercurio (di circa  $50''$  al secolo) è spiegabile con (una forma estremamente semplificata di) questi studi. La meravigliosa e semplice nozione che è più legata al suo nome è il cosiddetto “trasporto parallelo”. Si tratta di un metodo per mantenere la nozione di invarianza degli assi in uno spazio curvo. Levi-Civita fornì e discusse geometricamente le equazioni differenziali che permettono di trasportare parallelamente lungo una curva un vettore, senza alterarne la lunghezza, anche se il modo per misurare questa stessa è variabile da punto a punto.

Levi-Civita è ancora attuale: si può dire che ancora oggi per un ricercatore di punta nei campi della geometria differenziale o analitica, in fisica matematica o in analisi, leggere Levi-Civita è una bella esperienza culturale.

Non essendo uno specialista di fisica matematica, ho cominciato con lo sfogliare l'ultimo volume (il sesto) delle *Opere* di Levi-Civita, dove sono raccolti parecchi lavori di natura introduttiva e non troppo tecnici. Devo veramente suggerire allo studente di matematica o fisica e al volonteroso studente di liceo

questa lettura. Ad esempio, si può cominciare con *Parallelismo e curvatura in una varietà qualunque*, dove il trasporto parallelo di Levi-Civita è finalmente spiegato nel modo, assolutamente geometrico, in cui è sorto nella mente dello scopritore. Egli utilizza la superficie sviluppabile formata dai piani tangenti a una curva su una data superficie, per spiegare le equazioni del trasporto parallelo lungo quella curva. Un metodo di cui disponeva grazie alla sua ottima preparazione geometrica, acquisita grazie a Veronese! Ho letto anche una storia del problema dei tre corpi, nello stesso volume, e ho trovato una scrittura chiara piacevole e al tempo stesso ricchissima di utili informazioni. L'ultimo lavoro è sul problema degli  $n$  corpi in relatività generale, un problema di enorme difficoltà, che governa il moto delle stelle, specie quando sono vicine l'una all'altra. È una lettura straordinaria, con una bellissima introduzione a tutta la teoria einsteiniana, e in particolare alle equazioni di Einstein che governano simultaneamente il moto dei corpi, la densità di materia e il campo gravitazionale. La cartesiana semplicità del problema newtoniano è perduta! Levi-Civita spiega bene come il problema in questo ambito sia tanto difficile, da renderne necessaria una formulazione ristretta e approssimata. Il problema diviene naturalmente: quali restrizioni e approssimazioni producono i risultati più significativi? Anche se oggi molto progresso è stato fatto nella soluzione delle equazioni di Einstein, il lettore gode nell'affidarsi a una guida di tale vivacità e sicurezza. Analogamente posso raccomandare i suoi articoli introduttivi alla teoria delle onde. Innumerevoli sono i suoi articoli e testi sulla teoria della relatività.

Einstein, che intrattenne con lui un intenso scambio epistolare, gli scrisse una volta «non ho mai sperimentato una corrispondenza più interessante». Intervistato a Princeton su cosa conoscesse dell'Italia, Einstein disse *Spaghetti and Levi-Civita* (Umberto Bottazzini ritiene l'aneddoto vero).

È importante ricordare che a Padova fu per oltre quindici di quegli anni anche Francesco Severi, il grande geometra algebrico. Uomo spiritoso e di compagnia, ma molto consapevole della propria grandezza, Severi si accompagnava volentieri ai Levi-Civita (“chiassofili” definisce i coniugi Severi la signora Levi-Civita in una lettera alla sorella)<sup>22</sup>. Furono ad esempio insieme in un memorabile viaggio in Scandinavia e in Russia nel 1925 (quando il fascismo ristabilì le relazioni diplomatiche con l'Unione Sovietica). A quella delegazione furono attribuiti grandi onori. Ad esempio, a Severi (uomo, come vedremo poi, megalomane e vanitoso) fu posta in capo per scherzo la corona degli Zar.

Innumerevoli furono gli inviti ricevuti da Levi-Civita ed i suoi viaggi in tutto il mondo. Impressionante la serie di onorificenze che ricevette. Socio delle Accademie delle Scienze di Amsterdam, Berlino, Boston, Bruxelles, Dublino,

<sup>22</sup> Non so nulla dei rapporti fra Severi e Levi-Civita ai tempi delle leggi razziali. Mi domando se Severi, almeno in questa occasione, non abbia aiutato l'antico collega ed amico.

Lisbona, Madrid, Mosca, Parigi, della Royal Society di Londra, di tutte le accademie italiane, e, ciò che gli fece particolarmente piacere, dell'Accademia Pontificia nel 1936, per espresso volere di Pio XI<sup>23</sup>. E si potrebbe continuare: ricevette nel 1907 il premio reale dell'Accademia dei Lincei (diviso con Federico Enriques), nel 1922 la medaglia Sylvester della Royal Society, la medaglia dem Verdienste nel 1937 dell'università di Amburgo. E via dicendo. Sconcertante, suicida e ridicolo, il regime fascista con le leggi razziali lo allontanava dalla vita universitaria, dall'insegnamento e dalla possibilità di pubblicare. Continuò però a dare ispirazione e suggerimenti ai suoi discepoli. Morì amareggiato dalle vicende italiane il 29 dicembre del 1941.

### *Francesco Severi*

Abbiamo già dato qualche cenno cronologico su Severi. È bene chiarire subito alcuni punti su questa personalità unica:

1. Severi è un matematico di importanza assoluta e non ancora completamente compreso. La “sua scienza” era la geometria algebrica, ma i suoi contributi alla teoria delle funzioni analitiche di più variabili varrebbero da soli a garantirgli un posto d'onore nella storia della matematica.

2. Severi fu irrequieto e insoddisfatto per tutta la sua lunga vita. Affannosamente alla ricerca di sempre più strepitose conferme ed onori, fu autoritario, ma al tempo stesso infantilmente competitivo con i suoi allievi. Geniale, eloquente ed affascinante nelle affollatissime lezioni e nelle conversazioni, coltissimo, volle occuparsi di tutto e primeggiare in ogni campo.

3. Severi prese posizioni politiche odiose ed opportunistiche durante il fascismo. Accademico d'Italia, fu lo scienziato più influente d'Italia dal 1930 al 1945. Trattava alla pari con Gentile e senza intermediari anche con Mussolini, che convinse a creare a Roma l'Istituto Nazionale di Alta Matematica, INdAM, di cui fu presidente a vita. Rinnegeò amicizie e debiti scientifici, si adoperò per isolare e epurare per quanto possibile i grandi scienziati ebrei di cui lui più di ogni altro conosceva il valore. Dopo la fine della seconda guerra mondiale, non trovò di meglio che convertirsi platealmente al cattolicesimo, rimanendo, nonostante il suo ingombrante passato, un protagonista della vita culturale italiana intervenendo anche su molte riviste cattoliche.

4. Non vi sono ancora, credo, biografie complete di Severi. Anche scientificamente la sua immensa opera non è stata digerita. Inoltre, le sue posizioni politiche fecero sì che nel secondo dopoguerra il suo ruolo fosse deliberatamente sminuito dalle nuove scuole di geometria algebrica di Parigi, Harvard e

<sup>23</sup> Nel 1939, a mia madre, allora diciassettenne e iscritta al secondo anno di matematica a Padova, Pio XII domandò, in una udienza privata con la famiglia, se conoscesse Levi-Civita. Lo dico per testimoniare dell'attenzione che i due pontefici ebbero per lo studioso.



Francesco Severi.

Princeton. È ancora difficile ricostruire equanimente l'immensità dei suoi contributi e la sua influenza sulla geometria.

Una volta, mio padre<sup>24</sup> a Severi ottantenne che si lamentava con lui dei dolori causatigli dalla malattia, disse «Sai, a una certa età...». Trovatosi poi solo in macchina con mia madre, Severi le disse ancora turbato: «Sai cosa ha osato dirmi tuo marito?».

Il povero Leonard Roth<sup>25</sup>, che da noi negli anni '50 era di casa, dice di Severi,

... with his passionate desire to remain young, he insisted on being regarded simultaneously as revered master and as a youthful rival, a circumstance which made it terribly easy for both colleagues and pupils to be caught on the wrong foot.

Ancora Roth dice:

Personal relationships with Severi, however complicated in appearance, were always reducible to two basically simple situations: either he had just taken offence or

<sup>24</sup> Mario Baldassarri (1920-1964), matematico padovano.

<sup>25</sup> Allievo di Severi, morì insieme alla moglie in un incidente d'auto negli Stati Uniti nel 1968.

else he was in process of giving it – and quite genuinely unaware that he was doing so.

Gli onori ricevuti da Severi durante tutta la sua vita non si contano. Fu rettore dell'università di Roma dal 1923 al 1925, membro dell'Accademia dei Lincei, dell'Accademia Pontificia, Medaglia d'oro dell'Accademia dei XL, Accademico d'Italia, presidente dell'INdAM dalla sua fondazione nel 1939 fino alla morte. Fu anche eletto nel 1957 socio corrispondente dell'Académie des Sciences e nel 1959 della London Mathematical Society. In occasione delle celebrazioni per il suo ottantesimo compleanno mi raccontano che fu inviato a Roma un picchetto d'onore dall'URSS.

Scientificamente parlando, non è possibile entrare qui in una discussione seria sui contributi di Severi, che produsse più di 400 pubblicazioni. Le citate commemorazioni di Segre e Roth possono essere utili. Ma si tratta in primo luogo di un lavoro da professionisti della geometria algebrica e non da storici, benché, ovviamente, vorremmo conoscere meglio anche la biografia di questo grande. Molti geometri contemporanei, in tutto il mondo, si occupano, come propria attività prevalente, di questioni aperte e inizialmente studiate da Severi. Vi sono molti libri accessibili su questioni di questo tipo, ma si tratta comunque di materia per studiosi di matematica.

La geometria algebrica è un soggetto alla perenne ricerca di sempre nuove e più generali fondazioni. Lo stimolo a questa ricerca viene naturalmente dalla grande difficoltà dei problemi che si incontrano quando si cercano risposte generali a domande che, in situazioni semplici, sono intuitive. Un tipico esempio di questo stato di cose è il problema dell'intersezione di cicli algebrici, ad esempio di curve algebriche tracciate su una superficie. Intersecare una ellisse con una retta nel piano, ad esempio, non è un gran problema finché le due figure hanno in comune due punti distinti. Quando sono tangenti (in un unico punto!) invece, l'intuito ci suggerisce che quell'unico punto intersezione dovrebbe contare due volte. Anche quando si tratta di curve su una superficie, o, più generalmente, di cicli algebrici su una varietà algebrica, l'intuito suggerisce sempre di deformare e spostare un po' le curve o i cicli in questione, per vedere cosa succede in situazioni più "generiche", e quindi più "regolari": il geometra si aspetta poi che, nei casi limite, la giusta risposta sia il limite delle risposte! Severi si occupò moltissimo di questo problema, incluso da Hilbert nella famosa lista di problemi segnalati al Congresso di Parigi del 1900. Si comprende bene come la prima esigenza sia una formulazione corretta e sufficientemente generale del problema, prima ancora di tentare di risolverlo! Ci si aspetta poi che una formulazione più generale e rigorosa permetta di unificare e semplificare le dimostrazioni e di chiarirne degli aspetti oscuri. Quindi, storicamente parlando, il geometra

1) parte da un asserto che appare intuitivo su oggetti semplici che già cono-

sce,

- 2) tenta di dimostrarlo quanto più generalmente possibile,
  - 3) vi riesce in situazioni non troppo complicate,
  - 4) si rende conto che il problema non è formulato in maniera abbastanza rigorosa per coprire casi degeneri o comunque speciali,
  - 5) è spinto a riformulare definizioni e il problema stesso in modo più generale,
- .... e il ciclo ricomincia!

Severi fu fortemente impegnato in questa attività di dimostrazione e di rifondazione della geometria algebrica.

Alla fine del diciannovesimo secolo, le curve algebriche potevano dirsi ben comprese, grazie alla grandiosa opera di Riemann, Brill, Max Noether, Halphen, Cremona, Corrado Segre e molti altri grandi matematici. Il problema aperto più formidabile che attendeva i geometri era costituito dalle superficie algebriche, di cui i piani e le quadriche dello spazio proiettivo sono gli esempi più semplici. Questo studio fu iniziato con metodi algebrici da Castelnuovo ed Enriques intorno al 1890 e con metodi analitici da Picard un po' prima. Severi si occupò della "classificazione birazionale" delle superficie, che significa la ricostruzione della superficie algebrica, diciamo proiettiva e non singolare, a partire dal corpo delle funzioni razionali su di essa. Severi fondò la teoria dei sistemi di curve tracciate sulle superficie, e la loro teoria dell'intersezione. Il problema era estremamente difficile, ma anche ricco di indizi su quanto doveva valere in dimensioni più alte. La scuola italiana, di cui appunto Castelnuovo, Enriques e Severi erano i maestri, giunse a risultati conclusivi su questo tema. Le prime di queste ricerche valsero a Enriques e Severi insieme il Prix Bordin de l'Académie des Sciences nel 1907 e a Severi la medaglia Guccia nel 1908, su relazione di Max Noether, Henri Poincaré e Corrado Segre.

Continuamente nella sua ricerca Severi, secondo lo schema descritto sopra, fu sospinto verso problemi riguardanti i fondamenti della geometria algebrica, a cui contribuì grandemente. L'ambiente che gli era più congeniale era quello delle varietà proiettive complesse, che sono luoghi di zeri di polinomi omogenei nello spazio proiettivo complesso, di qualunque data dimensione. Qui, i metodi algebrici si possono complementare con i metodi dell'analisi di più variabili complesse, cioè con lo studio di funzioni complesse di parecchie variabili complesse, definite localmente da serie di potenze convergenti. Severi fu al tempo stesso maestro nell'uso di metodi algebrici ed analitici, nonché topologici e sintetici.

Critiche vennero sollevate al rigore delle sue dimostrazioni, negli anni '40, dalle grandi scuole algebriche emergenti di Oskar Zariski, Claude Chevalley e André Weil, e in molti casi da egli stesso, ma il contributo di Severi al progresso della geometria algebrica fu comunque fondamentale. Buona parte del lavoro

di Severi, certo, è stato riformulato nel moderno linguaggio degli “schemi” di Alexander Grothendieck, che data della fine degli anni '50. Questo linguaggio permette di formulare in modo unitario proprietà da Severi e contemporanei faticosamente conquistate, spesso con l'ausilio di metodi topologici e analitici, per le varietà algebriche complesse, al caso di varietà aritmetiche e di famiglie di varietà algebriche. Vi sono oggi generalizzazioni ulteriori, ma molto di quanto scoperto da Severi e dalla scuola di geometria algebrica italiana rimane vero in grandiosa generalità, e permette di affrontare al tempo stesso problemi aritmetici, come l'ultimo teorema di Fermat, ora finalmente divenuto un vero teorema, grazie a Andrew Wiles.

Moltissimi sono gli allievi di Severi divenuti celebri: Torelli, Albanese, Comessatti, Conforto, Gaeta, Groebner, Kaehler, Kodaira, Leonard Roth, Beniamino Segre, Zariski. Come dice Roth: .... for the truth is, nearly everybody has been to school with Severi.

La lettura di Severi è a mio avviso importante per tutti i professionisti della geometria algebrica perché è suggestiva, e dà al lettore di oggi la sublime sensazione di potere finalmente realizzare, grazie all'immenso lavoro effettuato nella seconda metà del XX secolo da André Weil, Alexandre Grothendieck, Pierre Deligne e alcuni altri, quelli che per Severi erano sogni e visioni ispirate. Fra l'altro, vi è la possibilità che metodi proposti da Severi, e poi trovati in difetto da critici successivi, ridivengano utilizzabili grazie ai nuovi punti di vista.

Severi è dunque ancora al centro dei nostri interessi di ricerca, anche se questo settore non è tra i più coltivati oggi a Padova.

È vero d'altra parte che una lettura diretta di Severi potrebbe anche essere tentata a livello inferiore. Ciò vale, ad esempio, per i bellissimi libri di testo di geometria, il trattato di analisi, e le sue opere dedicate ai fondamenti della geometria algebrica, o le sue revisioni critiche del lavoro della scuola italiana: opere quest'ultime per lo più della maturità di Severi, che si presterebbero bene a dei corsi di introduzione alla geometria algebrica. Analoghe considerazioni valgono per i suoi lavori di analisi di più variabili complesse, un argomento sfortunatamente ritenuto in Italia appannaggio della geometria, mentre dovrebbe essere annoverato anche tra gli interessi centrali dell'analisi matematica. Leggere Severi non può al giorno d'oggi sostituire lo studio di un più scarno e concreto moderno libro di testo di analisi matematica o geometria, ma ne potrebbe costituire un utile complemento. I suoi scritti sono così pieni di vita e di idee, che mi sembra una grave perdita non proporli allo studio. E poi le frasi sono immaginifiche, il testo è poesia, la lingua italiana è ammirevole.

Forse anche nelle nostre scuole, dei bravi professori, eventualmente in collaborazione con i colleghi dell'università, potrebbero tentare di proporre queste letture ai ragazzi. Sarà sì difficile, ma se ricordo alcune criptiche versioni di Tacito, o certi testi esoterici di Storia della Filosofia o di Storia dell'Arte che ci venivano proposti al “Tito Livio”, non vedo perché si dovrebbe ritenere im-

possibile affrontare una lettura importante come quella di Severi.

E oggi?

Il lettore si chiede forse cosa successe nella matematica padovana dopo il 1920 e nel resto del secolo scorso. Con sorti alterne, la fiaccola è stata mantenuta accesa fino ai giorni nostri. Giuseppe Vitali, Annibale Comessatti, Renato Caccioppoli, Giuseppe Scorza-Dragoni, Mario Baldassarri, Hans-Joerg Zacher, Iacopo Barsotti, Bernard Dwork, hanno segnalato il nostro Ateneo nel mondo. Ma questa è veramente un'altra storia, e spero di raccontarla in un'altra occasione. Ricordiamo anche che, grazie a Dio, esistono ancora nei nostri licei statali professori validi, come furono il Faifofer, il Busoni, il Vitali, il Gazzaniga, e che a ben guardare sono essi, senza più godere del prestigio che una comunità illuminata un tempo garantiva ai migliori insegnanti delle scuole, a reggere oggi le sorti della nostra università.

Quanto a noi, vorrei solo concludere assicurando il lettore che qualcuno continua ad adoperarsi affinché un Einstein di oggi, intervistato su cosa conosca dell'Italia, non abbia a rispondere solamente «Spaghetti».

MARIO ROSATI

## **Le istituzioni accademiche della matematica nell'Università di Padova dalla fondazione della Facoltà di Scienze ad oggi**

### **Facoltà di Scienze matematiche, fisiche e naturali**

L'anno 1806 segnò una svolta importante nell'assetto organizzativo dell'antico Studio patavino. Con il decreto napoleonico di Saint Cloud infatti (25 luglio 1806) si passò dalle due precedenti Università dei Giuristi e degli Artisti ad un'unica Università di Padova, con un unico Rettore, equiparata alle altre Università del Regno, quelle di Pavia e Bologna. Contestualmente vennero istituite le Facoltà fisico-matematica, medica, legale, e le cattedre di matematica, prima facenti capo all'Università degli Artisti, ebbero la loro naturale collocazione nella Facoltà fisico-matematica. Questa conservò la sua denominazione dal 1806 al 1815.

Un successivo decreto (12 settembre 1815) stabilì un riordino dell'Università di Padova, nel quale trovò posto una Facoltà filosofico-matematica, articolata in due sezioni, alla quale afferirono le cattedre di matematica dal 1815 al 1846. Nel 1846 le due sezioni della Facoltà divennero indipendenti: Studio filosofico e Studio matematico, rafforzando la posizione e l'autonomia dei matematici nell'Università.

Si giunse così al 1872, anno di fondazione della Facoltà di Scienze matematiche, fisiche e naturali, nella quale confluirono i professori di matematica insieme con quelli delle altre discipline scientifiche. L'organizzazione complessiva di una così ampia facoltà portò poi alla creazione al suo interno di strutture di minor dimensione, legate ai vari ambiti disciplinari e finalizzate allo svolgimento delle rispettive ricerche, che ebbero varie denominazioni (istituti, gabinetti, laboratori...). Quelle riguardanti la matematica sono riportate qui di seguito, con i relativi direttori.

#### *Gabinetto di geometria descrittiva*

1872-1901 Enrico Nestore Legnazzi

1901-1908 Giovanni Alfredo Bordiga (incaricato)

1908-1918 Francesco Severi

#### *Gabinetto di geometria descrittiva con applicazioni*

1918-1922 Ugo Amaldi

*Gabinetto di geometria descrittiva*

1922-1926 Annibale Comessatti

1926-1929 Giovanni Alfredo Bordiga

1929-1933 Annibale Comessatti (incaricato)

*Gabinetto di geometria proiettiva*

1908-1915 Giovanni Alfredo Bordiga (incaricato)

1915-1926 Giovanni Alfredo Bordiga

1926-1933 Annibale Comessatti

*Gabinetto di geometria superiore*

1913-1918 Giuseppe Veronese

1918-1921 Francesco Severi

1921-1922 Angelo Tonolo (incaricato)

1922-1925 Gregorio Ricci-Curbastro

1925-1932 vacante

1932-1933 Annibale Comessatti

*Gabinetto di geometria descrittiva, proiettiva e superiore*

1933-1935 Annibale Comessatti (incaricato)

*Gabinetto di disegno*

1872-1876 Andrea Hesse

*Gabinetto di disegno di ornato ed elementi architettonici*

1876-1912 Andrea Hesse

1912-1913 Francesco Severi (incaricato)

1913-1920 Guido Fondelli

*Gabinetto di disegno*

1920-1935 Guido Fondelli

*Scuola di disegno*

1935-1948 Guido Fondelli

1948-1962 Ugo Morin (incaricato)

*Istituto di disegno*

1962-1964 Ugo Morin (incaricato)

*Istituto matematico*

1963-1964 Mario Baldassarri

1964-1965 Ugo Morin

*Istituto di algebra e di geometria*

1965-1969 Giovanni Zacher  
 1969-1972 Iacopo Barsotti  
 1972-1974 Giovanni Zacher  
 1974-1976 Edmondo Morgantini  
 1976-1981 Tomaso Millevoi  
 1981-1984 Franco Napolitani  
 1984-1986 Federico Menegazzo

*Istituto di analisi matematica, di meccanica razionale e di fisica matematica*

1965-1968 Giuseppe Grioli  
 1968-1970 Giuseppe Zwirner  
 1970-1972 Giorgio Trevisan  
 1972-1974 Aldo Bressan  
 1974-1976 Tullio Valent  
 1976-1984 Ettore Bellomo  
 1984-1986 Rosanna Bressan

**Scuole e Facoltà di Ingegneria**

Sia prima che dopo la costituzione della Facoltà di Scienze si registra la presenza e l'attività dei matematici in altre Facoltà o Scuole aventi nel loro ordinamento insegnamenti di matematica.

Ciò accade in particolare con la Scuola di Applicazione per gli Ingegneri, nata nel 1867 dalla trasformazione del precedente Istituto per gli Ingegneri, con il fine di "dare l'istruzione scientifica e tecnica necessaria a conseguire il diploma d'ingegnere civile e di architetto". Inizialmente annessa alla Facoltà di Scienze, la Scuola divenne autonoma in virtù del R. Decreto 8 ottobre 1876 che approvava il regolamento generale universitario; prese poi la denominazione di Istituto superiore d'Ingegneria nel 1933 e si trasformò infine in Facoltà di Ingegneria dell'Università con R. Decreto 1 ottobre 1936. Divenendo facoltà dell'Università di Padova, la Scuola di Applicazione per gli Ingegneri perdeva quell'autonomia di cui a lungo aveva proficuamente goduto, e che in Italia conservarono soltanto i Politecnici di Milano e di Torino.

Nell'ordinamento degli studi della Scuola di Applicazione per gli Ingegneri ebbe naturalmente un posto importante l'insegnamento di discipline matematiche quali:

Analisi algebrica, Geometria analitica, Analisi infinitesimale, Geometria descrittiva, Geometria proiettiva, Meccanica razionale, Statica grafica.

Tra i professori che si alternavano negli insegnamenti si ricordano: Giusto Bellavitis, Antonio Favaro, Enrico Legnazzi, Gregorio Ricci-Curba-

stro, Ugo Amaldi, Ernesto Laura, Annibale Comessatti.

Dal 1917 al 1921 fu direttore della Scuola Francesco Severi.

Una volta costituita – come si è detto – la Facoltà di Ingegneria, gli insegnamenti di discipline matematiche continuarono ad essere impartiti da docenti della Facoltà di Scienze, finché nel 1965 la Facoltà di Ingegneria provvide ad istituire cattedre proprie di matematica organizzate nell'Istituto di Matematica applicata, di cui sono di seguito ricordati i direttori:

*Istituto di matematica applicata*

1964-1977 Ubaldo Richard

1977-1986 Mario Rosati

1986-1988 Giuseppe Gambolati

Negli anni seguenti l'organizzazione delle cattedre di matematica seguirà il modello delle strutture dipartimentali introdotte dalla riforma dell'ordinamento universitario del 1980. Saranno così istituiti, nel 1987, il Dipartimento di matematica pura ed applicata di cui diremo più avanti e, nel 1989, il Dipartimento di metodi e modelli matematici per le scienze applicate. Di quest'ultimo sono stati direttori:

*Dipartimento di metodi e modelli matematici per le scienze applicate*

1989-1991 Giuseppe Gambolati

1991-1994 Antonio Chiffi

1994-1997 Mario Pitteri

1997-2002 Eduardo Gonzalez

2002- — Giorgio Pini

#### Facoltà di Scienze statistiche

La Facoltà di Scienze Statistiche venne istituita nell'Università di Padova nel 1968 e venne attivata per la prima volta nell'A.A. 1970/71.

All'inizio, e fino al riordino dovuto all'introduzione delle lauree triennali e specialistiche, l'offerta didattica della Facoltà è consistita nei due Corsi di laurea in Scienze statistiche ed economiche ed in Scienze statistiche e demografiche, di durata quadriennale, nonché del Diploma in statistica, di durata biennale. Il Diploma era già precedentemente attivo come Scuola della Facoltà di Giurisprudenza.

I curricula dei due Corsi di laurea avevano il dichiarato intento di fornire una preparazione di base matematica pari a quella di altri Corsi di laurea di tipo scientifico; perciò nel primo biennio si trovavano tra gli insegnamenti fondamentali quelli di Istituzioni di analisi matematica e Geometria analitica

(che divenne Algebra Lineare a partire dal 1993/94) al 1° anno, di Analisi matematica e di Calcolo delle probabilità al 2° anno. Tra gli insegnamenti complementari vennero col tempo attivati Matematica finanziaria ed istituzioni di matematica attuariale, Teoria dei sistemi, Teoria dei giochi e delle decisioni, Ricerca operativa e Calcoli numerici e grafici.

Il livello degli insegnamenti di matematica offerti nel Diploma era invece decisamente inferiore.

Per diversi anni gli insegnamenti di matematica dei Corsi di laurea vennero tenuti per supplenza da docenti provenienti dagli Istituti matematici della Facoltà di Scienze (ricordiamo tra i primi i Proff. Edmondo Morgantini, Franco Napolitani e Wolfgang Runggaldier), tranne l'insegnamento di Calcolo delle Probabilità che venne tenuto nei primi anni dal Prof. Fortunato Pesarin, della Facoltà di Scienze Statistiche. Dell'insegnamento di Elementi di matematica del Diploma fu invece titolare da subito e per molti anni il Prof. Domenico Boccioni.

Dall'inizio degli anni '80 la Facoltà di Scienze Statistiche decise di investire parecchie delle sue risorse per coprire gli insegnamenti di base di matematica con posti di ruolo. Vennero perciò chiamati nel corso di pochi anni i Proff. Livio Clemente Piccinini, Renato Zanovello, Luigi Salce e Giovanni Battista Di Masi, cui fecero presto seguito Giovanni Andreatta, Brunella Bruno, Antonio Candido Capelo, Nicoletta Pacchiarotti, Maurizio Pratelli, Paolo Secchi, e poi diversi altri.

### **Seminario Matematico**

Il Seminario Matematico, ideato da Gregorio Ricci-Curbastro attorno al 1922, fu fondato da Giuseppe Vitali nel 1924, per iniziare poi la sua attività nel 1926.

L'intento era quello di riunire tutti i professori di discipline matematiche dell'Università, indipendentemente dalle loro Facoltà di appartenenza, in un'unica struttura che fornisse organicamente gli strumenti comuni per la ricerca e per la didattica. Il Seminario Matematico nasceva quindi con un carattere interfacoltà, anche a favore dell'interdisciplinarietà nelle attività di ricerca e didattica nelle diverse facoltà, e anticipando l'idea che è alla base della odierna struttura dipartimentale introdotta con la riforma dell'ordinamento universitario del 1980.

Espressione e segni tangibili dell'unità così raggiunta dai matematici padovani furono ben presto la Biblioteca del Seminario Matematico e i Rendiconti del Seminario Matematico dell'Università di Padova.

I tratti costitutivi e programmatici sopra accennati sono chiaramente indicati nello Statuto del Seminario stesso, approvato dal Senato accademico

nell'adunanza del 27 giugno 1925, dove tra l'altro si legge:

Il Seminario Matematico ha lo scopo di diffondere la cultura matematica e di promuovere studi e ricerche matematiche

.....

Il direttore è un professore di ruolo delle discipline matematiche della Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali o di Ingegneria ..... fanno parte del Consiglio del Seminario i professori ufficiali delle discipline matematiche

.....

L'iscrizione al Seminario è obbligatoria per gli studenti del secondo biennio del corso per la laurea in matematica. Possono iscriversi anche gli studenti in altre facoltà, nonché i laureati e i laureandi

.....

Il Seminario Matematico pubblica, quando i fondi lo consentono, un Bollettino sotto la direzione di un Comitato di redazione.

Nel 1926 il Senato accademico deliberava di intitolare il Seminario Matematico a Gregorio Ricci Curbastro, come si legge nel verbale dell'adunanza dell'8 luglio:

Il prof. Soler\* prendendo occasione del lascito della sua biblioteca fatto alla Facoltà dal Prof. Ricci-Curbastro, invia alla memoria dell'illustre matematico che tanto onore e nome ha dato alla nostra università, il sentimento della più alta riconoscenza per il prezioso dono. A testimoniare il suo animo grato e commosso la Facoltà ha deliberato che il Seminario di Matematica sia intitolato al nome del Ricci, e venga nell'aula che fu sua collocato un busto in alto rilievo, di cui presenta alcuni bozzetti. Il Senato si associa alle nobili parole del prof. Soler, ed approva, delegando il Rettore di far la scelta del bozzetto per la sua traduzione in opera.

(\*) Emanuele Soler, Preside pro tempore della Facoltà di Scienze.

Il busto del Ricci fu presto realizzato ed è ora collocato nei locali della Biblioteca, a ricordare ancora oggi la funzione del Seminario Matematico come polo unificante per la ricerca e la diffusione della cultura matematica.

Sono stati direttori:

1926-1927	Giuseppe Vitali
1927-1931	Ernesto Laura
1931-1945	Annibale Comessatti
1945-1953	Angelo Tonolo
1953-1957	Giuseppe Grioli
1957-1964	Mario Baldassarri
1964-1967	Ugo Morin
1967-1972	Giuseppe Grioli
1972-1981	Iacopo Barsotti



Busto di Ricci-Curbastro collocato nella Biblioteca del Seminario Matematico.

1981-1988 Ubaldo Richard  
 1988-1990 Giovanni Zacher  
 1990-1994 Benedetto Scimemi  
 1994-2002 Mario Rosati  
 2002-2007 Federico Menegazzo

Il 31 dicembre 2007 il Seminario Matematico cessa di esistere e viene sostituito dal Centro Interdipartimentale di Servizi (CIS) "Seminario Matematico".

### **Rendiconti del Seminario Matematico**

La rivista «Rendiconti del Seminario Matematico dell'Università di Padova» è stata fondata nel 1930 da Annibale Comessatti, Ernesto Laura, Giuseppe Vitali e Angelo Tonolo che furono i componenti del primo Comitato di Redazione.

I Rendiconti sono stati pubblicati ininterrottamente, con l'eccezione degli anni 1944 e 1945 a causa della guerra.

Dalla iniziale edizione di un volume annuo, i «Rendiconti» hanno oggi

assunto una dimensione internazionale e, con i loro due volumi annui di circa 250 pagine, raggiungono oltre 400 dipartimenti matematici in tutto il mondo, recando articoli originali di ricerche matematiche di elevato livello, incentrati in particolare su algebra, analisi, geometria algebrica e differenziale, fisica matematica e teoria dei numeri.

L'ampia diffusione dei «Rendiconti» favorisce considerevolmente gli scambi e le collaborazioni tra i matematici padovani e molte importanti Università e Centri di ricerca nel mondo.

Dalla fondazione hanno diretto i «Rendiconti»:

1930-1943 Annibale Comessatti  
 1946-1952 Angelo Tonolo  
 1953-1963 Giuseppe Scorza Dragoni  
 1964-1993 Giovanni Zacher  
 1993-2004 Francesco Baldassarri

Dal 2005 sono stati separati i ruoli di Direttore e Direttore responsabile; attualmente la gestione complessiva dei Rendiconti del Seminario Matematico è affidata ai seguenti organi:

Direttore: Andrea D'Agnolo

Comitato di Redazione: Luigi Ambrosio - Yves André - Massimo Bertolini - Alberto Bressan - Fabrizio Catanese - Corrado De Concini - Alberto Facchini - Youri Kabanov - François Loeser - Fabien Morel - Paul Rabinowitz - Bernd Stellmacher - Lev Truskinovsky - Giuseppe Valla - Umberto Zannier

Segretario: Giovanni Gerotto

Direttore Responsabile: Francesco Baldassarri

Consiglieri: Antonio Ambrosetti - Federico Menegazzo - Wolfgang Runggaldier - Tullio Valent - Giovanni Zacher.

### **Biblioteca del Seminario Matematico**

La biblioteca del Seminario Matematico, patrimonio comune di tutti i matematici dell'Università di Padova, è la più importante fonte di documentazione bibliografica in campo matematico. Precedentemente collocata nel Palazzo del Bo, e poi nell'edificio ex-Paolotti, attualmente ha sede nel nuovo edificio Torre Archimede.

La biblioteca del Seminario Matematico vanta un vasto patrimonio librario così suddiviso:

sezione museale comprendente circa mille volumi, di cui 200 volumi di pregio datati fino al 1830, e 800 datati dal 1830 al 1900 con proprie catalogazioni;

sezione a miscellanea contenente circa 1000 lavori storici di matematica;  
sezione monografie ricca di 25000 monografie disposte per materie;  
sezione periodici con oltre 1000 testate, delle quali 700 attive; di queste 200 sono acquistate e 500 ottenute in cambio con i Rendiconti del Seminario Matematico.

Il materiale bibliografico è accessibile con consultazione a scaffale aperto.

Sul piano organizzativo, la Biblioteca del Seminario Matematico è una delle 48 strutture del SBA (Sistema bibliotecario di ateneo), ed afferisce al polo di Scienze. La Biblioteca è automatizzata fin dal 1984, quando l'Ateneo aderì al SBN (Servizio bibliotecario nazionale); fu infatti la prima biblioteca ad avviare il suo processo di automazione in ambito SBA, e contribuì attivamente alla costruzione del Catalogo collettivo di Ateneo.

La Biblioteca del Seminario Matematico, oltre a svolgere la sua attività istituzionale di strumento per la ricerca matematica, è impegnata da oltre 20 anni in numerose attività di ricerca e coordinamento di sistemi informativi della matematica, in collaborazione con enti nazionali e internazionali. Tra le più significative di tali attività ricordiamo:

la sua collocazione, fin dai primi anni '90, nel circuito delle biblioteche nazionali afferenti al SINM (Sistema informativo nazionale per la matematica) e il suo contributo al Catalogo nazionale dei periodici matematici (banca dati MATH nell'ambito del progetto europeo EULER);

il coordinamento organizzativo del Italy Consortium for MathSciNet, con il coinvolgimento di una ventina di biblioteche matematiche italiane e del CERN di Ginevra;

la collaborazione con l'UMI (Unione Matematica Italiana) e con la SIMAI (Società Italiana di Matematica Applicata e Industriale) per la partecipazione dell'Italia ai lavori della EMS (European Mathematical Society) per il progetto mondiale DML (Digital Mathematical Library);

la collaborazione con l'Istituto per le Applicazioni della Matematica e dell'Informatica del CNR (sede a Milano) per attività sull'interconnessione di classificazioni scientifiche in contesto digitale.

### **Il Fondo di modelli e strumenti matematici antichi**

La Biblioteca del Seminario Matematico ospita un Fondo di modelli e strumenti matematici antichi che, per importanza storica, si colloca in primo piano rispetto ai tanti posseduti da altre Università.

Il Fondo si è formato e sviluppato in un lungo arco di tempo che va dalla seconda metà dell'Ottocento fino al 1930 ed è fortunatamente giunto fino a noi sostanzialmente in condizioni di buona conservazione. Si tratta di modelli

originali, provenienti in buona parte dalla Libreria editrice di Ludwig Brill in Darmstadt. Osservarli oggi non può non destare fascino e ricordarci un insegnamento improntato ad una maggior concretezza; ma ci ricorda anche il loro contributo alla formazione di conoscenze scientifiche che venivano maturando attraverso l'intuizione di proprietà generali originate dallo studio di proprietà di particolari modelli di superficie e funzioni. Siamo infatti di fronte ad una testimonianza tangibile di un aspetto importante della ricerca matematica, che maggiormente affiora quando gli sforzi compiuti per giungere alle proprietà generali astratte, proprie della nostra scienza, hanno come punto di partenza proprietà intuite attraverso un'osservazione attenta e intelligente di casi particolari concreti. Il ruolo dell'intuizione e della sperimentazione nella ricerca matematica è del resto ancor oggi ben presente, non solo nel "laboratorio mentale" che ogni ricercatore porta sempre con sé, ma anche nell'impiego di strumenti attualmente in grado di offrire sperimentazioni e suggerire idee non di rado decisive per il progredire delle conoscenze matematiche.

Un recente riordino del Fondo (1999), dovuto al prof. Franco Palladino, ha portato anche al reperimento presso l'Archivio antico dell'Università di una copia – l'unica finora rinvenuta in Italia – del Catalogo di Martin Shilling che rilevò la Ditta di Brill, nonché di altri documenti relativi al Fondo. Tra questi i numerosi documenti d'archivio e di inventario che attestano la presenza dei modelli per l'insegnamento della Geometria descrittiva e della Geometria superiore, a partire dal 1874; nonché gli Atti, risalenti agli anni 1883 e seguenti, che documentano l'iniziativa e l'impegno di Giuseppe Veronese per la costituzione di un Laboratorio nazionale italiano. Questo, sul modello di altri già esistenti in Europa, in particolare di quello installato qualche anno prima presso la Technische Hochschule di Monaco di Baviera, avrebbe dovuto provvedere alla costruzione in proprio dei modelli già esistenti e alla progettazione di nuovi modelli utili sia per l'insegnamento sia per lo sviluppo delle ricerche. L'iniziativa, che per difficoltà finanziarie non fu coronata da successo, produsse tuttavia l'effetto di conservare e diffondere l'interesse per questo originale strumento di insegnamento e di ricerca.

Le prolusioni di  
Gregorio Ricci-Curbastro  
e  
Giuseppe Veronese



## **DISCORSO INAUGURALE**

dell'anno accademico 1901-1902

LETTO

il 5 novembre 1901

dal professore ordinario di Algebra Complementare

**CAV. GREGORIO RICCI CURBASTRO**

### **ORIGINI E SVILUPPO DEI MODERNI CONCETTI FONDAMENTALI SULLA GEOMETRIA**

Ad altri, Magnifico Rettore, sarebbe stato più opportunamente rivolto l'invito vostro a salire questa cattedra gloriosa, per pronunciarvi il discorso inaugurale dell'anno scolastico, che oggi si inizia. In un luogo ed in un momento così solenni, varcata appena la soglia di un secolo, che per i progressi della scienza è tra i più benemeriti che la storia ricordi, per una parte non pare possibile parlare di diverso argomento, e per l'altra niuno è forse meno indicato ad assolvere tal compito, di un modesto cultore delle scienze matematiche. Giacché, se anche per le vittorie conseguite in questo campo il secolo decimonono può reggere al confronto dei migliori, che lo precedettero, esso resterà celebre specialmente per quelle ottenute nel campo delle scienze sperimentali e delle loro applicazioni; e meglio risponderebbe alla attesa vostra, o Signore e Signori, chi potesse oggi parlarvi, anziché di un astruso argomento di matematiche, di una tra le tante teorie fisiche, che nel secolo scorso da umili principi sono salite ad un rigoglioso sviluppo e hanno poi condotto a quelle splendide invenzioni, di cui il secolo stesso mena vanto così giustamente.

Ma è giuocoforza a voi il rassegnarvi e a me l'obbedire fidando nella bontà vostra; e sorretto dal sentimento del dovere da compiere.

Il secolo decimosettimo colla scoperta della Geometria analitica per opera di Fermat e di Cartesio, e con quella del Calcolo infinitesimale dovuta a Cavalieri, Newton e Leibniz, aperse alle scienze esatte nuovi campi, i cui orizzonti si allargano sempre più, e le fornì di istrumenti di tale tempra che la loro efficacia coll'uso sembra continuamente ringagliardirsi. Esse, per quanto riguarda le linee fondamentali della esterna struttura e la essenza dei metodi di investigazione, sono perciò ancora quali quei sommi maestri le concepirono. Ma il nobile edificio si è venuto alzando continuamente e si è arricchito qua e là di

nuove splendide costruzioni, mentre le stesse sue basi sono state rafforzate con vantaggio non soltanto della solidità, ma altresì della maestà e della eleganza.

Il secolo, che seguì quello che fu veramente il secolo d'oro delle Matematiche, fu tutto occupato a mettere in opera i mezzi potenti che ne aveva ereditato e può dirsi il secolo delle applicazioni e dei progressi della Analisi infinitesimale. Eulero e i Bernoulli, Laplace, Monge, Riccati nella Analisi pura; il nostro sommo Lagrange colla fondazione della Meccanica analitica bastano ad assicurarli nella storia delle matematiche un posto eminente, sebbene al di sotto di quello del secolo diciassettesimo. È già stato osservato che nella vita intellettuale dei popoli le cose procedono come in quella degli individui: ad un periodo di grande e feconda attività ne segue sempre uno di riposo o di raccoglimento; e a questo un altro, in cui le energie accumulate o latenti si manifestano in una nuova fioritura di inattese e meravigliose scoperte.

Perciò, come era da attendersi, il secolo decimonono non soltanto proseguì o sviluppò in larghissime proporzioni l'opera del decimoottavo, ma vide sorgere e crescere rapidamente teorie ed applicazioni affatto nuove o che esso aveva trovate poco più che iniziate. Così la teoria dei numeri, che nel secolo decimo-settimo era stata messa in onore da Fermat e da Pascal, e nel decimoottavo fu coltivata da Eulero, da Lagrange e da Legendre, trovò in Gauss, in Dirichlet ed in Kronecker dei cultori degni di quelli che li avevano preceduti. A Gauss, il cui nome domina tutta la produzione matematica della prima metà del secolo, e che perciò fu detto meritamente *Principe dei matematici* del suo tempo, è pure dovuto il concetto mirabilmente fecondo di numero complesso. Per questo la teoria delle equazioni algebriche poté assumere stabile assetto, e sopra di esso si elevò tutta quella splendida teoria analitica delle funzioni, che per opera di Cauchy e di Abel, di Jacobi e di Riemann ebbe un rapido e meraviglioso sviluppo, e per opera di Carlo Weierstrass subì verso la fine del secolo una nuova e geniale trasformazione. Sulla Meccanica analitica ulteriormente progredita e perfezionata sorse per merito principalmente di Fourier, di Laplace e di Poisson la Fisica matematica, che crebbe e si diffuse poi per opera di Neumann, di Betti e di Beltrami.

Evaristo Galois portò vedute affatto nuove nel problema della risoluzione delle equazioni algebriche e nella teoria dei gruppi di sostituzioni, che Cauchy aveva appena sfiorata, e che per le estensioni ricevute poi accenna a divenire predominante nelle Matematiche. Per disgrazia sua e della scienza al genio straordinario andava in lui congiunto un carattere indomito e quasi selvaggio, dal quale fu spinto ad un duello, in cui rimase sciaguratamente spento a ventun anni. Se egli avesse vissuto più a lungo, la storia della scienza nostra nel secolo scorso, pur così gloriosa, lo sarebbe stata anche di più poichè, come fu ben detto, se tra i grandi geometri del suo tempo egli ebbe degli eguali, nessuno lo superò per la genialità e la profondità delle concezioni. Eppure, ricordatevi o giovani per vostro conforto, se incontrerete negli esami qualche insuccesso,

Evaristo Galois fu respinto due volte dalla Scuola Politecnica per non aver superato l'esame di ammissione!

Fu pure merito del secolo decimonono l'aver per opera di Chasles e di Poncelet, di Steiner e di von Staudt, elevata ad altissimi fastigi la Geometria sintetica, ricaduta nel lungo sonno, da cui Désargues e Pascal l'avevano destata nel Seicento.

Ma, a mio avviso, uno tra i maggiori vanti del secolo, a cui ci onoriamo di avere appartenuto, per quanto concerne le scienze esatte, consiste nell'aver chiuso l'era di ricerche, che da troppo tempo formavano il tormento dei Geometri. È noto a tutti come fino dall'antichità questi si siano affaticati inutilmente intorno ai tre problemi classici, le cui soluzioni si volevano raggiungere coi soli strumenti della Geometria elementare, la riga ed il compasso. La applicazione dell'Algebra alla Geometria dando ad essi aspetto e veste analitica aveva già preparata la via a meglio penetrare nella loro natura e a rendersi conto preciso delle difficoltà che in esse si incontrano. Ma, poiché si trattava di risolvere certe equazioni, soltanto le nuove teorie sulle equazioni algebriche potevano condurre a stabilire incontestabilmente la insufficienza dei mezzi che erano stati prima adoperati, e ad indicarne altri più adatti. Così si riconobbe che gli sforzi sempre ripetuti dei geometri erano costantemente riusciti vani per insufficienza degli strumenti di cui si era fatto uso, e poterono essere indicati quelli che dovevano fornire le desiderate soluzioni. E se la trisezione dell'angolo e la duplicazione del cubo si ottennero con mezzi relativamente semplici, il problema della quadratura del circolo si appalesò di natura incomparabilmente più elevata; ed i risultati, che ad esso si riferiscono, furono a buon diritto annoverati tra i più importanti raggiunti dalla Analisi matematica nel secolo scorso.

Vi ha però un altro problema, che dopo avere affaticati i geometri per oltre venti secoli trovò la sua soluzione ormai definitiva ed inconcussa in quel secolo, di cui vedemmo da pochi mesi la fine; e su cui io voglio particolarmente richiamare la vostra attenzione, poiché l'interesse che esso desta va molto al di fuori del mondo matematico ristretto ed appartato. E se la importanza di una conquista dell'intelletto deve desumersi, non con criterio gretto dalle comodità materiali, che la umanità può ritrarne immediatamente, ma dalle difficoltà superate e dalle soddisfazioni elevate che ne derivarono, non dubito di affermare che quella, di cui vi parlerò, deve essere collocata molto al disopra di tante altre, per cui il secolo decimonono è universalmente celebrato.

Non vi ha forse nella scienza edificio per antichità più venerabile, che meno abbia sofferto per le ingiurie del tempo e più riscosso di ammirazione e di lodi degli *Elementi di Geometria* compilati da un geometra della Scuola di Alessandria vissuto tre secoli prima dell'era nostra: da Euclide. Il suo nome è per tutti quello del patriarca della Geometria; e se i geometri a lui più vicini ce ne tramandarono un ritratto morale, che ingenera in noi la maggiore simpatia, tutti quelli che lo seguirono crebbero alla sua scuola e anche i più grandi ne parlarono e

ne scrissero con venerazione di discepoli.

Il successo insuperato dell'opera è ben meritato per la sua intrinseca bellezza, che risulta dall'ordine e dal concatenamento delle proposizioni, dalla semplicità e dal rigore delle dimostrazioni, dalla sobrietà degli svolgimenti. Poiché il grande merito di Euclide è appunto questo di evitare ogni superfluità e di far discendere con rigore inoppugnabile di logica da pochi principi tutta la Geometria.

Però, se le sue deduzioni non diedero mai luogo a seri attacchi, uno dei principi fondamentali di tutta la Geometria euclidea fu fino dalla antichità soggetto ad obiezioni ed a critiche. È quello che nelle diverse edizioni degli *Elementi* appare col nome di *undicesimo o tredicesimo assioma*, o con l'altro, che io preferisco, di *quinto postulato*, e per il quale si ammette che una sola parallela si possa condurre per un punto ad una retta.

Oramai generalmente si ritiene che lo stesso Euclide si rendesse conto della debolezza di questa, che è una delle pietre angolari del suo edificio; come lo proverebbe il fatto che egli evita, per quanto gli è possibile, di giovare di essa. Forse anche, dopo avere invano tentato di dare al postulato forma di teorema, deducendolo dagli altri principi da lui ammessi, ne riconobbe la vera natura di ipotesi fondata sulla intuizione ed accettabile perché, mentre non conduceva ad alcuna contraddizione, le sue conseguenze erano dalla intuizione stessa confermate. E appunto perciò io amo credere che egli lo collocasse tra i *postulati*, cioè tra le proposizioni che rivestono il carattere di ipotesi, e non tra le *nozioni comuni ed assiomi*, che sono verità, la cui evidenza è fondata sui principi di identità e di contraddizione.

Comunque ciò sia, la mancanza di evidenza di quella proposizione e il fatto che lo stesso Euclide aveva ritenuto necessario di dimostrarne altre, che più di essa rivestivano carattere intuitivo, fece presto sentire il bisogno di riempire quella, che a primo aspetto appariva come una lacuna. Ma, se il compito fu dapprima ritenuto di facile ed immancabile riuscita, le delusioni vennero presto e seguirono immancabilmente ad ogni ripetersi del tentativo.

Proclo, commentatore degli *Elementi* vissuto nel V secolo dell'era nostra, enumera già parecchie tentate dimostrazioni del postulato e, dopo averne dimostrata la fallacia, si argomenta egli pure di superare la difficoltà, che però si affaccia, cambiate soltanto le esterne apparenze, anche per la via da lui proposta. Rinnovata la cultura matematica per opera degli Arabi, anche i tentativi si rinnovano immediatamente, ed è specialmente notevole quello di Nasir Eddin vissuto nel Trecento ed autore di una nuova compilazione degli *Elementi* in lingua araba. Nel Cinquecento il Padre Clavio, seguito più tardi dal Borelli, dopo avere confutata la dimostrazione di Proclo tenta di girare la difficoltà, dando del concetto di parallelismo una nuova definizione, ma si fonda implicitamente sopra una proposizione non più evidente di quella che si tratta di dimostrare.

Tanti insuccessi, in vece di stancare i geometri, li rendono più tenaci nella

impresa. Nel Seicento l'interesse intorno ad Euclide cresce al punto che Sir Henry Savile, dopo avere tenuto egli stesso un corso di lezioni alla Università di Oxford, vi fonda una cattedra tuttora esistente e fa obbligo a chi la occupa di tenere ogni anno almeno una lezione sugli *Elementi*. E uno di questi professori saviliani, il Wallis, in una Lezione del 1663 mette in evidenza un punto importante della teoria delle parallele, cioè il legame necessario tra il quinto postulato e la esistenza di figure simili.

In breve i tentativi di dimostrazione di questo si moltiplicano al punto, che in una Dissertazione pubblicata nel 1763 ne vengono esaminati e confutati quasi trenta. Quando essi non sono fondati sopra dei sofismi, fanno dipendere il postulato da qualche proposizione, la quale a prima vista appare come una piccolezza da potersi facilmente ammettere, ma, esaminata poi più attentamente, equivale alla proposizione da dimostrarsi. In conclusione la difficoltà presa da qualunque parte appare come irriducibile; talché un senso di stanchezza e di scetticismo circa la utilità e la possibilità della impresa pare si diffonda tra i geometri sul principio del secolo XIX. Eppure a questo secolo era riserbata la gloria di sciogliere l'incantesimo, pel quale da oltre duemila anni, giurando sulla parola, forse non bene intesa, di Euclide, i geometri si ostinavano a considerare come verità necessaria quella che è solamente una ipotesi, per quanto fino ad ora giustificata dalla osservazione.

Quale fu la origine di questo pregiudizio e come poté esso gettare così profonde radici? Risale esso veramente ad Euclide o sorse più tardi sotto l'influenza di qualche nuova scuola filosofica? Quale merito ebbero nella vittoria contro di esso le idee prevalenti nella Filosofia durante il secolo decimo ottavo e più specialmente quelle di Emanuele Kant sulla natura e sull'origine del concetto di spazio e dei principi della Geometria?

Sono questi gli aspetti, pei quali un'umile questione di Geometria elementare si riattacca a tutta la storia del pensiero filosofico di oltre venti secoli ed alle teorie più difficili e delicate, relative alle origini ed ai progressi delle umane conoscenze; e nei quali risiede il suo maggiore interesse. Imperocché io penso che a bene intendere il modo di funzionare dei sensi e dell'intelletto nostro, nulla più giovi che il rendersi conto di ciò che avviene nell'acquisto delle cognizioni matematiche, nelle quali sembra che all'uomo sia dato di raggiungere il massimo grado di rigore e di certezza; e in particolare di quelle relative allo spazio per lo speciale carattere della Geometria di essere scienza di osservazione quanto ai principi e di pura deduzione nei metodi. E, non se lo abbiano a male i miei colleghi della Facoltà di Filosofia, io credo altresì che l'essere quegli aspetti di una questione, che non è più tale pei geometri, avvolti ancora in molta nebbia si debba in parte a ciò che, in vece di cercare nelle teorie fondamentali della Geometria la pietra di paragone per le diverse teorie filosofiche, che si contendono il campo, si è voluto per mezzo di queste rendersi conto di quelle.

Comunque ciò sia, e senza arrogarmi di invadere l'altrui campo, una cosa

può asserirsi, e cioè che, se le singolari vicende che accompagnarono il trionfo delle nuove vedute geometriche sembrano provare in modo incontestabile la loro derivazione da idee largamente diffuse e dominanti, esse appaiono ora come un naturale portato dei concetti, che, introdotti nella scienza da Bacone e da Galileo, vi acquistarono poi sicuro dominio. E se ricordiamo che le stesse scienze, le quali ora si fanno accompagnare passo per passo dalla osservazione e dalla esperienza, fino a pochi secoli fa furono considerate come puramente razionali, non ci meraviglieremo più che per la Geometria questo pregiudizio abbia opposta più lunga resistenza. A noi riesce facile il comprendere che, avendo questa per oggetto le leggi della estensione, cioè di una proprietà fisica dei corpi, le sue basi debbono essere sperimentali; ma neppure è difficile il rendersi conto delle ragioni che hanno tanto ritardato in questo campo il trionfo della verità. Gli altri fenomeni fisici sono complessi per modo che il determinarne le leggi richiede lunghe e spesso non facili osservazioni, che non è dato a ciascuno di noi di fare ad ogni momento; e sono, di più, tali che, modificando le condizioni dell'esperienza, possono anche quelle leggi venire modificate. Invece i fenomeni che riguardano l'estensione sono semplicissimi, e non richiedono se non esperienze affatto elementari, che finiamo per risparmiare accontentandoci soltanto di verifiche mentali; e ciò, che più importa, noi non possiamo sopra di essi esercitare alcuna azione, che valga a modificarli. Di qui quella nostra speciale facoltà detta di *intuizione spaziale*, per cui, senza bisogno di ricorrere a misure, percepiamo quasi istintivamente quei fenomeni e le leggi fondamentali, che li governano. Facoltà insieme utile e pericolosa, perché, per essa, noi abbiamo questi fenomeni continuamente presenti in un unico e determinato modo e siamo indotti a credere non soltanto che la realtà corrisponda al nostro modo di vedere, ma che essa non possa essere diversa. È questa la ragione, per la quale stentiamo a persuaderci che lo spazio potrebbe avere costituzione e proprietà diverse da quelle, che ci risultano da un primo e superficiale esame; mentre non abbiamo alcuna difficoltà ad ammettere, per esempio, che le leggi della rifrazione potrebbero essere altre da quelle che la osservazione ci rivela, ed a riconoscere come contingente lo stesso fenomeno della caduta dei gravi. Noi confondiamo ciò che è impossibile «*per la contraddizione, che nol consente*», con l'inconcepibile, cioè con ciò, di cui la immaginazione nostra non riesce a darci un fantasma rappresentativo, semplicemente perché i sensi non gliene forniscono i materiali. E in ciò sta anche la spiegazione di molte tra le delusioni patite da coloro, che credettero di aver dimostrato il postulato, perché avevano fatto vedere come la sua negazione conducesse a conseguenze non già assurde, ma semplicemente incompatibili colla rappresentazione fantastica, che noi ci siamo formati dello spazio.

Dissipato l'equivoco, è facile porre la questione in termini esatti ed ammettere la possibilità di altre soluzioni, oltre a quella fornita dalla Geometria euclidea. Riconosciuto in tale questione il carattere di ipotesi, si presenta, al nostro

spirito, naturale la domanda, se essa sia la sola compatibile coi risultati non di quella prima e superficiale osservazione, che ci viene fornita dalla intuizione spaziale, ma di una osservazione accurata e sottoposta all'esame di una critica rigida e spregiudicata. E chi rifletta che le osservazioni nostre non vanno al di là di una regione dello spazio piccolissima rispetto alla immensità di questo, e si emancipi dalla troppo imperfetta rappresentazione grafica o fantastica, che possiamo avere del problema, non troverà altro ostacolo ad accogliere la soluzione, che di esso ha dato la scienza.

Questa riconosce ora a due Geometrie o, meglio, a due sistemi geometrici, diritti eguali a quelli della Geometria di Euclide o *parabolica*, la quale costituisce come il ponte che li congiunge, e per questa ragione e per la sua maggiore semplicità conserva ancora uno speciale primato sulle altre, che si distinguono coi nomi di *iperbolica* e di *ellittica*. Nella prima per un punto si possono condurre due rette parallele ad una retta data, nella seconda non se no può condurre nessuna; in quella la somma degli angoli di un triangolo è minore di due retti, e non vale più il teorema che due rette in un piano o sono parallele o si incontrano; in questa due rette situate in un piano si incontrano sempre e la somma degli angoli di un triangolo è maggiore di due retti. Nell'una e nell'altra poi non esistono figure simili; e vien meno perfino il teorema di Pitagora, terrore di tanti allievi delle Scuole secondarie, per essere però sostituito da altre e più complicate relazioni.

Insomma, come si comprende, tolta una pietra angolare, tutto il vecchio edificio cade, ma sulle rimanenti se ne eleva uno incomparabilmente più vasto, nel centro del quale esso risorge.

La *Geometria generale*, che comprende tutti i sistemi possibili, dipende da un numero, il cui valore indeterminato teoricamente, dovrebbe, ma non potrà forse mai, essere determinato con precisione dalla osservazione, per gli errori da cui questa è necessariamente accompagnata. Per conseguenza la Geometria euclidea, che corrisponde al valore *zero* di questo numero, non potrà raggiungere la assoluta certezza; poiché per ciò occorrerebbe, per esempio, verificare anche per un solo triangolo, che la somma degli angoli è rigorosamente eguale a due retti, corrispondendo una differenza in più od in meno, per quanto piccola, a valori positivi o negativi di quel numero, cioè alla Geometria ellittica od alla iperbolica. Si riuscirebbe invece ad escludere e la Geometria di Euclide e l'una o l'altra delle due ipotesi, che le contendono il campo, se con più perfezionati metodi di misura si riuscisse a stabilire che la somma degli angoli di un determinato triangolo differisce da due retti in più od in meno, per una differenza, che eccedesse i limiti degli errori di osservazione. La questione resta e resterà a lungo indecisa, e riveste soltanto carattere storico, poiché i teoremi della Geometria euclidea, che valgono nel campo delle nostre osservazioni, tenuto conto degli errori di queste, sono compatibili anche colle altre Geometrie.

Tale è la verità, che ora splende a noi di luce meridiana, ma le vicende, at-

traverso le quali essa poté finalmente farsi strada, sono tra le più singolari ed istruttive, che la storia della scienza ricordi. Prima che le nuove dottrine fossero affermate in tutta la loro interezza, alcuni geometri si erano ad esse grandemente avvicinati, sebbene la inconcussa fede nella verità assoluta della Geometria euclidea ne togliesse loro la chiara visione. Fino a pochi anni fa uno solo di questi precursori era generalmente noto, Adriano Maria Legendre, geometra francese vissuto tra i secoli decimoottavo e decimonono. La nuova elaborazione a lui dovuta degli *Elementi* di Euclide, che ebbe in quell'epoca grandissima voga, nelle sue diverse edizioni contiene non soltanto alcune riduzioni del quinto postulato ad ipotesi, secondo l'Autore, più semplici; ma altresì alcuni teoremi che appartengono alla Geometria generale, perché sono dal postulato stesso indipendenti. E certamente fu grande merito del Legendre l'aver contribuito a tener vivo l'interesse dei geometri intorno ad una questione, da cui stavano per ritrarsi per stanchezza, e forse l'averne così affrettata la soluzione.

Ma il nostro Beltrami, grandemente benemerito egli stesso dell'incremento e della diffusione delle nuove dottrine geometriche, diede impulso a ricerche storiche fruttuose sui precursori di queste, togliendo all'oblio un geometra italiano, il quale molto prima e più del Legendre fu vicino alla verità, voglio dire Girolamo Saccheri, nato a S. Remo nel 1667, morto a Milano nel 1733. E l'oblio era davvero immeritato poiché per la testimonianza di un biografo suo contemporaneo ed amico e più per quel che ci rimane del suo lavoro scientifico, egli fu uomo di grande ed incontestato valore e merita un posto segnalato tra i geometri del suo secolo. Come Gauss, manifestò fin da fanciullo una grande propensione per l'Aritmetica e si dilettò nel calcolo numerico, di cui a cinque anni dava saggi per la età meravigliosi; ed ebbe ingegno sommamente fecondo e versatile. Entrato a diciotto anni nella Compagnia di Gesù e mandato da questa successivamente come docente in diversi collegi, in quello di Brera strinse relazione col Padre Tomaso Ceva e col fratello di lui Giovanni, dai quali forse gli vennero eccitamenti e consigli, che lo volsero agli studi geometrici. Passato a trenta anni a Pavia, unì all'insegnamento della Filosofia e della Teologia polemica in quel collegio quello di vari rami delle Matematiche alla Università, e coltivò tutte quelle discipline con successo, di cui fanno fede le opere da lui pubblicate e tenute dai contemporanei in grandissimo conto. Tre di queste sono di argomento matematico, e tra esse quella, che si riferisce alla teoria delle parallele, rappresenta da sola, come fu ben detto, il lavoro di tutta una vita. Scritta in lingua latina essa apparve in Milano dedicata al Senato di quella città appunto nell'ultimo anno della vita dell'Autore col titolo: *Euclides ab omni naevo vindicatus, sive conatus geometricus, quo stabiliuntur prima ipsa universae Geometriae principia.*

Il Saccheri parte dal concetto della verità assoluta del quinto postulato, che anch'egli si propone di dimostrare. «Certamente, egli dice, nessuno dubita della verità di questa proposizione; anzi vien fatto appunto ad Euclide unicamente per averle dato il nome di assioma, quasi splendesse di luce sua propria

per la sola retta intelligenza del suo significato». Ma egli segue una via affatto nuova, la quale, se non poteva condurlo alla meta irraggiungibile, che si era prefissa, doveva svelargli nuovi aspetti della questione e lo avrebbe condotto alla verità, se questa non fosse stata ottenebrata da un pregiudizio ancora invincibile. Come un secolo dopo di lui i fondatori della nuova Geometria, egli pure prescinde dal postulato e ritenendo di Euclide soltanto le proposizioni da esso indipendenti innalza su queste un edificio di classica bellezza, che rivela nell'architetto una singolare perizia ed un gusto geometrico squisito.

Fino da principio gli si rivelano le tre ipotesi possibili contraddistinte da caratteri semplicissimi, che egli si compiace di presentare sotto diversi aspetti equivalenti, mettendo così in evidenza altrettante proprietà elementari delle tre Geometrie; ed in particolare previene e completa il Legendre nel teorema relativo alla somma dei tre angoli di un triangolo. Come questi, esclude la Geometria ellittica fondandosi sopra un altro postulato, di cui Euclide implicitamente fa uso; ma va ben più avanti di lui e previene i fondatori della Geometria iperbolica, nello stabilire il concetto di parallelismo ed altri teoremi fondamentali di questa Geometria. E se non li eguaglia nel trarre da questi tutte le possibili conseguenze, li supera con latina genialità nei pregi di esposizione e particolarmente nella chiarezza, talché la lettura dell'*Euclides vindicatus* è ancora consigliabile a coloro, che, forniti soltanto di una preparazione elementare, desiderano di famigliarizzarsi colle moderne teorie geometriche.

Noi ora difficilmente comprendiamo come un così alto intelletto non abbia veduta la verità, che può dirsi avesse toccata con mano, e si sia ostinato nel proposito di distruggere con sofismi ciò che aveva edificato con così sano e giusto criterio geometrico. Ed è proprio così, poiché il Saccheri sempre convinto della verità assoluta della Geometria euclidea, dopo avere sbarazzato il terreno da una delle due ipotesi ad essa contrarie, rivolge le sue armi contro dell'altra, ma, come bene osserva il Beltrami, quanto si è dimostrato acuto ed elegante geometra nell'edificare, altrettanto si mostra imbarazzato o maldestro nel distruggere. E, malgrado l'aiuto di una fitta schiera di lemmi, di corollari e di scolii, che occupano una distesa di sedici densissime pagine, non riesce ad opporre alla *ipotesi nemica* se non delle pretese contraddizioni fondate sopra concetti non esatti relativi all'infinito ed all'infinitesimo matematico!

Questi errori, più dell'epoca che dell'uomo, non possono scemare in noi la ammirazione, che è ben dovuta alla sua opera geniale, ed io vorrei che la mia parola valesse a diffondere ancora più in Italia la fama di un dotto, che altamente la onora. Pur troppo fino ad ora la iniziativa rivendicatrice del Beltrami ha avuto eco quasi unicamente all'estero e l'*Euclides vindicatus*, tradotto in questi ultimi anni in inglese ed in tedesco, attende ancora una traduzione italiana od una ristampa del testo oramai fattosi raro. Sarebbe ben tempo che a ciò si provvedesse e che nella sede della gloriosa Università ticinese sorgesse un ricordo all'insigne geometra troppo a lungo dimenticato!

Poiché l'intento, che il Saccheri si proponeva, non fu e non poteva essere raggiunto e il terreno non era ancora preparato a ricevere e fecondare i semi delle nuove teorie geometriche, il suo libro, che pur ebbe nei primi anni dopo la pubblicazione una relativa notorietà, esercitò forse poca influenza nello svolgimento ulteriore delle teorie stesse. Però se si può ammettere che esso non influisse in alcun modo sull'opera del Legendre, che pubblicò la prima edizione dei suoi Elementi verso la fine del secolo decimoottavo, non si può aderire senza riserva all'avviso che senza influenza esso fosse pure sopra un'opera scritta da Giovanni Lambert nel 1766 in seguito alla lettura di quella Dissertazione, di cui ho fatto cenno, e nella quale tra le altre dimostrazioni del quinto postulato anche quella del Saccheri è presa in esame e confutata. Il Lambert, che meritò per la profondità delle vedute di essere paragonato al sommo Leibniz, e che per lo studio sulle orbite delle comete occupa un posto di primo ordine fra gli astronomi, è certamente superiore ad ogni sospetto di plagio; da cui lo assolverebbe in ogni modo il fatto che la sua *Teoria delle linee parallele* non fu pubblicata da lui, ma da Giovanni Bernoulli qualche anno dopo la sua morte. Si deve pure riconoscere che questa non è inferiore alla grande riputazione del suo Autore e per le considerazioni sui metodi di dimostrazione in Geometria, e in particolare sullo spirito del metodo euclideo, degne del profondo filosofo, che meritò la stima e le lodi di Emanuele Kant e per la scoperta identità delle nuove Geometrie con quelle della sfera reale ed immaginaria, e pei teoremi in essa per la prima volta dimostrati relativi alle aree di un triangolo nelle Geometrie stesse. Ma, se per queste ragioni non si può negare al Lambert un posto eminente tra i precursori delle odierne teorie geometriche, la grande ed innegabile affinità tra l'opera sua e quella del Saccheri indurrebbe a credere che questa gli fosse pienamente conosciuta. Il punto di partenza del Lambert è analogo a quello del Saccheri, e analoghe sono pure le considerazioni intorno a ciascuna delle tre ipotesi, nelle quali anche il Lambert necessariamente si imbatte; sebbene, come è naturale, esistano tra i due anche punti notevoli di divergenza. Può darsi che il Lambert, convinto che il Saccheri si era messo nella buona via, volesse ripetere per suo conto il tentativo nella fiducia di condurlo a buon porto; come è probabile che egli si astenesse di pubblicare il suo lavoro perché non soddisfatto o non sicuro dei risultati raggiunti.

Col Saccheri in Italia, col Lambert in Germania e col Legendre in Francia si chiude il ciclo dei precursori, poiché Francesco Adolfo Taurinus rappresenta piuttosto l'anello di congiunzione tra questi ed i banditori delle nuove dottrine. In vero egli ha comune coi primi la convinzione della verità assoluta della Geometria euclidea, cogli altri quella della possibilità logica della Geometria iperbolica, talché contro questa non sa addurre che una ragione di nessun valore scientifico, cioè la indeterminatezza del numero, da cui essa dipende. L'opera del Taurinus pubblicata nel 1825, collo stesso titolo di quella del Lambert non fu presa dai Geometri di quel tempo in alcuna considerazione, e il

suo Autore scoraggiato dall'insuccesso non meritato, diede alle fiamme tutti gli esemplari, che ancora gli rimanevano, del suo libro; e non si occupò più di matematiche, talché il trionfo, a cui sopravvisse, della verità da lui intraveduta lo trovò, a quanto pare, indifferente.

La singolarità delle vicende che precedettero questo trionfo riceve ancora maggiore risalto dal contrasto con quelle che lo accompagnarono. Dopo che per venti secoli le menti più elette non erano riuscite a disperdere le tenebre, in cui si nascondeva uno dei capisaldi della Geometria, non uno ma quattro pensatori sparsi qua e là per l'Europa ed ignari l'uno dell'altro arrivano quasi contemporaneamente a capo della grande impresa. Fatto veramente significativo, poiché proverebbe che le conquiste della scienza non si improvvisano per virtù dei geni, anche straordinari, quando non preceda la necessaria preparazione; mentre, data questa, esse non possono farsi attendere lungo tempo.

Il più illustre tra i fondatori della nuova geometria è Carlo Federico Gauss nato a Braunschweig nel 1777 e morto a Göttingen nel 1855 nella pienezza degli anni e della gloria. Egli fu veramente privilegiato dalla natura e dalla Provvidenza, poiché del genio straordinario ebbe le soddisfazioni, non i tormenti, e la sua vita trascorse, come fiume maestoso, che non sa le tempeste; e ciò che è più, fu anche degno della sua grande fortuna per la squisita bontà del cuore e per la rettitudine del carattere. Non potrei senza dilungarmi troppo neppure accennare ai successi che allietarono la sua carriera scientifica, che può ben dirsi una lunga e non interrotta carriera trionfale; ma non so tacere di uno che è collegato al nome di un grande italiano, e per cui la fama di Gauss si diffuse fuori del mondo matematico tra le persone colte di tutto il mondo civile. Giuseppe Piazzi, direttore dell'Osservatorio di Palermo, nella prima sera del secolo passato aveva scoperto il primo dei piccoli pianeti che si aggirano tra Marte e Giove, a cui egli diede il nome di Cerere; ma poiché presto esso salì all'orizzonte in ore disadatte, non poté osservare che un breve tratto della sua orbita, insufficiente per determinarla tutta coi mezzi di cui allora disponeva l'Astronomia teorica. Come si sarebbe potuto rintracciare il nuovo pianeta, quando esso fosse riapparso all'orizzonte in ore più proprie? Il Gauss coi metodi da lui escogitati risolse il problema così felicemente che nella notte del 7 dicembre 1801 il Direttore dell'Osservatorio di Gota ritrovò, proprio nel punto da lui indicato, il fuggitivo, che così fu assicurato definitivamente alla scienza e che ebbe presto altri compagni, di cui Gauss determinò ancora le orbite con calcoli laboriosissimi. Questi trionfi gli procurarono inviti ad assumere la direzione degli osservatori di Pietroburgo e di Göttinga, ma egli si decise per quest'ultimo soltanto dopo la morte del Principe che lo aveva incoraggiato ed aiutato fino dai primi anni, e poi gli aveva assegnato una modesta pensione e lo aveva fornito di strumenti astronomici, perché potesse dedicarsi alle sue predilette ricerche. Il Gauss fino dalla prima giovinezza prese a meditare sui fondamenti della Geometria e presto i tentativi per dimostrare il quinto postulato lo misero

sulla via giusta conducendolo a dubitare della sua verità. Ma egli non si indusse mai a pubblicare i risultati delle sue ricerche e nella stessa corrispondenza scientifica e in poche pagine postume relative all'argomento non si trovano dati sufficienti per seguirlo nella lenta ed anche per lui faticosa conquista della verità. Come ripetutamente si espresse, egli temeva di non essere compreso e rifuggiva dal solo pensiero delle grida che i *Beoti* avrebbero levate, se avesse esposto completamente il suo pensiero. Ma, più di questi timori, lo trattenne forse quello delle discussioni che avrebbe sollevate e che gli avrebbero tolto un tempo prezioso; e l'essersi rivolto ad altri studi, dopo che la questione del quinto postulato era per lui sicuramente risolta. In ogni caso non si può accusare di tepido amore per la scienza Colui, che tanto le diede, e che quasi estasiato dai successi ottenuti nella Astronomia scriveva: «Per me dopo le gioie del cuore e la contemplazione della verità nella Matematica pura, essa costituisce il più dolce godimento che noi possiamo avere sulla terra.» Senonché, come egli si esprimeva ancora, «non il sapere, ma l'apprendere, non il possedere, ma il conquistare, non l'essere ma il divenire procurano le gioie più grandi. Quando io ho messo completamente in chiaro una cosa me ne allontano, per gettarmi ancora in mezzo alle tenebre.» Comprendiamo così come egli non scendesse in lizza neppure quando le nuove teorie geometriche furono da altri apertamente professate e divulgate.

A Gauss spetta il merito di essersi per primo emancipato dal pregiudizio, che sembrava invincibile, della verità assoluta della Geometria euclidea; ma la ipotesi, pur tanto verosimile, che a lui mettano capo tutte le ricerche della prima metà del secolo scorso sulla teoria delle parallele non è stata confermata dai documenti testé venuti alla luce. È invece accertato che un professore di diritto dell'Università di Königsberg, Carlo Schweikart, ebbe indipendentemente da lui la giusta intuizione della natura del quinto postulato e delle linee fondamentali della Geometria iperbolica; e per ciò che concerne gli altri due fondatori di questa già noti, la influenza del Gauss risulta affatto indiretta per l'uno e non è per l'altro avvalorata da alcuna prova.

Certamente dalla amicizia strettasi all'Università tra Gauss ed un giovane ungherese suo compagno di studi, Volfango Bolyai, ebbe origine l'interesse di questo per la teoria delle parallele; ed è pur certo che Giovanni Bolyai fu spinto ad occuparsi di questo stesso argomento dal padre, che agli insuccessi non si era mai rassegnato. Ma da solo a ventun'anni e più rapidamente dello stesso Gauss egli fece il passo più difficile e decisivo, e pure da solo costruì la nuova Geometria, raccogliendone la esposizione in poche pagine di appendice ad un trattato di matematiche del padre pubblicato nel 1832. E queste pagine meritirono il plauso entusiastico dell'astronomo di Gottinga, il quale riconobbe nel giovane matematico ungherese *un genio di prima grandezza*. Esse hanno anche il merito di farci conoscere, sebbene in modo indiretto, le vedute del Gauss, il quale in una lettera al vecchio Bolyai si dichiara lietamente sorpreso di vedere

queste nella loro sostanza fedelmente riprodotte nella *Appendice* e suggerisce le poche varianti che egli vi avrebbe apportato. Il Bolyai, che era ufficiale nell'esercito austriaco, fu ancora giovane collocato a riposo, forse (come fu da altri maliziosamente pensato) in causa delle sue eresie geometriche.

Anche un geometra russo, Professore all'Università di Kasan, circa nello stesso tempo, giunse a svelare l'enigma che aveva formato il tormento di tanti secoli, e meritò di dare il nome alla nuova Geometria. Nicolò Lobatchewskij fu discepolo a certo Bartels, prima maestro e poi amico di Gauss, ed in ciò si volle trovare un argomento a favore della ipotesi che egli pure da questo fosse, almeno indirettamente, ispirato. Ma, mentre i rapporti famigliari tra Bartels e Gauss risalgono agli anni in cui questi non aveva ancora ben maturate le proprie idee sul quinto postulato, e la corrispondenza scientifica non contiene nessuna lettera, che venga a confermare l'ipotesi, è stato messo in chiaro che anche il Lobatchewskij partì dal concetto della verità assoluta del postulato stesso e per gradi giunse alla nuova Geometria. Egli espose i suoi concetti in diverse pubblicazioni, che vanno dal 1829 al 1855, e tra queste le *Geometrische Untersuchungen* furono note nel 1844 al Gauss, il quale ne diede un giudizio favorevolissimo, talché su di lui proposta il loro Autore fu nominato corrispondente della Società delle Scienze di Gottinga. «Nell'opera di Lobatchewskij, egli scrive, io nulla ho trovato, che per me fosse materialmente nuovo, ma lo svolgimento è fatto per altra via e certamente in modo magistrale e con senso prettamente geometrico».

L'insuccesso, che incontrarono nel principio gli audaci banditori delle nuove dottrine, dovuto forse anche al fatto che queste si presentavano non come una generalizzazione, ma quasi in opposizione alla Geometria euclidea, addimostrò che bene si apponeva il Gauss pensando che la maggior parte dei geometri contemporanei non fosse preparata per accoglierle. Imperocché essi rimasero per oltre venti anni inascoltati e urtarono contro il peggiore degli ostacoli: l'indifferenza, da cui non vengono né la discussione, né la critica, che, presto o tardi, assicurano il trionfo del vero. Ma forse il Gauss non si appose egualmente bene giudicando che a lui pure sarebbe toccata la stessa sorte, dacché dopo la morte di lui bastò il divulgare la sua approvazione perché la nuova Geometria ottenesse in breve tempo il quasi universale consenso del mondo matematico.

Una rappresentazione della Geometria iperbolica fatta conoscere dal Beltrami nel 1868, rendendone sensibili le proprietà, trionfò infine delle ultime resistenze, e così fu chiuso genialmente in Italia un ciclo di ricerche, che in Italia aveva avuto principio.

Come sempre avviene, le nuove dottrine accolte finalmente nella scienza diedero impulso ed alimento a studi, che sopra di esse gettarono poi luce maggiore. Sottoposte al triplice controllo della Analisi metrico-differenziale, della Geometria proiettiva e delle recenti teorie sui gruppi di sostituzioni, sotto tutti

gli aspetti risultarono confermati gli eguali diritti non soltanto della Geometria parabolica e della iperbolica, ma altresì della ellittica, che in base ad un postulato arbitrario era stata ingiustamente proscritta. E se l'indirizzo proiettivo si distingue per eleganza, e pel pregio di mantenersi strettamente nel campo geometrico, pur dando al problema un aspetto di grande generalità, e quello di Helmholtz e Lie meno si discosta nel concetto direttivo dall'aspetto elementare del problema stesso, l'indirizzo metrico-differenziale di Riemann ha aperto alla Analisi matematica amplissimi orizzonti ed è stato fecondo di progressi in altri rami della Scienza, ed in particolare nella Meccanica analitica.

La brevità dell'ora non mi permette di dilungarmi su questi nuovi aspetti del problema, dai quali apparirebbe sempre più confermato che le meditazioni sui fondamenti della Geometria non furono esercizi sterili di una critica, che tutto discute e distrugge senza nulla ricostruire, ma portarono nelle matematiche uno spirito innovatore e fecondo, al quale si deve in gran parte se fu smentito il melanconico presagio di Montesquieu e di Lagrange che presto si potesse essere forzati ad abbandonare per esaurimento la miniera aurifera, che tanti grandi avevano così profondamente scavata.

*Magnifico Rettore, Signore e Signori!*

Io vorrei che la mia parola fosse riuscita più degna di Voi, della solennità di questo giorno e dell'alto argomento, su cui Vi ho trattiene; e che essa non soltanto Vi avesse dato qualche concetto della importanza e dello svolgimento storico di questo, ma altresì rivelata, almeno in parte, la sovrana bellezza degli studi matematici e le ragioni del fascino che essi esercitano sopra tante e così nobili intelligenze. Io vorrei sopra tutto, o giovani, che siete tra le elette speranze del nuovo secolo, avervi ispirato un forte amore alla scienza pura, che in questi studi ha una tra le sue più elevate manifestazioni, e che nell'Università deve avere il culto maggiore, se non esclusivo. Senza questo amore non soltanto non potrete toccare a meta eccelsa e degna, ma gli stessi sforzi necessari a raggiungere gli intenti più umili, che poteste prefiggervi, vi riuscirebbero troppo gravi e faticosi. Se in vece amerete fortemente e per sé stessa la scienza, il cammino, se pure arduo e lungo, vi sarà dilettevole, come sarà compito gradito e caro ai vostri maestri il guidarvi per esso allietati dalla speranza di trovare in voi, prima dei cooperatori, poi dei continuatori efficaci dell'opera loro.

## DISCORSO INAUGURALE

dell'anno accademico 1905-906

LETTO

NELL'AULA MAGNA DELL'UNIVERSITÀ

il 6 novembre 1905

dal Professore ordinario di Geometria analitica

**SENATORE GIUSEPPE VERONESE**

### IL VERO NELLA MATEMATICA

Signore e Signori,

In quest'aula, che religiosamente custodisce le glorie secolari della università nostra, donde intorno a noi si libra lo spirito del Galilei, che fondò la filosofia della Natura sull'osservazione e sull'esperienza, cercando nelle discipline matematiche il principale strumento delle sue ricerche; in quest'aula, ove per costante tradizione di anno in anno uno dei colleghi è chiamato a rendere omaggio alla scienza, che d'ora in ora accresce la comune dottrina, eleva lo spirito e contribuisce allo svolgimento ordinato e al benessere dell'umanità; io cultore di una scienza, che ebbe qui insigni maestri, mi sento trepidante dinanzi alla maestà della storia di questa nobile scuola nel parlare a Voi intorno al vero nella matematica, alla certezza che è in esso e al suo valore nella scienza pura e nella scienza applicata. Se le mie argomentazioni non possono far vibrare in quest'ora solenne le corde del sentimento e del consenso delle anime vostre, tuttavia compiendo un dovere, oso sperare, signore e signori, nella vostra benevola cortesia.

Del vero nel pensiero e nella Natura si occupano da secoli filosofi e naturalisti; i filosofi che cercano di sapere ciò che appartiene all'attività dello spirito fuori dell'influenza diretta dei corpi esteriori, i naturalisti che cercano di separare quel che appartiene al mondo obbiettivo, del quale studiano le leggi. Ma le leggi del pensiero logico puro sono comuni ad entrambe, e la matematica non ne è che la conseguenza.

I concetti del numero, dell'estensione e del moto nelle loro forme primitive naturali sono propri anche agli animali inferiori, che istintivamente conoscono la larghezza d'un burrone o le condizioni di stabilità di un nido, o costruiscono in forma esagonale le cellette di un alveare, o appena usciti dall'uovo si muovono

no con sorprendente agilità. Il bambino stesso sa distinguere ben presto l'idea dell'unità dalla pluralità, il prima dal poi, e muove incerto i primi passi in linea retta verso la mamma, che sorridente lo incoraggia e gli tende amorosamente le braccia. Ond'è che le nostre prime cognizioni matematiche trassero origine dai bisogni della vita comune di ordinare, numerare e misurare gli oggetti forniti dall'osservazione. E primi i Greci, guidati da Pitagora e da Platone, riconobbero la sovranità del numero e dell'estensione nella Natura, e diedero alla matematica un'esistenza propria e indipendente. Essa entrò nella storia del sapere umano come scienza esatta, e affinché valesse meglio questo suo carattere andò sempre più idealizzandosi, mentre le scienze naturali, nelle quali fin dal principio si contendevano le ipotesi, scioltesi dalle discussioni infeconde della metafisica, divennero sempre più scienze di osservazione e di esperienza. La matematica pura diventò così logica applicata, ma se la logica insegna a non sbagliare nel ragionare, la matematica insegna pure a scoprire il vero.

Diverse sono le opinioni sul valore di essa: chi la esalta come Platone, chi la giudica un semplice meccanismo, come Schopenhauer; i più la rispettano da lontano e l'apprezzano per quanto può essere utile ai bisogni materiali della vita. Eppure, essa è non solo la più ideale bensì anche la più positiva delle scienze, perché è la più alta e più precisa espressione del vero. E se appare ai più come arida esposizione di simboli o di figure geometriche, perché il sentimento del vero non appare così spontaneo e generale come quello del bello e del buono, essa però concede le sue gioie a quei pochi sacerdoti che, schivi degli applausi della folla, in essa nobilitano il proprio spirito ed in essa trovano uno strumento meraviglioso e potente per interrogare la Natura e svelarne i segreti.

Ma il vero nella matematica è effettivamente tale, o non è esso talvolta, come in altre scienze, esposto ad essere rigettato o modificato? Il credere a tutto o il dubitare di tutto, come dice il Poincaré, sono due soluzioni comode, perché l'una e l'altra ci dispensano dal riflettere. Per molti secoli gli *Elementi* di Euclide servirono all'educazione matematica della gioventù, e nessuno aveva mai dubitato della solidità delle basi di questo monumento insigne della sapienza greca. Ma soveniva la critica, potente mezzo dell'indagine scientifica moderna. Nelle matematiche essa penetrò dopo la meravigliosa scoperta del calcolo infinitesimale dovuta a Newton e a Leibnitz, e trovò largo campo negli errori inevitabili che derivarono in sul principio dall'indeterminatezza dei concetti di infinito e infinitesimo.

Dalla critica e dalle discussioni tra i filosofi e tra i matematici intorno alle nuove ipotesi, nacque il dubbio che la matematica non sia scienza esatta, quasi a conforto di quei cultori di altre scienze, che per giustificarsi dai dubbi sollevati dalle loro teoriche, citano volentieri le discussioni intorno ai principi della matematica. Questo conforto però non è legittimo; la scienza matematica è per sé esatta, né dipese da essa se non poté raggiungere ne' suoi principi una

forma definitiva. L'errore o dipende direttamente dal matematico o deriva dalla indeterminatezza di alcuni concetti fondamentali, come ad esempio quello dell'infinitesimo attuale del Leibnitz, da lui poi abbandonato, e che condusse a discussioni interminabili; o può discendere anche dalla mancata dimostrazione della possibilità logica di alcune nuove ipotesi o dalla non appropriata loro interpretazione. Perché il vero sia stabilmente raggiunto, è necessario che la critica determini bene i principi sui quali esso riposa, e a tal uopo questi principi devono essere riconosciuti universalmente necessari al nostro ragionamento, onde più semplici essi saranno e minore ne sarà il numero, e tanto meglio si consegnerà questo fine. La critica, mirando a ciò, da un lato ha posto la scienza su basi sicure, dall'altro aprì nuove vie alla ricerca. Essa recò anche un altro vantaggio: la diminuzione, se non la completa sparizione, di quella classe di mattoidi che vogliono dimostrare l'impossibile, come la quadratura del cerchio, e sono... i geni incompresi.

Ma lento fu il cammino in codesta via, perché le nuove idee urtarono contro credenze profondamente radicate e rafforzate dall'autorità di sommi matematici, o contro l'indifferenza degli uni, che per non darsi la pena di riflettere escludevano tali ricerche dal campo matematico, o l'opposizione degli altri, pei quali i nuovi pensatori erano i rivoluzionari della scienza. E ad oscurare la luce nascente delle nuove verità matematiche si aggiunsero quei filosofi, che, fermi nei principi matematici già da essi conosciuti, vedevano o credevano di vedere nelle nuove idee un attentato alle loro ipotesi sulla conoscenza e sull'interpretazione della Natura, mentre da un nuovo ordinamento dei principi suggeriti e rinvigoriti da fatti nuovi non solo può trarre profitto la matematica, ma la stessa filosofia<sup>1</sup>.

È però necessario che il nuovo ordinamento dei principi matematici non appaia o artificio di metodo senza vita, o giuoco, per quanto utile, di simboli, bensì corrisponda allo svolgimento logico e più semplice delle idee matematiche, e sia perciò filosofico.

Pel carattere e pel valore del vero, due grandi rami della scienza dobbiamo distinguere: la matematica pura, gli oggetti della quale non hanno per essa necessariamente una rappresentazione fuori del pensiero, ma sono costruiti coi principi della logica pura, con atti e operazioni mentali necessarie al nostro raziocinio e al progresso della scienza. Essa si divide a sua volta in due importanti branche: la scienza del numero e quella dell'estensione astratta, da non con-

<sup>1</sup> E questo dimostra quali conseguenze abbia nel pensiero di coloro che non proseguono gli studi matematici oltre la scuola classica, un insegnamento di matematica razionale elementare che pretende di avere per fine di insegnare a ragionare esattamente, e contiene invece, senza alcuna avvertenza, gravi errori ed incertezze logiche nei concetti e nelle dimostrazioni fondamentali.

fondersi con quella spaziale. Un'altra grande categoria di scienze matematiche esatte è quella ove gli oggetti sono forniti o risvegliati in noi dall'esperienza: la scienza dello spazio o geometria, la scienza del moto o meccanica.

La matematica pura è per noi esatta. La verità nella scienza pura scaturisce dall'armonia dei diversi atti del pensiero, e la libertà dello spirito nelle sue creazioni è limitata soltanto dal principio di contraddizione. Onde un'ipotesi è possibile quando non vi sia contraddizione colle premesse o colle sue conseguenze. Il matematico assomiglia spesso a un viandante che, percorrendo la sua strada, si trovi dinanzi a due ramificazioni di essa, sicché gli sia necessaria un'ipotesi, per seguire l'uno piuttosto che l'altro cammino.

Se il matematico comincia da principi, da operazioni e da leggi della mente e dell'esperienza, consentite universalmente, e con esse costruisce le sue prime forme indipendentemente dalle varie ipotesi filosofiche che si contendono il campo intorno alla teoria della genesi di quei principi, di quelle operazioni e di quelle leggi, egli deve peraltro rigettare quelle ipotesi e deduzioni filosofiche che contrastino con le sue premesse e colle loro conseguenze.

La matematica pura non rigetta che il falso, ma la dimostrazione della falsità di un'ipotesi, o di una deduzione, deve essere matematica, o, in altre parole, deve discendere dalle premesse e dal principio di contraddizione; ma non può essere fondata su questa o quella ipotesi filosofica intorno alla genesi delle premesse medesime. E se il matematico, come abbiam detto, ha da seguire un metodo filosofico nella costruzione delle sue forme fondamentali, perché tale metodo è più naturale e più fecondo di altri, la filosofia dal canto suo ha il dovere di riconoscere le nuove idee matematiche costruite dalla critica non già sulle rovine, ma accanto o al di sopra del vecchio edificio.

Peraltro da una nuova esposizione delle idee matematiche può aver lume anche la teorica della conoscenza. Certo le forme varie del numero e dell'estensione astratta, come le forme dell'infinito, non si ritrovano nelle nostre sensazioni. Sono però combinazioni del concetto di successione illimitata e dell'atto del pensiero col quale consideriamo questa successione come un tutto dato al pensiero stesso. Ma non si può dire che la legge del pensiero, per la quale ci formiamo il concetto dell'illimitato, e da esso quello dell'infinito e dell'infinitesimo, potenziali e attuali, nelle varie loro forme, sia tratta soltanto dall'osservazione, allo stesso modo che non lo è lo spazio fisico illimitato. Possiamo apprezzare col telescopio grandissime distanze, e piccolissime col microscopio, oltre la quattromillesima parte del millimetro, ed un osservatore provetto può coi nostri strumenti più perfezionati apprezzare il tempo fino a un centesimo di secondo; ma pure siamo sempre condotti a misure finite. E così, aggiungendo ad un numero un'unità e a questa un'altra unità, s'arriva sempre ad un numero finito.

Possiamo evitare la questione della genesi dell'illimitato e dell'infinito con opportune definizioni o convenzioni, per stabilirne con sicurezza i concetti,

per quanto occorre al matematico, benché così si nasconda, non si risolva, la questione della conoscenza. Eppure, la legge dell'illimitato è necessaria al progresso della scienza, né si potrebbe costruire un'aritmetica senza di essa e le sue conseguenze necessarie. Così nel giudizio che due cose sono eguali fra loro non vediamo nettamente quale parte spetti all'esperienza e quale al pensiero. Una risposta esauriente non la conosco, né oserei darla io.

In altro modo si presenta la genesi matematica dei principi della geometria e della meccanica, che sono scienze sperimentali in quanto i loro primi oggetti sono suggeriti dall'esperienza. La verità in queste scienze si fonda sull'armonia del pensiero cogli oggetti fuori di esso, e si è costretti a ritenere falso tutto ciò che contraddica alle leggi del pensiero e dell'oggetto stesso.

La geometria ha la sua origine nell'osservazione diretta degli oggetti del mondo esteriore, che è lo spazio fisico, e dall'intuizione di essi trae le sue prime verità indimostrabili e necessarie al suo svolgimento teoretico, che sono gli assiomi; come, ad es., la proposizione che per due punti passa una sola retta. Eppure, per essere esatta, la geometria deve rappresentare gli oggetti forniti dall'osservazione per mezzo di forme pure astratte e gli assiomi con ipotesi bene determinate, rese cioè indipendenti dall'intuizione, cosicché la geometria diventi parte della matematica pura, ossia dell'estensione astratta, dove il geometra proceda nelle sue costruzioni come nella matematica pura, senza più occuparsi se esse abbiano o no una rappresentazione esteriore finché non le applichi al mondo fisico.

L'esattezza della geometria sarà perciò tanto maggiore quanto più sicura sarà quella degli assiomi suggeriti dall'osservazione, e quindi quanto più essi saranno semplici, universalmente consentiti e nel minor numero. Né possiamo ammettere questi assiomi per tutto lo spazio fisico illimitato senza darne una prova, dappoiché nessuno ha mai osservato né potrà mai osservare tutto lo spazio illimitato.

La nostra intuizione spaziale non è una forma *a priori* trascendentale del nostro spirito, bensì è prodotta dall'osservazione combinata coll'astrazione. Noi ci assicuriamo della presenza degli oggetti esterni per mezzo dei sensi, e delle qualità di sensazioni che in noi producono tratteniamo coll'astrazione soltanto quella di estensione per avere le prime forme geometriche. La intuizione spaziale non è sviluppata allo stesso grado di perfezione in tutti gli uomini, come nei geometri puri e nei pittori; è noto infatti che persone cieche da giovani, riacquistando la vista, hanno un'intuizione imperfetta delle forme più semplici. Essa è, dunque, il prodotto di una lunga esperienza, e se l'adoperiamo senza riflettere, non significa che sia una forma *a priori* dello spirito; come non è tale il nostro linguaggio, per il fatto che da adulti comprendiamo subito il significato dei vocaboli, anche se non sappiamo indicare su quali esempi della nostra esperienza li abbiamo appresi fin da bambini.

Ma per quanto perfetta sia la nostra intuizione, non intuiamo mai la retta illimitata, bensì la retta sotto forma di oggetto sensibile, sia pure idealizzato dall'astrazione.

Ecco perché non possiamo accettare che sia posta alla base della geometria la definizione euclidea delle parallele, come quelle rette del piano che prolungate indefinitamente non si incontrano, né che vi sia fondato un assioma, non potendo essere mai osservate due tali rette. Onde bisogna dare delle parallele una definizione fondata sull'osservazione, ed anche allora si resta convinti, per altre ragioni, che il postulato di Euclide «da un punto si può condurre una sola parallela ad una retta data» manca di quella evidenza, che pur hanno altri assiomi tratti dall'osservazione.

Acciocché le discussioni intorno alle nuove ipotesi della geometria possano essere proficue, è necessario distinguere lo spazio fisico dallo spazio intuitivo, e questo dallo spazio geometrico; forme codeste dello spazio non bene distinte nemmeno da grandi matematici, come dall'Helmholtz, e ancora oggidì dal Poincaré e da altri.

Lo spazio geometrico è appunto quella parte dell'estensione pura nella quale è rappresentato lo spazio fisico e intuitivo, ma che a sua volta non ha per tutte le sue forme una rappresentazione nel mondo reale. E mentre lo spazio fisico e quello intuitivo non possono essere definiti, può essere invece definito lo spazio geometrico. Cosicché non solo l'eguaglianza delle figure geometriche non è necessariamente determinata dal movimento dei corpi rigidi, come riteneva l'Helmholtz, ma è anzi l'eguaglianza delle figure geometriche che è necessaria per definire il movimento dei corpi rigidi; da ciò viene pure un'altra conseguenza: che la geometria teoretica non è una parte della meccanica, come riteneva il Newton. Questo movimento dei corpi rigidi, così come le tre dimensioni dello spazio fisico, è bensì necessario per le pratiche applicazioni della geometria, ma non per lo svolgimento teoretico di essa. Così l'affermazione dello Stuart-Mill, che la retta del matematico non esiste nella Natura, e la osservazione contraria del Cayley, che questo non potremmo affermare se non avessimo il concetto della retta, trovano la loro piena giustificazione nella distinzione che si deve fare dello spazio fisico e intuitivo da quello geometrico, e in questa distinzione esse conciliano la loro apparente contraddizione.

Non si può ricondurre tutta la geometria al puro empirismo, riguardando cioè quali oggetti di essa i corpi dello spazio fisico con le loro imperfezioni, se deve essere una scienza deduttiva, e se in essa la legge di astrazione e quella dell'illimitato, che sono necessità della nostra mente, non hanno il loro pieno svolgimento.

Oltre agli assiomi tratti direttamente dall'osservazione, altri ve ne sono, anche per le applicazioni stesse della geometria nello spazio fisico, e sono detti più opportunamente postulati od ipotesi. L'esattezza di queste ipotesi, che non è accertata dall'osservazione, è sottoposta alle stesse condizioni alle quali sono

assoggettate le ipotesi della matematica pura. Tali sono le ipotesi delle parallele e della divisibilità in parti di ogni tratto rettilineo, alla quale appunto ci conduce la legge dell'illimitato, sebbene praticamente questa operazione ci conduca sempre ad una parte indivisibile; l'ipotesi del continuo, di questo enigma degli antichi filosofi, che il matematico è riuscito, per quanto gli basta, a definire; le ipotesi dell'infinito e dell'infinitesimo attuali, che terminarono antiche discussioni e servirono a costruire la geometria non-archimedeica; e per ultimo quella degli spazi a più di tre dimensioni.

Essendo però la geometria una scienza d'origine sperimentale, è pur necessario che il geometra giudichi quali delle sue ipotesi ideali possano avere una rappresentazione nel mondo esteriore. Fra queste sono quelle delle parallele. Sul principio del secolo scorso Gauss, Lobatschewsky e G. Bolyai hanno fondata una geometria sull'ipotesi che da un punto si possano condurre due rette parallele ad una retta, anziché una sola, e perciò anche tutte le altre comprese fra le due prime; ed il Riemann costruì un'altra geometria sull'ipotesi che da un punto non si possa condurre alcuna parallela ad una retta. Una dimostrazione della possibilità logica dell'ipotesi del Lobatschewsky e del Bolyai fu data dal Beltrami; egli trovò nello stesso spazio euclideo una superficie, la pseudosfera, che rappresenta con tutte le sue proprietà il piano della nuova geometria; allo stesso modo che il piano del Riemann, quando due rette s'incontrano in due punti opposti, può essere rappresentato dalla superficie sferica dello spazio euclideo, oppure da una superficie analoga, se due rette s'incontrano in un solo punto. E mentre la retta nello spazio di Euclide e del Lobatschewsky è aperta, e quindi infinita, invece è chiusa nello spazio del Riemann, e perciò finita, come lo è una circonferenza, anche di raggio grandissimo.

Il Gauss, convinto dell'origine sperimentale della geometria, in un tempo nel quale il kantismo e il puro idealismo trionfavano, nulla pubblicò sulla geometria non euclidea perché, come scriveva, temette le strida dei beoti. Ma la possibilità geometrica dell'ipotesi non significa ancora la possibilità fisica. Le tre geometrie in un campo piccolissimo danno con grande approssimazione gli stessi risultati; onde l'essere la geometria di Euclide verificata con molta approssimazione nel campo delle nostre osservazioni esteriori, piccolissimo in confronto di tutto lo spazio, prova che essa è la più comoda, ma non prova che fisicamente sia la vera. Può darsi che, estendendo il campo delle nostre osservazioni esteriori, o con nuovi mezzi più precisi di misura delle grandezze eguali, si trovi che lo spazio fisico corrisponda ad una delle geometrie non euclidee.

Se per la geometria potremmo ammettere per un momento il puro idealismo, nel quale la vita è come un sogno, mentre per altri motivi dovremmo combatterlo, dobbiamo però rigettare l'ipotesi kantiana della forma a priori dell'intuizione spaziale, per la quale l'assioma di Euclide, il solo che Kant conoscesse, è una verità necessaria. E quei filosofi positivisti, che combattono le

ipotesi non euclidee, non sono in questo meno metafisici dei kantiani<sup>2</sup>. Per molto tempo, infatti, gli uomini hanno ritenuto che la superficie terrestre fosse piana; e in vero anche oggidi, eseguendo le nostre misure in un campo ristretto di essa, troviamo verificata con grande approssimazione l'ipotesi di Euclide. L'osservazione dunque, qui come altrove, non è che approssimativa, e tanto più è tale quanto è meno semplice. Talvolta essa è anche apparente e fallace, come quando ci fa vedere che il sole gira intorno alla terra, mentre, per la conoscenza di altri fatti, sappiamo che è invece la terra che gira intorno al sole.

Se un osservatore coll'intuizione euclidea entrasse in uno spazio pseudosferico o sferico, avrebbe l'impressione, movendosi, che gli oggetti si spostano in determinati modi, e in determinate direzioni si dilatano e si restringono, nello stesso modo che noi, secondo che ci muoviamo, vediamo cambiare la grandezza degli oggetti, e non avremmo modo di decidere se tale fatto è apparente o reale, se non conoscessimo per altre vie le leggi della prospettiva. Così il nostro osservatore nello spazio pseudosferico si accorgerebbe che i movimenti degli oggetti, che egli vede, non sono che apparenti, quando, tornando al posto di prima, tornassero al loro gli oggetti stessi; e l'intuizione sua si adatterebbe ai nuovi rapporti dello spazio, tanto più se l'osservatore venisse a conoscerli per altra via.

Né bisogna lasciarsi sviare nelle discussioni dei principi dalle idee predominanti del tempo. Il padre Saccheri, professore dell'ateneo pavese, che già nel 1733 avea sottoposto ad un'elegante ed esatta critica il postulato delle parallele, stabilendo in modo semplice e rigoroso le principali conseguenze delle tre ipotesi possibili, vittima del preconetto del proprio tempo, che l'ipotesi euclidea fosse la sola esatta, s'affaticò ad abbattere con una serie di errori l'edificio ch'egli stesso avea innalzato alla scienza e fu poi riedificato dal Lobatschewsky. E così il cardinale Gerdil, della Sapienza di Roma, nel 1806 avrebbe potuto facilmente dedurre i numeri transfiniti di G. Cantor da alcune sue considerazioni, se non fosse stato preoccupato di combattere l'infinito attuale per dare una dimostrazione contro l'eternità dell'Universo, colla quale del resto i numeri transfiniti nulla hanno a che fare.

Ma oltre alle geometrie non euclidee delle parallele che potrebbero essere verificate, l'una o l'altra, nel mondo fisico, altre ne abbiamo che non possiamo verificare in questo, sebbene esse siano logicamente possibili.

A queste appartiene la geometria non-archimedeica, che, dapprima attaccata o non curata, ora si va ammettendo dai matematici, ma non è ancora discussa da filosofi, i quali pur tanto si occuparono dell'infinito e dell'infinitesimo attua-

<sup>2</sup> «E ciò indipendentemente, così pel numero come per lo spazio o pel moto, da ogni ipotesi filosofica intorno alla genesi di queste idee, anche se per la formazione della prima idea di numero è necessaria l'esperienza, o se per quella dello spazio l'esperienza non fosse necessaria» – AA. Vv., *Fondamenti di Geometria*, Padova 1891. Trad. tedesca di A. Schepp, ed. Teubner, Lipsia 1894.

li. Le nostre misure pratiche infatti non ci condurranno mai fuori del campo finito.

Così è della geometria degli spazi a più di tre dimensioni, compresi tutti in uno spazio generale di un numero infinito di dimensioni perché per mezzo dei nostri sensi constatiamo che lo spazio fisico, o intuitivo, ha tre sole dimensioni, volgarmente chiamate larghezza, lunghezza, altezza o profondità.

L'ipotesi che fuori dello spazio geometrico a tre dimensioni, detto ordinario, esista un punto, fu molto discussa e diede luogo così a giudizi errati come a fantasie pericolose alla scienza. Urta infatti contro la nostra intuizione l'ammettere che il punto sia un oggetto reale fuori dello spazio fisico, perché tutti gli oggetti che noi osserviamo sono in questo spazio, come ogni numero, che noi costruiamo coll'aggiungere successivamente un'unità ad un'altra unità, è sempre finito e compreso nella serie dei numeri interi finiti, detti numeri naturali.

Ma, come possiamo concepire questa serie quale un tutto già costruito e dato al pensiero, e possiamo aggiungere a questo tutto un'altra unità, non compresa nella serie stessa, formando i numeri transfiniti di G. Cantor, così si può concepire astrattamente come dato lo spazio geometrico a tre dimensioni e fuori di esso un punto. Se si pensa, ad esempio, in un dato momento lo spazio ordinario, e in un altro momento un punto, e se il tempo è contrassegno delle idee pensate, il punto pensato dopo non appartiene allo spazio pensato prima. Lo spazio geometrico è però una forma dell'estensione astratta indipendente dall'intuizione del tempo. Come nella scienza del numero costruiamo dei sistemi di oggetti rappresentati da un numero finito di variabili indipendenti, e nei quali il Descartes trovò per primo una rappresentazione analitica dello spazio ordinario, che dà modo di far corrispondere un sistema di tre numeri (coordinate) ad un punto dello spazio medesimo, così nella scienza dell'estensione astratta possiamo costruire degli spazi a più di tre dimensioni, anzi lo spazio a infinite dimensioni, che tutti li comprende, procedendo alla loro costruzione e alla dimostrazione delle loro proprietà come per lo spazio ordinario stesso.

E questi spazi non sono concezioni vane; ché vi possiamo lavorare colla nostra intuizione, immaginando il punto, la retta e il piano, come nello spazio ordinario. Ma non avendo, né potendo noi avere, l'intuizione dello spazio a quattro dimensioni, in questo combiniamo l'intuizione coll'astrazione; e tale è l'abitudine che facciamo coll'uso continuato di questa operazione, che ci par di vedere nello spazio suddetto due piani che s'incontrino in un solo punto invece che in una retta, come se nella retta che due piani segantisi hanno intuitivamente in comune, vi fosse un punto di colore diverso da tutti gli altri e dai quali facessimo astrazione.

Non dirò come è nata nella matematica quest'idea di uno spazio a quattro dimensioni, né delle critiche, talora anche giuste, quando i matematici da un contenuto puramente astratto, sintetico come quello del Grassmann, o analitico come quello del Riemann, dell'Helmholtz, del Betti, del Beltrami e di altri,

passavano facilmente al contenuto geometrico, che ancora non vi era.

Gli esempi esplicativi dell'ipotesi, ai quali ricorsero i geometri, possono avere generato il dubbio che la loro ipotesi matematica fosse un'ipotesi fisica. Io stesso ho ricorso a un essere immaginario vivente nel piano, ad esempio alla nostra ombra sopra un piano, dotato di un'intelligenza come la nostra e che per mezzo dei suoi sensi percepisca i soli oggetti del suo piano. Questo essere immaginario, posta l'ipotesi del punto fuori del piano, potrebbe costruire teoricamente la geometria solida come facciamo noi. Questo esempio non conduce però ad ammettere l'ipotesi fisica di uno spazio reale a quattro dimensioni, nel quale, come vorrebbe lo Zöllner, i corpi sarebbero come le ombre di esseri esistenti in uno spazio a quattro dimensioni. È vero che noi percepiamo gli oggetti del mondo reale secondo le qualità delle nostre sensazioni di colore, di suono, di calore, di odore e di gusto; ma queste sensazioni appartengono al nostro sistema nervoso e non già agli oggetti stessi, come crede l'opinione del volgo, mentre i cambiamenti delle relazioni fra le sensazioni sono dovuti invece ad azioni esterne. Dalle nostre sensazioni non possiamo perciò giudicare dell'essenza delle cose reali in sé, che la Natura ci terrà sempre nascosta. L'ammettere l'ipotesi che il mondo delle cose in sé abbia quattro dimensioni, equivarrebbe all'ammettere che noi, come l'essere immaginario del piano che vive alla sua superficie e percepisce le sole due dimensioni di essa, viviamo alla superficie di un corpo a quattro dimensioni, del quale, non potremmo percepirne che tre. Ma con questa ipotesi verremmo ad attribuire alle cose in sé una forma analoga a quella che noi in esse verificiamo mediante le nostre sensazioni, le quali non appartengono ad esse. Possibile sarebbe pensare l'esistenza o di un altro mondo diverso dal nostro o di altri esseri viventi dotati di sensi, che percepissero quattro anziché tre dimensioni; ma di questi esseri non abbiamo alcuna notizia. Con quest'ultima ipotesi c'è chi vorrebbe spiegare alcuni esperimenti spiritistici, come ad es. la sovrapposizione di due figure simmetriche, oppure la apparizione o sparizione di oggetti materiali da una camera perfettamente chiusa, senza forarne le pareti. Una tale ipotesi fisica sarebbe puramente fantastica.

Pur ammettendo fenomeni speciali del sistema nervoso, come quelli dell'ipnotismo, che possono fare alterare le nostre sensazioni e la conoscenza delle cose, non possiamo ammettere che un uomo, si chiami pure *medium*, abbia la facoltà, come credeva lo Zöllner, di agire attraverso uno spazio a quattro dimensioni per far passare un anello attraverso l'asta di un tavolino a tre piedi, che egli stesso mi fece vedere a Lipsia, senza concludere che *il medium* era un imbroglione spiritoso e lo scienziato, stimato per altri studi, si lasciava suggestionare dalla credula fantasia.

Né possiamo ammettere le ipotesi dello spiritismo, colle quali si ricorre al soprannaturale per farlo intervenire a dare prova di poco spirito, dando luogo

a fenomeni veri o falsi che avverrebbero soltanto in certe circostanze, specialmente di oscurità, di cui pare gli spiriti siano molto amanti. Ammettiamo pure che certi fenomeni non li possiamo ancora spiegare, e così fu sempre nella storia delle scienze naturali; ma dobbiamo cercare la loro spiegazione nelle leggi della Natura, perché queste sole ci possono condurre nella scienza alla scoperta del vero. La paura dell'ignoto e il bisogno del nostro spirito di voler tutto conoscere, ci spiegano queste aberrazioni di tutti i tempi, così diffuse ancora ai nostri giorni, fra le persone colte. Nella ricerca del vero occorrono bensì fede, fantasia, entusiasmo, che sono i più potenti fattori del progresso umano; e qualche cosa dell'occhio dell'artista, di quell'occhio che condusse Leonardo da Vinci alle sue grandi opere, deve avere anche lo scienziato. Ma non è occhio d'artista lo svenimento romantico o la sfrenata fantasia che vuole forzare ad ogni costo le barriere insuperabili, che ci frapperà la Natura ora e sempre.

Qual è il valore del vero matematico nella ricerca delle leggi della Natura esteriore? Non possiamo chiederci quale utilità possano avere le costruzioni matematiche pure: basta che sieno feconde per scoprire nuove verità o altre relazioni fra quelle già stabilite. Del resto, ogni legge matematica, essendo una legge del pensiero, è anche legge della Natura. E per l'armonia meravigliosa che esiste fra le leggi del pensiero e quelle del mondo fuori di esso, non si può asserire *a priori* che in questo non possano avere un'applicazione utile le più alte e più astratte concezioni matematiche, anche se non furono suggerite dall'esperienza. I Greci che studiarono quelle linee che si chiamano coniche, e costituivano per essi l'alta geometria, non potevano certo prevedere che parecchi secoli dopo sarebbero ritrovate fra le orbite degli astri, di cui Keplero determinò le leggi, che a loro volta servirono alla scoperta di Newton della legge dell'attrazione universale. Chi poteva prevedere le svariate applicazioni della meccanica e dell'analisi infinitesimale alla determinazione quasi rigorosa dei fenomeni celesti, alla scoperta delle loro leggi, ai fenomeni fisici nell'ottica, nel calore, nell'elettricità, meglio determinando il valore delle ipotesi della fisica e scartando quelle non più corrispondenti ai fatti? Galileo disse che la Natura è un libro scritto in lingua matematica. Dove è ordine e misura la matematica può infatti entrare da matrona, e anche quando non è tale, dirige la costruzione degli istrumenti di precisione, che servono sempre alle scienze sperimentali, o delle macchine che servono all'industria; così che Napoleone I affermava, che dal progresso delle matematiche dipende la prosperità della nazione.

Nessun dissidio può esistere fra la teorica e la pratica: l'una aiuta l'altra, talora l'una precorre l'altra; una distinzione netta fra esse, non può essere che dannosa ad entrambe. Come da tempo nella statistica il calcolo delle probabilità ha reso e rende utili servigi nella interpretazione dei fenomeni della vita sociale, così i metodi della matematica hanno varcato la soglia delle scienze chimiche e delle scienze economiche e sociali; e già tentano di entrare, sebbene ancora timidamente, anche nelle scienze biologiche e fisiologiche. Ed è pur noto che

la matematica si presta volentieri a spiegare certi giuochi ricreativi, ed è una buona medicina contro la passione del giuoco del lotto.

Se però la matematica si applichi alla realtà esteriore, la scienza diventa metodo, strumento possente di ricerca, il rigore del suo vero non può essere allora che relativo al fine che l'applicazione si propone o consente. Il ragionamento va posato su tutti i dati dell'esperienza, che sono essenziali alla risoluzione dei problemi pratici, perché, mancando anche uno solo di questi, il calcolo o il ragionamento matematico può condurre a risultati in piena contraddizione colla realtà.

Le ipotesi sulle cause che producono i fenomeni naturali mutano per essere sostituite da altre più approssimate o più generali, che possono servire a spiegare un maggior numero di fatti o a meglio collegarli fra loro con un principio più generale; ma spesso accade, come nella fisica, che le equazioni matematiche mantengono il loro valore. Ed è spirito superficiale o intollerante quegli che, per siffatto alternarsi e modificarsi delle ipotesi, grida al fallimento della scienza, come se anche le vecchie ipotesi abbandonate non abbiano servito a fabbricare sulle loro rovine un edificio più grandioso e più solido. A noi non occorre conoscere le cause intime dei fenomeni, che la Natura ci tiene nascoste, ma le loro relazioni. E quando saranno noti, dopo lunga preparazione, tutti i dati per determinare queste relazioni, allora la matematica potrà scoprire anche fatti non prima osservati. Basta citare la scoperta del pianeta Nettuno fatta dal Le Verrier, che ancora giovane ebbe fede incrollabile nella legge newtoniana dell'attrazione, che regge i movimenti dell'Universo, sia pure con poco piacere del mondo, ma con molta sicurezza di esso. Così la deduzione del Maxwell che le vibrazioni elettriche sono rette dalle stesse equazioni che rendono ragione dei fenomeni luminosi, di guisa che le perturbazioni elettromagnetiche si propagano nell'aria colla velocità della luce, rimase per un trentennio una concezione puramente astratta. Ma l'Hertz, mostrando le onde che ne serbano il nome glorioso, dalle quali derivò l'applicazione del Marconi gloriosa anch'essa, dimostrò con esperimenti, che queste onde si comportano del tutto come la costruzione matematica del Maxwell aveva già profetato.

E dalla matematica molto ancora si può attendere nello studio dei fenomeni naturali.

I Greci, così grandi nell'arte della bellezza e dell'esposizione del vero matematico, sono stati molto inferiori a sé stessi nella filosofia della Natura. Al Rinascimento italiano spetta la gloria di aver iniziato la filosofia sperimentale, alla quale le matematiche hanno reso così grandi servigi. Che cosa possono dire i sogni dei metafisici contro la realtà dell'Universo, contro le epoche nelle quali si formarono il sole e la terra e si svolse la vita nella storia geologica in forme sempre più complete? E dove ha il razionalismo scoperto la gravità, l'attrazione universale, il magnetismo e l'elettricità, l'etere cosmico come mezzo magnetico

ed elettrico, il principio della conservazione dell'energia, ed altri ancora, che sono i principali agenti attraverso lo spazio infinito?

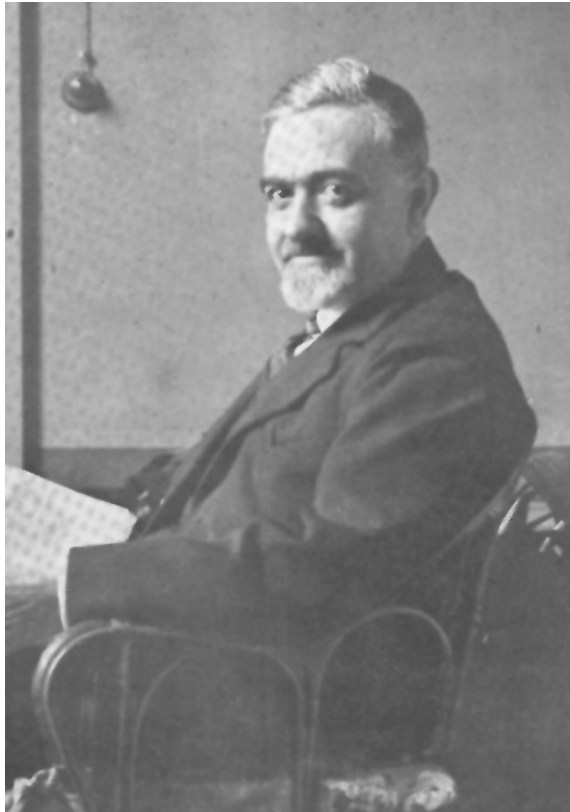
Nel Rinascimento l'Italia fu anche maestra nelle matematiche. Nella pratica della prospettiva, quasi perfetta, di alcuni dei nostri grandi artisti di quell'età, scorgiamo i primi saggi della geometria proiettiva e descrittiva moderna, quali manifestazioni di quel felice connubio che presso alle genti latine spesso si incontra tra scienza ed arte. Ma mentre in Francia, in Inghilterra e in Germania, sotto il primo e vigoroso impulso degli Italiani, auspici Leonardo da Vinci e il Galilei, la scienza si arricchì nel secolo scorso di grandi scoperte ed applicazioni, vi erano bensì tra noi uomini di grande valore, come il Volta, ma le condizioni politiche impedivano la vita vera della scienza. Data all'Italia l'unità, sebbene lo Stato ancora nel disciplinare la scuola non ne abbia fatta base al nostro rinnovamento, si ravvivarono gli studi e la potenza intellettuale della Nazione, ed oramai una pleiade di uomini valorosi cresce prestigio ed onore alla scienza italiana. Stringiamoci tutti intorno a questa alma mater: la quale a noi, piccolissimi corpuscoli sulla terra che come atomo si muove nell'Universo, insegna a penetrare col nostro pensiero nei grandi misteri di esso.

E voi, o giovani, che entrate ricchi di energie nella lotta e siete già baldi nella speranza della vittoria, diffidate dei caratteri deboli e di chi solo è intento al guadagno. Nella vita italiana, se pare tramonti l'ideale di un glorioso passato, spunta, io spero, l'ideale di un avvenire non meno glorioso. Nella scienza non respingete che le ipotesi vane; accettate o tollerate le altre, che possono portare luce nella scoperta del vero: e così, pieni di entusiasmo e di abnegazione, colla religione del dovere nel cuore, leverete in alto la fiaccola del sapere e della virtù, salirete su per l'erto e faticoso sentiero che guida alla verità, e, fatti cittadini benefici, accrescendo lustro e grandezza alla Patria, avrete in premio l'onore ed il trionfo.



**I fondatori  
dei  
«Rendiconti del Seminario Matematico  
dell'Università di Padova»\***

\* Necrologi adattati e rivisti da Carlo Minnaja.



Giuseppe Vitali

ANGELO TONOLO

## Giuseppe Vitali\*

Giuseppe Vitali nacque a Ravenna il 26 Agosto 1875. Fanciullezza senza agi fu la Sua, perché il padre, assistente ai lavori ferroviari con scarso stipendio, non poteva dispensare il minimo benessere economico ai cinque figli, di cui il Nostro era il maggiore. Ma nessuno ignora che nella povertà si temprano le maggiori virtù umane, e il padre, educato alla severa scuola del lavoro e del sacrificio, chiuse la sua dura esistenza con la piena soddisfazione di vedere i figli seguire con amore il suo esempio, e raggiungere tutti ottime posizioni sociali. Ma anche dell'unica ricchezza costituita dal vigile amore della madre e del padre, doveva il Vitali ben presto essere privato, perché, quando Egli frequentava il Ginnasio di Ravenna, il padre fu trasferito a Lecco, e l'Adolescente rimase solo in quella città presso uno zio, conservando per la famiglia lontana un affetto quasi morboso. Frequentò il liceo di Ravenna, dove dal valente professore Nonni apprese gli elementi delle matematiche. Le simpatiche riunioni di uomini maturi e di giovani studenti che avvenivano nel domestico studio del Nonni, ove si discutevano questioni di matematica, ebbero certamente influenza nella mente del giovane Allievo. E la naturale inclinazione a questa disciplina cominciò subito a manifestarsi, perché il Vitali non solo era costantemente il primo fra tutti nella risoluzione dei problemi, ma lasciava indietro di buon tratto i più distinti, per modo che veniva citato dal Nonni come esempio rarissimo. Ottenuta la licenza liceale, frequentò nel 1895 i Corsi di Matematiche dell'Università di Bologna; indi, ottenuta una borsa di studio per la Scuola Normale Superiore di Pisa, passò l'anno successivo in questa Università, dove il Dini e il Bianchi furono i Suoi Maestri prediletti. Fervidi uomini, suscitatori di idee e di ricerche nei giovani matematici, presero essi a stimare il Nostro, nel quale avevano riconosciuto un ingegno, non meno acuto che pronto, e furono da Lui contraccambiati della più deferente e affettuosa ammirazione. A Pisa si laureò con lode nel 1899, presentando come Tesi una ricerca, ove estende alle superficie di Riemann il classico teorema di Mittag-Leffler sull'esistenza di funzioni analitiche uniformi dotate di singolarità assegnate in punti prestabiliti del piano complesso. Più importante è la Sua Tesi di abilitazione dell'anno successivo, dove, prendendo a soggetto una indicazione contenuta in una me-

\* Riduzione dai «Rendiconti del Seminario matematico», 3 (1932), pp. 67-81.

moria dell'Appel sugli integrali delle funzioni a moltiplicatori, trasporta lo studio degli integrali abeliani alle soluzioni delle equazioni differenziali lineari omogenee del second'ordine a coefficienti algebrici con punti singolari della classe di Fuchs. Con queste due memorie, unite all'altra del 1900 dove esamina le funzioni analitiche le cui derivate  $n$ -esime ammettono un limite finito al crescere indefinito di  $n$ , entra il giovane Vitali nell'agone scientifico, lasciandovi subito una impronta con i risultati ottenuti nella Sua Tesi di abilitazione. Egli restò all'Università di Pisa quale Assistente del Dini fino al 1901; poi, in seguito a concorso, raggiunse la Scuola Tecnica di Sassari, e nel 1902 vinse il concorso per il Liceo di Voghera. Nel 1904 passò al Liceo «Colombo» di Genova, dove rimase fino al 1922, conseguendo nel 1907 la libera docenza in Analisi infinitesimale e nel 1909 il premio ministeriale per la Matematica; nel 1911 ebbe l'incarico dell'Analisi Matematica nella R. Scuola Navale Superiore di Genova.

Durante il Suo periodo di insegnamento nelle scuole secondarie il Vitali trattò la teoria della misura giungendo alla misura di Lebesgue senza conoscere i lavori del matematico francese, ed Egli per primo diede un esempio di insieme non misurabile nel senso di Lebesgue. Del pari, soltanto poco tempo prima di Lebesgue il Vitali trovò che condizione necessaria e sufficiente perché una funzione sia integrabile secondo Lebesgue è che l'insieme dei punti di discontinuità sia di misura nulla. Studiò ancora quelle funzioni continue a variazione limitata e in particolare quelle che oggi si dicono «assolutamente continue», con un nome che dette loro proprio il Vitali nel 1903. Egli dimostrò anche che l'assoluta integrabilità caratterizza completamente le funzioni integrali secondo Lebesgue.

Un altro contributo il Vitali diede allo studio dell'integrazione per serie, estendendo tale integrale dagli intervalli a insiemi qualsiasi di punti, e caratterizzò una vasta classe di serie convergenti per le quali è lecita l'integrazione termine a termine. Nella teoria degli insiemi di punti alcune sue intuizioni furono poi sviluppate da Lebesgue stesso e da De La Vallée Poussin. Altri suoi teoremi hanno portato risultati nella teoria delle funzioni, tra i quali il teorema che assicura la decomposizione di una qualsiasi funzione misurabile secondo Lebesgue nella somma di una funzione di Baire e una funzione che è diversa da zero al più su un insieme di misura nulla.

Un altro risultato, giustamente noto come «teorema di Vitali», asserisce che, se le somme parziali delle serie sono limitate nel loro insieme, e se la serie converge in un insieme infinito di punti avente per punto di accumulazione un punto interno, essa converge del pari verso una funzione analitica in tutto l'insieme di definizione. Inoltre dimostrò che se una successione di funzioni analitiche converge in un dominio, e se inoltre le funzioni non assumono due valori prestabiliti, allora la successione converge verso una funzione analitica.

Vitali era dotato di una grande intuizione autonoma, non fu allievo di nessuna scuola specifica, e doveva sentire il bisogno di lavoro originale, andando

dritto ai problemi difficili.

Nel periodo dal 1909 al 1922 Vitali pubblica un solo lavoro di matematica, ma si dedica a compiti sociali, partecipando attivamente alla vita della sua città. È assessore alle Belle Arti e alla Pubblica Istruzione del comune di Genova. Anche nelle quistioni attinenti alla Sua carica, spiccò quella facoltà geniale di cogliere con prontezza il giusto punto donde bisognava partire per la risoluzione di qualche problema concreto. Dotato di un giusto senso di equilibrio, preciso, fermo, talvolta assoluto nei giudizi, era tuttavia disposto per ingenua bontà all'indulgenza, cosicché non ebbe acerbi avversari. Accolse il compito di uomo pubblico con animo scevro da ambizioni volgari e di personali interessi, e lo esercitò sempre con zelo e fervore. E l'assessorato alle Belle Arti ben s'informava alla Sua indole, perché in Lui vigilava, accanto al puro scienziato, un'appassionata anima di artista. Disegnava Egli in modo eccellente, e all'occasione sapeva rivestire il Suo dire di eletta forma poetica. Nella Prolusione ch'Egli tenne all'Università di Bologna nel 1930, e nella Commemorazione ch'Egli avrebbe fatto del Ricci, all'inaugurazione dell'Aula che porta il nome di questo Sommo nel Seminario Matematico dell'Università di Padova, dopo pagine severe di scienza, eccone altre di così intima commozione, in un ricamo sì perfetto di immagini, in una musica sì blanda di parole, che non sembrano scritte da chi passa tutta la giornata in un mondo così diverso dal letterario.

Purtroppo il riconoscimento ufficiale del Suo merito insigne fu lento nell'ambiente accademico, per quanto alcuni eminenti matematici italiani stimassero profondamente il Vitali. A ciò ha indubbiamente contribuito il Suo carattere riservato ed alieno, nonché dal farsi largo, altresì dalle forme intensive di comunicazione scientifica che si accompagnano alla vita moderna, quali frequenti viaggi, contatti personali, intervento ai congressi, distribuzione larga di lavori. Cosicché Egli non poté raggiungere la Cattedra Universitaria che nel 1923: quando venne nominato Professore di Analisi infinitesimale dell'Università di Modena. L'arrivo alla Cattedra fu per il Nostro fulgido esempio di magnifica operosità scientifica. Il Suo lavoro ricominciò con una penetrante analisi delle funzioni a variazione limitata, arrivando ad una proposizione che in sostanza equivale ad un notevole teorema di De La Vallée Poussin. In una successiva memoria Egli pervenne a mettere in rilievo una nuova e importante proprietà caratteristica delle funzioni continue a variazione limitata, la quale Gli suggerì una estensione della nozione di variazione limitata alle coppie di funzioni di due variabili reali.

Nel 1924 è chiamato ad occupare la Cattedra di Analisi infinitesimale dell'Università di Padova. Verso la fine del 1926, nel pieno fervore della Sua attività scientifica, è colpito da emiplegia: un embolo arterioso Gli paralizza la parte destra del corpo, e Lo porta sull'orlo della tomba. Assistiamo ora ad un fatto che ha del fantastico. Mentre il terribile male compie nel corpo la sua opera nefasta, la mente resta lucida, l'intuizione si fa più chiaroveggente, l'indagine

più penetrante, onde alcune delle Sue ricerche furono, se non proprio portate a termine, certo intraviste durante l'acuto periodo del male. Si alza, dopo qualche mese di letto, ma la paralisi Gli ha tolto l'uso della mano destra, e Lo ha messo nell'impossibilità di scrivere senza ricorrere a mezzi meccanici. Acquista una macchina con la quale può mettere sulla carta ciò che il cervello vede nello spazio. Molte delle Sue indagini richiedono ora calcoli laboriosi. Il mezzo meccanico, per quanto perfetto, non Gli serve per tutti gli sviluppi delle formule. Non importa. I passaggi intermedi sono visti nell'aria, e gli allievi verificano talvolta materialmente i risultati delle Sue previsioni. Un fiuto eccezionale Lo salvaguarda dagli errori. La fine di una ricerca si fonde con l'inizio di un'altra. Egli non si dà tregua. Un immutato fervore Gli fa germogliare i temi. Non s'indugia nella compiacenza del lavoro compiuto; è della razza buona che trova ristoro nel suo cammino, camminando. La ricerca distillata, lambiccata non è per Lui, né appartiene al Suo credo scientifico. Da ciò desiderio di grandi tele. I temi Gli si offrono nella loro completa ampiezza, ed Egli deve ricorrere all'opera degli allievi per esaurirli. Escono così dal Suo cervello vulcanico più di una trentina di originali ricerche, ed altrettante ne pubblicano gli allievi sotto la Sua guida generosa.

Cercherò di dare un'idea della natura dei Suoi lavori più notevoli. Una bella memoria del Pascal del 1910 suggerì al Vitali nel 1923 un'altra, dove è sviluppato un Calcolo assoluto da Lui chiamato generalizzato. Ma in questa prima esposizione, Egli non aveva ancora trovato un'operazione che potesse tenere il luogo della derivazione covariante del Calcolo di Ricci, e pertanto una grave lacuna restava al Suo Calcolo. I primi tentativi diretti fallirono, ed Egli scoprì la derivata in discorso nel modo seguente del tutto inatteso. Fra gli spazi funzionali, uno dei meglio caratterizzati è quello delle funzioni a quadrato sommabile, cioè lo spazio hilbertiano. In una poderosa memoria del 1927 il Vitali studiò in modo completo la Geometria di questo spazio, servendosi sistematicamente della rappresentazione funzionale, la quale ha la sua ragione d'essere nella possibilità di sviluppare qualunque funzione a quadrato sommabile in serie di funzioni ortogonali i cui coefficienti si possono interpretare come le coordinate cartesiane del punto rappresentato dalla funzione. Di questo metodo il Nostro farà uso continuo in tutte le ricerche, mostrando con numerose applicazioni i vantaggi che si possono trarre da esso, specialmente nel campo della Geometria differenziale. Non starò qui ad esporre le estensioni allo spazio hilbertiano che Egli ha fatto, con genialità ed originalità di vedute, di molte proposizioni dell'ordinaria geometria differenziale degli spazi ad un numero finito di dimensioni. Mi limiterò soltanto a dire come Egli trovò la derivata covariante del Suo Calcolo assoluto. Studiando le normali che giacciono nel secondo spazio osculatore in un punto d'una varietà immersa nello spazio hilbertiano, Egli s'imbattè proprio con la derivata covariante del Calcolo di Ricci. Allora Egli pensò che lo studio delle normali all' $n$ -esimo spazio osculatore che giacciono

nell'  $(n + 1)$ -esimo spazio osculatore in un punto della varietà in discorso. Lo avrebbe condotto a trovare l'espressione della derivata generalizzata. E così avvenne, perché la ricerca anzi detta, guidata con opportuna scelta di notazioni, Lo portò a scrivere un'operazione che è proprio la derivata che Egli cercava. L'algoritmo si estende subito a tutti i sistemi assoluti, e la lacuna che vi era nella prima esposizione del Suo Calcolo venne finalmente colmata nel 1927. Ma purtroppo tale operazione non era perfetta. Possedeva sì tutte le proprietà della derivata di Christoffel-Ricci, ma mentre gli indici e gli apici del sistema assoluto di partenza possono essere di classe qualunque, l'indice di derivazione deve essere di classe uno. Solo tre anni più tardi questa imperfezione poté esser tolta. È interessante conoscere come Egli raggiunse lo scopo. In una lezione di Analisi superiore del 1930, Egli sviluppava la dimostrazione del carattere assoluto della derivata covariante con un indice di derivazione di classe uno. Ad un tratto si arrestò, pensò qualche minuto, poi fece scrivere dall'Assistente una formula e, aggiunse, rivolto agli allievi: questa deve essere l'espressione della derivata covariante con un indice di derivazione di classe qualunque. Nella prossima lezione proverò il suo carattere assoluto, e se avrò sbagliato... .. mi fischierete. Nella successiva lezione sotto la Sua guida, l'Assistente eseguì i calcoli necessari per provare l'asserto, e alla fine, dopo un'ora di laboriosi sviluppi, ebbe la conferma che anche questa volta la Sua intuizione non L'aveva ingannato! Malgrado però che la dimostrazione sia la più semplice che si possa ideare, essa risultò troppo pesante per il Suo spirito abituato all'agile snellezza degli algoritmi. Cercando di semplificare la dimostrazione in discorso, giunse ad un risultato sorprendente: la derivata covariante di un sistema assoluto per qualunque stato dell'indice di covarianza può essere scritta in una forma sintetica, che ne mette in evidenza di colpo il carattere assoluto!

Reso così perfetto nelle notazioni e negli algoritmi per assidua e geniale opera del Vitali, geometrizzato e applicato alle geometrie riemanniane di specie superiore in questi ultimi tempi dalle abili mani di Enea Bortolotti, il Calcolo assoluto generalizzato attende ora qualche clamorosa applicazione che ne faccia vedere la grande portata. Nel campo delle ricerche geometriche sono da segnalare: il bel concetto e la determinazione dei sistemi principali di normali ad una varietà dello spazio hilbertiano giacenti nel secondo spazio osculatore, cioè di quei sistemi, che rispondendo ad una definizione simmetrica rispetto all'insieme delle loro direzioni, devono essere considerati, secondo Vitali, come sistemi privilegiati; la dimostrazione che per i problemi di minimo o di massimo relativi alle varietà dello spazio hilbertiano, le relative equazioni di Eulero-Lagrange si riassumono nell'annullarsi di un parametro invariante, il quale, quando non è nullo, è perpendicolare alla varietà; la determinazione di certe forme differenziali a carattere proiettivo associate a certe varietà, di cui un caso particolare è la forma classica di Fubini; la costruzione, per qualsiasi varietà, di una varietà che sotto molti riguardi può essere considerata come la

naturale estensione della evoluta delle curve e delle superficie. Quasi tutte le ricerche ora segnalate, ed altre ancora di Geometria differenziale delle curve e delle varietà condotte col sistematico uso della rappresentazione funzionale, nonché una personale esposizione della teoria degli integrali di Lebesgue e degli sviluppi in serie di funzioni ortogonali, sono contenute nella Sua opera *Geometria nello spazio hilbertiano*, «opera che merita di essere meditata dai nostri giovani matematici, onde completare le ricerche del Maestro in un indirizzo che non dovrebbe essere perduto con Lui», come ben disse il Pincherle nella Commemorazione che fece del Vitali alla Reale Accademia di Bologna.

Egli riteneva che, specialmente nelle ricerche di geometria proiettiva differenziale, fosse opportuno pensare immersa la figura nello spazio hilbertiano, e quindi, rappresentando i suoi punti con le funzioni a quadrato sommabile, condurre l'indagine colla rappresentazione funzionale combinata con gli algoritmi del Calcolo assoluto.

Il Nostro era veramente un matematico di classe. Dotato di penetrante intuizione, Egli sentiva la verità d'una proposizione anche se Gli mancavano gli elementi logici per una tale persuasione. Io che ebbi grande consuetudine di vita con Lui, bene mi accorsi quanto lontano e prontamente Egli vedesse. Possedeva eziandio una sorprendente abilità algoritmica, cosicché le conclusioni, pure nel groviglio delle formule, erano sempre raggiunte nel modo più rapido con maestria sapiente. D'un colpo d'occhio vedeva il piano generale del problema, partiva deciso verso la soluzione, avanzando senza timore d'ingannarsi. L'originalità era una Sua caratteristica mentale, nel senso che non desiderava servirsi di quanto prima di Lui era stato fatto, ed anche per cose note sentiva il bisogno di dare al loro studio una personale impronta. Maestro nel senso più elevato e più ampio della parola, aveva fervido l'amore per la Scuola. Agli allievi insegnava con l'esempio il metodo della ricerca matematica, narrava i suoi studi, e si occupava con interessamento delle loro questioni, da Lui sempre consigliate, e per le quali, o indicava la via da percorrere, o dava un'idea che forniva nuovo mezzo di indagine. Perciò esercitava un forte ascendente sulle giovani menti dei discepoli, i quali Lo circondavano di profonda ammirazione e di devota affezione.

Come lo Scienziato fu prodigo distributore di sapere, così l'Uomo fu largo di generosi affetti. Sotto il semblante riservato, Egli custodiva tesori di delicati sentimenti; la soavità era tutta raccolta nel cuore. Chi Lo conosceva la prima volta, subiva di colpo il fascino che emanava dal Suo ingegno robusto, ma la squisita bontà del Suo animo, il calore del Suo affetto, la sensibilità del Suo cuore, avido di famigliari tenerezze, e di amicizie profonde, erano conosciuti pienamente da chi ebbe grande dimestichezza con Lui. Più di una volta mi confidò accorati pensieri, e c'era nel racconto un tale luccicore di lagrime, una tale commovente espansione, che io ne restavo turbato, e sento che non darò mai abbastanza simpatia ad un'Anima così bella e così pura, ad un Uomo così

mite e così buono. Spirito versatile, sapeva passare dalle più alte astrazioni alle cose concrete con praticità ed equilibrio. Appena giunto alla Cattedra dell'Università di Padova, propugnò con ardore, con tutto il consenso dei Colleghi, ed ottenne la costituzione del «Seminario Matematico» come opera di alto valore educativo, e che nella Sua mente doveva diventare una fiorente Scuola matematica. I Colleghi ammirati da tanto fervore e d'instancabile attività, Lo vollero Direttore, e sotto la Sua guida sapiente, il «Seminario» iniziò la sua vita sotto i migliori auspici. Le conferenze tenute da Lui e dai Colleghi facevano conoscere interessanti problemi ad un numeroso uditorio, le discussioni su qualche Memoria interessavano gli allievi alla ricerca originale, e dalle lezioni su qualche argomento elementare essi apprendevano la difficile arte dell'insegnare. Costituito il «Seminario», Egli si adoperò ad ottenere i fondi necessari per la pubblicazione dei «Rendiconti» che accolsero subito alcune Sue belle ricerche. In una delle quali portò nuovi contributi alla nozione di derivazione covariante, facendo in particolare vedere che le proprietà di questa derivata non si conservano immutate, quando l'indice di derivazione è di classe qualunque. In un altro lavoro determinò analiticamente tutte le superficie ad area minima dello spazio hilbertiano, e nella terza memoria, inviata poco tempo prima della morte, sviluppò un'operazione nella quale rientrano, come casi particolari, sia quella Sua derivata del 1922 formata col concorso di una  $n$ -pla ortogonale di congruenze di curve, dalla quale poi aveva dedotto un parallelismo detto di Vitali-Weitzenböck, sia quella del Calcolo assoluto generalizzato, e in particolare, naturalmente, la derivata del Calcolo di Ricci.

\* \* \* \* \*

Il dolce richiamo della mamma carica di anni, il mesto silenzio della tomba del padre, le amorose preghiere dei fratelli, l'affettuosa eloquenza dei Colleghi dell'Università di Bologna, L'hanno deciso nel 1930 ad abbandonare la Cattedra di Analisi infinitesimale dell'Università di Padova per quella di Bologna. EccoLo entrare con animo lieto in quella Università che Lo accolse studente, e continuare quel poderoso lavoro per Sé, e per gli allievi, iniziato a Padova. Qui si manifesta nel Nostro una seconda mentalità scientifica.

Il Vitali, nelle Sue ricerche, aveva mirato soltanto alla matematica pura, ed era sempre rimasto lontano dalle applicazioni. Per Lui l'opera scientifica doveva avere i pregi dell'opera artistica, nel senso che doveva possedere in sé stessa i caratteri tali da farla apprezzare. Ora però Lo attraevano le moderne teorie fisiche, ed aveva preso ad occuparsi di astronomia stellare. Il Suo temperamento matematico doveva naturalmente portarlo alla diffidenza per i dogmi scientifici, dei quali voleva darsi piena ragione prima di accoglierli. Aveva torto? L'evoluzione dei credo nelle scienze fisiche, nelle quali recentissime vedute minacciavano il crollo di principi ritenuti immutabili, ci dice che il dubbio scientifico

è spesso strumento di progresso. Purtroppo la morte prematura non Gli lasciò il tempo di sistemare in modo completo le Sue vedute, che furono esposte in pochi lavori. Cercherò di darne un cenno.

Hausdorff aveva assegnato una decomposizione di un solido sferico in tre aggregati – trascurando l'aggregato dei punti di una infinità numerabile di diametri – per cui esistono due rotazioni, una delle quali porta un aggregato sulla somma degli altri due e viceversa, mentre l'altra rotazione porta il primo aggregato sul secondo, il secondo sul terzo e il terzo sul primo. Fondandosi su questo singolare risultato, il Vitali riuscì ad abbozzare un'interpretazione della comprimibilità della materia, senza ricorrere all'ipotesi della discontinuità. Su quest'ordine di idee Egli doveva anzi tenere una conferenza ai matematici e ai chimici dell'Università di Bologna. In una seconda ricerca, dopo aver applicato il metodo funzionale per dedurre note quistioni di meccanica degli spazi curvi, Egli immaginò che lo spazio fisico sia una ipersfera di uno spazio lineare a quattro dimensioni, e provò che se in questa ipersfera i corpi materiali si attraessero secondo la legge di Newton, il moto dei pianeti non presenterebbe spostamenti di perieli. Ma una postulazione più fantasiosa – per usare la Sua parola – della reciproca azione fra i corpi materiali, potrebbe avere come conseguenza delle leggi per cui i pianeti dovrebbero presentare gli spostamenti dei loro perieli, e in particolare quello classico di Mercurio. In un terzo lavoro propose una nuova interpretazione del fenomeno della gravitazione universale, con la quale riescì a giustificare le opinioni correnti sulla finitezza dello spazio fisico, e sull'età delle stelle.

Mentre la Sua mente si occupava di questi problemi, Egli condusse a termine dei lavori di matematica pura. Siano qui segnalate alcune Lezioni di Analisi superiore che verranno pubblicate negli «Annali di Matematica» nelle quali, dopo aver introdotto gli elementi impropri nello spazio hilbertiano, studiò la proiettività in questo spazio ampliato, e una Monografia sulle funzioni reali di variabile reale, di cui attualmente la Ditta Zanichelli cura la stampa, nella quale, con personali vedute, trattò la teoria degli insiemi, quella dei numeri transfiniti, e la teoria della misura degli insiemi di punti di una retta.

Il 29 Febbraio 1932 doveva essere l'ultimo giorno della Sua vita. Recatosi nel pomeriggio all'Università per tenere le lezioni di Analisi infinitesimale e superiore, ne usciva poi in compagnia del Collega Bortolotti; e serenamente parlava di alcuni lavori avuti in esame. Ad un tratto le membra cedettero, s'accasciò nello spasimo dell'agonia, e dopo qualche minuto il cuore cessava di battere.

Fra i vari attaccamenti alla vita, c'è indubbiamente quello del sapiente, il cui cervello è pieno di idee, ma la cui vita è minata da un male. Ove si pensi che la morte può annientare tutto il suo mondo di alti pensieri, ben si comprende che alla gioia del suo lavoro si mescola il timore di interromperlo. Il Nostro era conscio del Suo male, sul quale qualche volta scherzava. Ma c'era sempre nell'arguzia una velata melanconia, perché pensava che una prematura scia-

gura non Gli avrebbe permesso di sviluppare nella loro interezza molte idee che abbisognavano di un lungo lavoro di analisi. Egli è morto nel più brillante momento della Sua carriera scientifica, nel pieno vigore delle Sue forze intellettuali. Il Destino, che Gli fu sempre spietato, volle alla fine essere pietoso, troncandoGli la vita fulmineamente. Amico mio, quale strazio sarebbe stato il Tuo, se Tu avessi visto avvicinarsi lentamente la morte, che per sempre Ti separava dalla Famiglia, dalla Scienza, dalla Scuola, i soli ideali che hanno dominato tutta la Tua esistenza. Lagrime e struggenti parole di dolore hai avuto da tutti i Tuoi, affettuose parole di commiato Ti furono rivolte dagli amici, dai colleghi, dagli allievi. Esse ripeteranno al Tuo spirito quanto cara e nostalgica sia nei loro cuori la Tua dolce Memoria.



ANGELO TONOLO

## **Annibale Comessatti\***

Il 13 Settembre 1945 un male inesorabile troncava l'esistenza del Prof. Annibale Comessatti, ordinario di Geometria analitica con elementi di proiettiva e Geometria descrittiva con disegno dell'Università di Padova, incaricato di Geometria superiore, Direttore del Seminario matematico e dei suoi «Rendiconti».

Nato ad Udine il 30 Gennaio 1886, ivi frequentò le scuole classiche prendendo la licenza liceale nel 1904; dal 1904 al 1908 fu iscritto all'Università di Padova in matematica pura, ove conseguì la laurea nel 1908 col massimo dei voti e la lode, discutendo una dissertazione il cui argomento Gli fu assegnato dal suo Maestro Francesco Severi – *Sulle curve doppie di genere qualunque e particolarmente sulle curve ellittiche doppie* – che fu pubblicata nelle Memorie dell'Accademia di Torino. Assistente dal 1908 al 1920 di Geometria descrittiva, analitica e proiettiva, ebbe la libera docenza per titoli nel 1914 in Geometria descrittiva. Prestò servizio militare nella guerra italo-austriaca dal Luglio 1915 al Gennaio 1919, quasi sempre in zona di guerra, come Ufficiale di Artiglieria, meritandosi due croci di guerra. In seguito a concorso ottenne nel 1920 la Cattedra di Analisi algebrica e Geometria analitica dell'Università di Cagliari; nel 1922 riuscì vincitore del concorso alla Cattedra di Geometria proiettiva e descrittiva per l'Università di Parma ed in quello di Geometria analitica e proiettiva per l'Università di Modena. Nell'anno accademico 1922-23 fu chiamato all'Università di Padova come professore straordinario di Geometria descrittiva con applicazioni. Nominato ordinario di questa disciplina nel 1924, fu trasferito nello stesso anno alla Cattedra di Geometria analitica e proiettiva. All'Università di Padova Egli restò devotamente fedele per ventidue anni, insegnandovi ancora Geometria descrittiva, Matematiche complementari e Geometria superiore. All'Università di Ferrara insegnò per incarico nel periodo 1924-27 la Geometria analitica, le Matematiche complementari e la Geometria superiore; queste due ultime discipline, con l'Analisi superiore, furono pure da Lui insegnate per incarico all'Università di Bologna negli anni 1937, '38, '39. Dal 1930 era Direttore dei «Rendiconti» del Seminario matematico, dal 1931 Direttore del Seminario, dal 1932 Presidente della Cassa scolastica.

All'epoca in cui il Comessatti studiava a Padova, dominavano nell'Ateneo

\* Dai «Rendiconti del Seminario Matematico», 5 (1946), pp. 1-7.

di questa città le personalità del Levi-Civita, del Ricci, del Severi, del Veronese. La sua naturale inclinazione per gli studi geometrici lo portò verso il Severi, le cui lezioni, così fervide di idee geniali, ebbero su di Lui un fascino particolare, determinando il suo orientamento scientifico che doveva poi dominare tutta la Sua attività di ricercatore e di Maestro. Un considerevole numero di Memorie e di Note, tutte appartenenti alle parti più elevate e diverse della Geometria algebrica, Gli hanno assicurato un posto eminente fra i geometri contemporanei; a tale Geometria avrebbe portato ancora duraturi apporti, se la morte non avesse stroncato la sua attività che non ebbe mai tregua. L'intera opera scientifica di Lui sarà oggetto di dotta e accurata analisi in questi stessi «Rendiconti» da parte del suo allievo Prof. Ugo Morin, che già occupa all'Università di Padova, trasferito da quella di Firenze, la Cattedra del Maestro. Io voglio qui limitarmi a brevi cenni su quella di primo piano.

La sua tesi di laurea lo fece subito rivelare un promettente geometra; in essa vengono assegnate, sotto forma proiettiva, invariante e topologica, le condizioni necessarie e sufficienti per l'identità birazionale delle curve doppie di genere  $p$ , esaminando in modo speciale le curve doppie ellittiche.

In una vasta Memoria, e in alcune Note affini, è elaborata una ricostruzione della teoria delle forme binarie ottenuta con un metodo geometrico di vero valore costruttivo, che gli ha consentito di trasportare nel campo della geometria iperspaziale risultati che erano stati ottenuti mediante virtuosità algoritmiche, talora assai complesse, che non sembravano adatte all'interpretazione geometrica.

Un problema di geometria sulle superficie algebriche, già ricondotto all'integrazione di un sistema di equazioni alle derivate parziali, riceve da Lui una elegante interpretazione geometrica che lo riduce allo studio di un sistema doppiamente infinito di rette di un iperspazio appartenenti a più complessi lineari.

Sostanziali contributi portano alcune *Memorie* dedicate alla teoria della uniformizzazione delle curve algebriche mediante funzioni automorfe, e al difficile problema della determinazione del numero di famiglie birazionalmente distinte di superficie multiple cicliche irriducibili, rappresentate sopra una data superficie con assegnata curva di diramazione.

In tema di matrici riemanniane, Egli ha introdotto un nuovo carattere – l'indice di simmetria – e ne ha indicato delle applicazioni alla teoria delle corrispondenze fra punti d'una curva algebrica. La questione dell'esistenza di tali matrici, con assegnati valori di tale indice, compatibile con quelli dei caratteri classici, viene risolta in una poderosa *Memoria*, per le matrici non singolari di genere qualunque maggiore di 2 e coll'indice 1 di moltiplicabilità, fino alla loro costruzione effettiva, e costituisce, a suo giudizio, esplicitamente espresso nella Introduzione alla Memoria, una delle costruzioni più elevate di tutta la sua opera scientifica. Le qualità critiche di Lui sono rese palesi nella *Nota sui postulati della Geometria proiettiva* e in quella sulla Geometria non staudtiana.

Ma dove l'opera del Comessatti raggiunge il suo vertice, è nelle questioni di



Annibale Comessatti.

realità degli enti algebrici; qui da tempo Gli è riconosciuta l'autorità del capo-scuola. In un campo ove si avevano ben pochi risultati, Egli ha saputo orientarsi con penetrante intuito geometrico e mirabile abilità analitica, procurandosi tutti i mezzi che Gli abbisognavano per raggiungere risultati ai quali sarà sempre legato il suo nome. Questi studi sono stati iniziati ancora nell'età giovanile – la prima Memoria è del 1911 – sulle superficie razionali reali, considerate sia dal punto di vista delle trasformazioni birazionali reali, sia da quello delle trasformazioni topologiche. Egli perviene ad una classificazione di tali superficie e a molti risultati, fra i quali mi limito a segnalare quello relativo al numero delle falde bilatere o unilatera delle superficie in discorso, e la importantissima relazione che lega l'ordine di connessione di tali superficie, il numero base reale e l'invariante di Zeuthen-Segre. In successive ricerche Egli ha esteso questa relazione, sotto forma di disuguaglianze, alle superficie algebriche non razionali. Seguono lavori sulle varietà abeliane, sempre dal punto di vista della realtà,

ove la originalità e la potenza dei metodi impiegati appaiono in piena luce.

Lo studioso che vorrà meditare su questi lavori, come del resto su tutti quelli che Egli scrisse, resterà indubbiamente colpito, oltre che dalla elevatezza e vastità delle vedute, dalla dovizia delle deduzioni, dalla penetrante sagacia per ottenerle, dalla esauriente finitezza di ogni particolare, anche dalla signorile eleganza della esposizione. Ed invero, alla vigoria del pensiero costruttivo e critico, si accompagnava in Lui un temperamento scientificamente estetico. Una schietta manifestazione di tali qualità si ha nei suoi due Volumi «Lezioni di Geometria analitica e proiettiva»; questo Trattato che destò ammirazione e riscosse il plauso di eminenti matematici italiani e stranieri i quali lo posero in primissimo piano nella trattatistica del genere, ha una tale originalità di tessitura, ispirata a criteri didattici e scientifici, una tale ricchezza di contenuto, ed è scritto in una forma di così linda finezza e cristallina limpidezza, da costituire un vero modello di estetica scientifica. Sfortunatamente queste mirabili «Lezioni» resteranno incompiute per la mancanza del terzo volume col quale era sua intenzione completarle.

Fu Maestro autorevole e instancabile; seppe insegnare con arte finissima e grande abilità didattica. Agli insegnamenti del primo biennio, comuni agli allievi ingegneri e agli aspiranti alle lauree scientifiche, dava un equilibrato adattamento da soddisfare le esigenze degli uni e degli altri, essendo stato profondamente convinto, e in varie occasioni validamente sostenuto, che i giovani si devono presentare alle Scuole d'Ingegneria con una solida cultura matematica, affinché queste siano nella possibilità di prospettare i vari e complessi problemi della tecnica in una forma razionale e chiara. Egli aveva preso perciò netta posizione contro quelle correnti che, purtroppo, da qualche tempo si sono lanciate all'assalto delle Università e degli Istituti superiori, con la pretesa che questi debbono rinunciare ai loro metodi e indirizzi scientifici, per sostituire esclusivamente la preparazione della gioventù alla pratica delle diverse professioni.

Nei corsi superiori destinati ai matematici puri, donava i tesori della sua vasta erudizione; ogni anno cambiava argomento, o modo di trattarlo, cercando di far conoscere ai suoi scolari i numerosi e vasti campi della Geometria algebrica e di suscitare in loro il desiderio del sapere e quello della personale conquista. Coglieva ogni nuovo atteggiamento del pensiero scientifico, recando nella scuola i più recenti apporti di metodi, dopo averli sottoposti ad una profonda rielaborazione personale. Le lezioni così accuratamente preparate, dense di pensiero e ricche di contenuto, Egli esponeva con nobiltà di forma, che si sarebbero potuto raccogliere e pubblicare, tanto era limpido il concetto, precisa la deduzione, corretto il periodo<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Dal 1925 ebbe costantemente l'incarico della Geometria superiore: argomento dei Corsi fu-

Amava la matematica per la matematica, poco curante della sua pratica utilità di adattamento alla risoluzione di problemi concreti. Alla domanda che con petulante frequenza viene rivolta ai matematici sul valore pratico della loro scienza, Egli rispondeva con l'ironica frase di Galileo, o con quella austera di Jacobi, ma più spesso rispondeva con frasi sue, talvolta pronunciate con quell'impeto vigoroso e senza riserve che Gli era caratteristico, che lasciava poca volontà nell'interlocutore di continuare l'oziosa discussione. La bussola di orientamento nella scelta delle sue meditazioni era sempre data dalla elevatezza del soggetto, dalla possibilità di dominare con le proprie ricerche più vasti orizzonti, dal desiderio di cogliere i nessi profondi e renderli limpidamente evidenti fra concetti a priori meno vicini. Ma soprattutto da quel senso di armonia estetica, che è la qualità essenziale della fantasia creatrice nella Scienza, come nell'Arte.

La gloriosa Scuola geometrica italiana perde pertanto nel Comessatti uno dei suoi migliori cultori. Il valore scientifico delle sue opere ebbe anche dal punto di vista accademico pieno e lusinghiero riconoscimento. Ebbe nel 1926 la medaglia d'oro per la matematica della Società italiana dei XL; nel 1933 divise col Fantappiè il premio reale della matematica dell'Accademia dei Lincei, era socio di questa Accademia, dell'Accademia delle Scienze di Torino, dell'Accademia di Padova, dell'Istituto Lombardo, dell'Istituto Veneto, della Société Royale des Sciences di Liegi; faceva parte della Commissione scientifica dell'Unione matematica italiana, del Circolo matematico di Palermo, della Società italiana per il progresso delle Scienze.

Le forti doti intellettuali del Comessatti erano congiunte ad un sano equilibrio mentale e ad una grande dirittura morale. Ebbe una propria personalità, della quale erano espressioni caratteristiche la lealtà e la franchezza. Era vivace nel pensiero, vigoroso nella discussione, facile al rimbrotto e allo sdegno, pronto al perdono; nessuna traccia di risentimento restava in Lui, anche dopo discussioni violente, verso coloro che battessero altre vie con pari sincerità di vedute. Amava la conversazione elevata, non disdegnando, talvolta, quella minuta o scherzosa. Lui stesso era un garbato conversatore dal facile eloquio. Pertanto, prima che Egli fosse colpito dal dolore per la perdita, pochi anni or sono, della sua unica figlia, appena diciottenne, che era il suo orgoglio e l'oggetto delle sue cure affettuose, consuetudine gradita era la riunione di pochi intimi amici nella sua casa, resa tanto ospitale dalla festosa cordialità della Signora e dal-

rono: Geometria differenziale classica. Funzioni algebriche e integrali abeliani. Geometria non euclidea. Geometria delle forme binarie. Superficie razionali. Topologia. Icosaedro, funzioni modulari e triangolari. Geometria sopra una curva. Funzioni poliedriche e modulari. Teoria della rappresentazione conforme. Geometria iperspaziale e principi di trasporto. Capitoli istituzionali di Geometria algebrica, con applicazioni ai problemi di realtà per le curve e superficie algebriche. Teoria riemanniana delle funzioni algebriche nell'indirizzo trascendente: collegamenti con la stessa teoria dal punto di vista algebrico-geometrico.

la grazia della Figliuola, ove le serate si prolungavano lungamente in cordiali conversari, nei quali era manifesta la sua erudizione anche su quistioni lontane dalle matematiche, alternati da qualche sinfonia di Beethoven da Lui stesso eseguita al piano.

Trascorse la sua esistenza fra gli studi, le cure della Cattedra e gli affetti della famiglia. Pieno di nobile fervore per l'insegnamento, che non considerava come un dovere, ma come una missione, un'altissima missione, volle adempierlo fino all'ultimo, continuando a dar lezione di Geometria superiore a casa, quando l'opera nefasta del male lo costrinse a non poter più venire all'Università.

I vari aspetti del proprio ufficio di Maestro considerò Egli con la più scrupolosa serietà e imparzialità di giudizio. Sia qui ricordata l'opera che Egli prestò nelle Commissioni di concorso per cattedre nelle Università, o nelle Scuole medie, quella di Presidenza della Cassa scolastica dell'Università di Padova. Nei dodici anni nei quali fu Presidente, Egli diede all'amministrazione una personale impronta, riordinandola con saggi e lungimiranti criteri che hanno permesso avanzi notevolissimi, pure trattando le domande degli aspiranti senza rigidità e, qualche volta, con generosa larghezza. Nello sciogliersi tale Cassa per disposizione di legge, il suo Consiglio di Amministrazione volle che la Memoria di Lui venisse perennemente ricordata con l'Istituzione di un premio secondo le vedute della Facoltà di Scienze.

L'Università di Padova – che tanto Egli amò ed onorò con le sue ricerche – bandirà pertanto ogni tre anni un premio per la Geometria col nome di «Annibale Comessatti». È questo il più degno omaggio alla Memoria dello Scienziato che con i suoi scritti, sempre ispirati ad un'altissima concezione del lavoro scientifico, ha suscitato l'ammirazione dei matematici contemporanei e susciterà anche quella dei matematici che verranno.

Da questi «Rendiconti» che Egli diresse con tanto fervore per quindici anni e che contengono alcune delle sue meditazioni, io mando al caro e grande Amico scomparso un affettuoso e commosso pensiero.

GIUSEPPE GRIOLI

## L'opera scientifica di Ernesto Laura\*

Non è facile riuscire entro ristretti limiti di spazio a dare un'idea della notevole mole di lavoro di Ernesto Laura e del Suo contributo alla sistemazione e allo sviluppo di importanti capitoli di Fisica-Matematica. Seguirò per grandi linee la Sua produzione scientifica, sorvolando su molte preziosità delle dimostrazioni. Uno dei campi che più lo attirarono fu quello dello studio dei moti vibratorii dei corpi elastici di cui Egli si occupò in un gruppo di Memorie, considerando sia il problema delle vibrazioni di un corpo elastico omogeneo ed isotropo, sia quello della propagazione di vibrazioni all'esterno di una superficie chiusa convessa in un mezzo elastico indefinito, omogeneo ed isotropo. Per evitare la complessità degli sviluppi analitici – che fatalmente si presenta in simili questioni – Egli spesso si servì dell'algoritmo di complesso che gli permise rapidità ed eleganza.

Nel primo dei due problemi il Laura, collegandosi ai lavori di Tedone, Love, Somigliana, si pone la ricerca della forma più generale degli integrali dei moti vibratorii semplici e smorzati e osserva che la distribuzione del movimento nello spazio dipende non da un solo vettore, come nel caso delle vibrazioni armoniche semplici, bensì da due le cui componenti soddisfano ad un sistema di sei equazioni alle derivate parziali non scindibile in due sistemi in tre funzioni incognite. Dimostra che a differenza delle vibrazioni armoniche quelle smorzate, perché possano aver luogo, presuppongono una sollecitazione esterna, e stabilisce il teorema di unicità mostrando che ogni vibrazione smorzata risulta dalla sovrapposizione di due semplici con differenza di fase uguale a  $\pi/2$ .

Onde avere le espressioni delle componenti dello spostamento della rotazione e quella della dilatazione il Laura determina le *soluzioni caratteristiche* [cioè, aventi una determinata singolarità in un punto; *nuclei di deformazione* nel caso statico] corrispondenti a perturbazioni dovute ad una *forza concentrata* o ad un *centro di compressione* o *di dilatazione* o ad una *coppia di forze con momento* o di *rotazione attorno ad un asse*. Interessanti alcuni teoremi di media che Egli applica al caso di uno spazio indefinito, dando le condizioni di convergenza all'infinito e la precisazione del principio di Huygens in relazione alla classe dei moti considerati. Considerando poi moti più generali di quelli vibratorii semplici e

\* Dai «Rendiconti del Seminario Matematico», 19 (1950), pp. 443-449.

smorzati, il Laura ricerca e determina la classe più generale di vibrazioni rappresentate da vettori somma di prodotti di funzioni del tempo per funzioni di posizione.

Successivamente Egli si occupa del problema di propagazione all'esterno di una superficie  $\Sigma$  chiusa e osserva che la dimostrazione della formula di Kirchhoff relativa all'equazione delle onde, fondandosi sull'ipotesi fisicamente inaccettabile che il moto vibratorio duri da tempo infinitamente remoto, deve ritenersi difettosa e ne dà una nuova dimostrazione supponendo invece che nell'istante attuale lo stato vibratorio interessi solamente lo spazio compreso tra  $\sigma$  e una certa superficie  $\sigma_1$ .

Nel 1914 il Laura inizia lo studio sistematico del problema esterno della Dinamica dei corpi elastici. Ammettendo con il Love la continuità dello spostamento attraverso i bordi d'onda, Egli precisa il meccanismo di propagazione all'esterno di una superficie, in un mezzo indefinito elastico, omogeneo ed isotropo, supponendo l'onda a due bordi col pensare scissa la vibrazione più generale in una longitudinale ed una trasversale e stabilendone le equazioni. Ad avvalorare lo schema proposto dimostra il teorema di unicità e fa vedere che il moto prodotto in un mezzo elastico indefinito da un centro di forza, debitamente interpretato, è in accordo con la supposta propagazione all'esterno di una superficie chiusa. Ponendosi nel caso di una superficie,  $\sigma$ , sferica, esamina la questione di compatibilità delle condizioni imposte su  $\sigma$  e sui due bordi dell'onda e dimostra la possibilità dello sviluppo in serie di funzioni sferiche dello spostamento dovuto a date tensioni o velocità superficiali. Data l'importanza della questione, il Laura ritiene opportuno ritrovare con considerazioni puramente energetiche le condizioni valide sul bordo di un'onda propagantesi in un mezzo indefinito, già ottenute [Love] per via cinematica. E sfruttando il teorema delle forze vive dà forma rigorosa al problema della riflessione di un treno d'onde su un ostacolo fisso.

Da ricordare pure lo studio delle vibrazioni normali di una piastra immersa in un fluido indefinito. Nello studio dei problemi di propagazione il Laura è portato a considerare particolari moti che Egli chiama quasi liberi i quali danno luogo, come quelli liberi, a spostamenti o tensioni nulle sopra  $\sigma$  senza, però, soddisfare alla condizione di continuità dello spostamento attraverso al bordo dell'onda. Questi moti sono periodici di tipo smorzato.

Basta questa rapida scorsa per mettere in luce come il problema vibratorio, sia quello interno come pure quello esterno, trova nella trattazione del Laura una messa a punto completa che apre la via ad ulteriori ricerche, specialmente sui problemi d'integrazione. Si può certamente affermare, come Egli medesimo osserva, che la posizione stessa del problema di propagazione costituisce uno dei risultati più interessanti, dato che essa costituiva uno dei punti più dubbi della teoria delle vibrazioni. Uno schema analogo regola la propagazione delle onde elettromagnetiche nel vuoto, problema di cui il Laura si occupa



Ernesto Laura.

nel 1936 e a proposito del quale Egli segnala l'esistenza di *vibrazioni quasi libere*. Completa un risultato del Love riguardante il teorema di unicità, dimostrando che ogni coppia di vettori  $E, H$  soddisfacenti alle equazioni di Maxwell-Hertz e alle condizioni di Love  $[E \cdot H \wedge n = H + E \wedge n = 0]$  è di vettori a divergenza nulla. Studia quindi la propagazione all'esterno di una sfera.

\* \* \* \*

Risultati si devono al Laura in questioni di elasticità tridimensionale, riguardanti il problema dell'equilibrio elastico dei solidi limitati da una superficie di rotazione,  $\Sigma$ , e da due sezioni meridiane,  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ . Egli determina quelle distribuzioni di sforzi che danno tensioni nulle su  $\Sigma$  e dipendono dalla longitudine per mezzo di funzioni lineari di  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ . A tal proposito mostra che le corrispondenti deformazioni coincidono con quelle ottenute per distorsione da Volterra e dimostra che la determinazione delle deformazioni per distorsione dei solidi di rivoluzione dipende dall'integrazione di sistemi differenziali in due variabili indipendenti di cui assegna la forma generale. Il procedimento esposto combi-

nato con il principio di De Saint-Venant ben si presta alla determinazione delle deformazioni del solido quando  $\Sigma$  è libera da forze e  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  sono soggette a vari tipi di sollecitazioni.

Più tardi (1933) il Laura si occupa ancora di elasticità tridimensionale mostrando come gli elementi fondamentali [coefficiente di dilatazione cubica, rotazione locale, caratteristiche di deformazione, laplaciano, equazioni indefinite] si ottengono rapidamente in coordinate curvilinee applicando la teoria del triedro mobile nella forma che essa assume usando l'algoritmo di matrice. A tal fine dimostra che un sistema di coordinate curvilinee dello spazio ordinario è rappresentabile a mezzo di tre vettori le cui componenti verificano un ben determinato sistema differenziale [equazioni di compatibilità] e dà le formule per il trasporto di un vettore e di un tensore.

\* \* \* \* \*

In un gruppo di lavori il Laura si occupa dello studio del moto di  $n$  vortici rettilinei perpendicolari ad un piano e deduce dal corrispondente sistema differenziale in forma hamiltoniana un nuovo sistema il quale, benché non in forma hamiltoniana, riesce utile nella discussione di quei casi particolari di moti di  $n$  vortici in cui gli integrali noti permettono di ridurre alle quadrature il problema d'integrazione. In particolare determina il moto di quattro vortici due a due simmetrici rispetto ad un punto, quando il loro momento d'inerzia rispetto al punto è nullo. Inoltre caratterizza i quadrangoli più generali i cui vertici si possono considerare come tracce di filetti vorticosi perpendicolari al piano del quadrangolo e muoventisi rigidamente. In relazione a tale problema dimostra che lo studio della stabilità si può ricondurre a quello della discussione delle radici di un'equazione di 2° grado. In riguardo alla stabilità del moto nel caso di  $n$  filamenti vorticosi perpendicolari ad un piano invece dimostra un teorema non esaurientemente dimostrato prima dal Thomson in base al quale il moto risulta stabile solo per  $n < 7$ .

\* \* \* \* \*

Un gruppo di cinque lavori – tra gli ultimi – riguarda la teoria delle superficie flessibili ed inestendibili. Di questi, due si riferiscono al caso statico. In essi il Laura osserva che la principale difficoltà che si presenta nel problema dell'equilibrio di una superficie pesante, flessibile ed inestendibile consiste nell'eliminazione dei moltiplicatori lagrangiani [tensioni] dal sistema delle tre equazioni di equilibrio e delle tre che assicurano l'inestendibilità e mostra come essa si può superare nel caso delle superficie sviluppabili. Tratta completamente il caso in cui si possa ritenere che la configurazione di equilibrio sia cilindrica oppure conica e nell'ipotesi di una superficie conica applicabile ad

un settore circolare dimostra la riducibilità alle quadrature.

Gli altri tre lavori riguardano invece questioni dinamiche. Riprendendo un concetto di Beltrami il Laura precisa il significato di equilibrio stabile e studia le piccole oscillazioni intorno ad una configurazione di equilibrio stabile [presupposto, cioè, con forze interne aventi il carattere di trazione]. In particolare, mediante il metodo del triedro mobile, studia il moto di una superficie conica inestendibile pesante. Riprendendo in generale il problema della Dinamica delle superficie flessibili ed inestendibili e adoperando il metodo del triedro mobile lo traduce in un sistema alle derivate parziali nei moltiplicatori lagrangiani e nella funzione caratteristica di Weingarten-Bianchi e ritrova l'equazione a cui quest'ultima soddisfa.

\* \* \* \* \*

Risultano già chiaramente dai gruppi organici di ricerche a cui sopra ho accennato la mole e l'interesse del lavoro scientifico di Ernesto Laura, ma devo anche ricordare un cospicuo numero di altre note e memorie che mostrano come Egli abbia penetrato i più svariati campi della matematica. Dimostra che le componenti della velocità angolare nel moto di un corpo rigido con un punto fisso, la determinazione del moto si riporta ad un'equazione di Riccati nello spazio tridimensionale, a due in quello quadridimensionale. In riguardo alla generazione dei moti alla Poincot riprende una questione già studiata dal Siacci e ricerca la più generale trasformazione che muta due superficie  $S$  e  $T$ , di cui  $S$  girevole intorno ad un punto fisso e tangente a  $T$ , in due altre che godono della stessa proprietà, osservando che il problema si può studiare seguendo i classici procedimenti di Lie. Dà inoltre un elegante teorema concernente l'equilibrio di quattro forze applicate, stabilisce disuguaglianze relative alla parte reale degli autovalori di un'equazione integrale di seconda specie a nucleo non simmetrico, dimostra varie formule riguardanti i potenziali generalizzati di Hamilton, stabilisce le condizioni di monodromia dell'integrale a destra secondo Volterra di una sostituzione funzione di una variabile e indica un metodo d'integrazione del sistema che lo definisce. Considera la relazione differenziale non illimitatamente integrabile a cui soddisfano le componenti dello spostamento infinitesimo di una varietà anolonomica con due gradi di mobilità e mostra come ridurla a forma canonica. In più dimostra che la ricerca delle traiettorie spontanee dipende dall'integrazione di un'equazione differenziale del terzo ordine.

Riprendendo un problema posto da Sibirani determina le condizioni cui devono soddisfare le linee di una data famiglia affinché esista una superficie che le ammetta come geodetiche o asintotiche. Successivamente si pone il problema di determinare le superficie che ammettono una famiglia di geodetiche giacenti sopra cilindri circolari coassiali e riporta il corrispondente problema

analitico alla risoluzione di un'equazione del secondo ordine analoga a quella della teoria del calore. Con il metodo dell' $n$ -edro mobile applicato alla teoria delle varietà riemanniane dà la rappresentazione cinematica di una  $V_n$  e fa lo studio degli elementi del primo ordine delle linee su essa tracciate. Ancora ricorderò che in altre note il Laura si occupa di questioni riguardanti la determinazione della gravità alla superficie della Terra, della sua velocità angolare, lo studio delle funzioni toroidali, il tiro di caduta da areoplano, le radici caratteristiche di una matrice a coefficienti reali o immaginari, la ricerca delle relazioni necessarie tra i coefficienti di un  $ds^2$  affinché esso risulti di classe  $h$ .

Finirò col ricordare il chiaro libro di *Meccanica razionale* che Egli scrisse per i Suoi allievi che sempre tanto attaccamento dimostrarono per un Maestro che li trattava con l'affetto di un Padre.

GIUSEPPE ZWIRNER

## Angelo Tonolo\*

Nato a Casale sul Sile (Treviso) il 5 dicembre 1885, si laureò in matematica pura nel 1908 ed in ingegneria civile nel 1924.

Tutta la Sua carriera si svolse all'Università di Padova, prima come studente, poi come assistente di Calcolo infinitesimale e dal 1929 titolare della stessa materia, avendo vinto il concorso di Calcolo infinitesimale nel 1927 per l'Università di Ferrara, ove insegnò, quale professore straordinario, per 2 anni.

Tonolo frequentò la nostra Università quando la Facoltà di Scienze vantava grandi Maestri, quali Veronese, Ricci-Curbastro, Levi-Civita, Severi, che seppero indirizzare la Sua mente ed il Suo spirito ad alte conquiste. In modo particolare, da Gregorio Ricci-Curbastro acquisì la padronanza dei metodi del Calcolo differenziale assoluto e da Tullio Levi-Civita il gusto per le applicazioni meccaniche, fisiche e geometriche.

La Sua attività didattica, oltre che all'Università di Padova, si svolse, dal 1927 al 1956, anche all'Università di Ferrara, ove ebbe incarichi di Analisi matematica, di Analisi superiore, di Matematiche complementari e di Matematiche superiori.

La Sua attività scientifica fu veramente feconda: ebbe inizio subito dopo la laurea e continuò anche col cessare del Suo insegnamento, cioè il primo novembre 1956. L'ultimo Suo lavoro fu pubblicato nel 1961; ma ricordo che anche dopo quella data, quando era ricoverato in Casa di cura in gravi condizioni, continuava a parlarmi di certe Sue ricerche che purtroppo non poté portare a termine.

Dovette forzatamente interrompere i Suoi studi durante la prima guerra mondiale perché fu chiamato alle armi e, in qualità di tenente di artiglieria, partecipò ad azioni di guerra, guadagnandosi la croce al merito.

I Suoi studi riguardano principalmente tre indirizzi:

1) Le equazioni alle derivate parziali che interessano la Fisica-matematica dal punto di vista della loro integrazione con quadrature;

2) Le applicazioni del Calcolo differenziale assoluto del Ricci a questioni di Meccanica classica e alla Geometria differenziale delle varietà riemanniane;

3) La Geodesia.

\* Dagli «Atti Acc. Patavina di Scienze, Lettere ed Arti», 76 (1963-64), pp. 39-47.

Esordì nel 1910 con una grossa *Memoria* dal titolo: *Sull'integrazione delle equazioni fondamentali dell'elettrodinamica*. Sullo stesso argomento tornò nel 1930 con un lavoro dal titolo: *Sull'integrazione delle equazioni elettromagnetiche di Maxwell-Hertz*, nel 1933 con una *Memoria* pubblicata nell'Accademia d'Italia e nel 1934 con un lavoro pubblicato all'Accademia Pontificia.

Tutti questi lavori di elettrodinamica hanno lo scopo di integrare le equazioni di Maxwell-Hertz, sia nel vuoto che nei mezzi conduttori percorsi, oltre che da correnti di convezione, anche da correnti di spostamento, e ciò tanto nei mezzi isotropi, che nei mezzi uniassici e biassici. Il problema che Tonolo si era proposto può essere formulato nel modo seguente: «Il mezzo  $S$  sia limitato da una superficie chiusa  $\sigma$  e su ogni punto di essa, e per ogni istante di tempo, siano conosciute le componenti del campo elettromagnetico. Si domanda la determinazione di queste componenti nei punti di  $S$  e per ogni istante di tempo».

Questo problema è completamente risolto nei quattro lavori che abbiamo ricordato: nel 1° le equazioni fondamentali dell'elettrodinamica sono assegnate nel vuoto, nel 2° sono assegnate in un mezzo isotropo, e negli altri due il problema è risolto nei mezzi cristallini, uniassici prima, biassici poi.

In queste ultime ipotesi, Tonolo ha dovuto escogitare nuovi processi d'indagine. Ciò è dovuto, sia al fatto che il sistema differenziale del secondo ordine – conseguenza di quello di Maxwell-Hertz – cui soddisfano, ad esempio, le componenti della forza elettrica, è formato da tre equazioni in una soltanto delle quali figura una sola delle tre componenti, e propriamente quella secondo l'asse di isotropia; sia anche al fatto che, avendo riferito il mezzo ad un sistema di assi di simmetria elettrica, per avere le equazioni in discorso, nella forma classica, necessita poi lasciarlo invariato nel corso dei ragionamenti, perché un suo cambiamento farebbe mutare la forma delle equazioni dalle quali si sono prese le mosse.

Dalla integrazione di queste equazioni del campo classico passò, negli anni 1935-36, all'integrazione, con quadrature, delle equazioni di Dirac della meccanica ondulatoria dell'elettrone magnetico (in assenza di potenziale). Questa integrazione viene conseguita sotto un duplice aspetto, o assegnando le formule di rappresentazione dell'integrale del suddetto sistema, in tutto lo spazio e per ogni valore del tempo, nell'ipotesi di conoscerlo ivi in un certo istante; oppure assegnando le espressioni in discorso in uno spazio finito, limitato da una superficie chiusa e per ogni valore del tempo, supponendo che l'integrale sia dato in un determinato istante nello spazio considerato e in ogni istante sopra tutto il contorno. Il risultato finale si presenta sotto una forma molto interessante, e precisamente: «Gli integrali del sistema di Dirac si ottengono dai primi membri delle equazioni stesse sostituendo, al posto delle quattro incognite, quattro opportune funzioni del posto e del tempo».

Detti studi sulle quattro equazioni di Dirac della meccanica ondulatoria, hanno ricevuto poi un'ampia estensione in una Sua bella *Memoria* uscita nel



Angelo Tonolo.

1937, ove sono studiati i sistemi di  $n$  equazioni di Dirac in  $n + 1$  variabili indipendenti. Una ulteriore generalizzazione, in questo indirizzo, è contenuta in uno dei Suoi ultimi lavori, apparsi nel 1961, in cui viene data la soluzione del problema di Cauchy per una classe ancora più vasta di sistemi lineari di equazioni a derivate parziali del primo ordine e a coefficienti costanti.

Gli stessi problemi che il Tonolo aveva trattato per le equazioni di Maxwell-Hertz, furono poi da lui risolti nel 1955-56 anche per le equazioni stabilite dal De Broglie, nella sua nuova teoria elettromagnetica della luce. In questi lavori mostrò come gli integrali delle equazioni a derivate parziali trovate dal De Broglie prendano una forma analitica simile a quella assegnata per le soluzioni delle equazioni di Maxwell-Hertz.

Altri problemi di integrazione e altre questioni di idrodinamica, di magnetismo, della teoria del potenziale e di meccanica razionale vennero studiate da Tonolo. Mi limiterò a ricordare: alcuni studi sul comportamento asintotico di un potenziale di linea che risalgono al 1912-13; un lavoro di idrodinamica del 1914, ove si dà una nuova soluzione del problema delle onde di Poisson-Cauchy mediante un opportuno adattamento del metodo di Volterra per integrare

l'equazione canonica del calore, e una *Memoria* «Sopra una classe di forze vive del Painlevé», pubblicata nel 1960, nella quale si determina la forma dell'energia cinetica per un sistema a vincoli fissi e libero da forze, quando le corrispondenti equazioni dinamiche ammettono integrali primi di forma particolare.

Il secondo gruppo di lavori riguarda, come ho detto, le applicazioni dei metodi del Calcolo differenziale assoluto del Ricci a questioni di meccanica classica e di Geometria differenziale. Questi metodi di calcolo furono applicati da Tonolo in un bel gruppo di lavori riguardanti la meccanica dei mezzi deformabili. Incominciò nel 1930 col dar forma intrinseca alle equazioni di equilibrio dei mezzi elastici, ispirandosi ad un lavoro del Lamé, che però non era corretto. Infatti, il Lamé per dare forma geometrica alle equazioni dell'equilibrio dei mezzi elastici, assunse come sistema di riferimento tre famiglie di superficie isostatiche mutuamente ortogonali. Però queste superficie, in generale, non esistono, onde le equazioni geometriche del Lamé non possono considerarsi quelle che reggono l'equilibrio di un corpo elastico quale si voglia. Ma se non è lecito fissare nel mezzo un tale sistema di superficie, è sempre possibile stabilire l'esistenza di una terna ortogonale di congruenze di linee, ad esempio, quella delle tre direzioni principali (direzioni che sono ortogonali prima e dopo la deformazione). Riferendosi a questa terna di congruenze, Tonolo riesce a dare forma corretta alla trattazione di Lamé, nel caso generale dei corpi anisotropi.

In un lavoro successivo tratta poi il caso dei mezzi omogenei ed isotropi immersi negli spazi a curvatura costante, ottenendo un gruppo di equazioni geometriche notevolmente semplici, che estende quello che aveva ottenuto il Beltrami nella sua classica memoria sulle equazioni generali dell'elasticità.

Queste equazioni furono da lui ulteriormente estese al caso della elasticità più complessa, nella quale cioè ogni elemento di volume del corpo è sottoposto, oltre che all'azione di massa, anche all'azione di una coppia.

L'errore del Lamé, già ricordato, era stato segnalato fin dal 1880 dal Weingarten, il quale aveva determinato le condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza nel solido di un sistema di superficie isostatiche. Chiarito questo punto, restava però sempre di grande interesse, nello studio dell'equilibrio elastico, la conoscenza dei sistemi isostatici che eventualmente il corpo può ammettere. Era perciò ben degno di attenzione il problema della determinazione di tutti i possibili sistemi isostatici di un corpo isotropo in equilibrio. La questione fu studiata e risolta completamente da Tonolo in due lavori pubblicati nel 1931, nell'ipotesi particolare in cui le superficie siano soggette a sforzi costanti. In un lavoro del 1941 Egli riprende in esame le condizioni di Weingarten ora segnalate, liberandole dal riferimento cartesiano e dando loro una forma geometrica notevolmente espressiva.

Una questione poi analoga a quella di Weingarten porta Tonolo a caratterizzare tutte le deformazioni di un mezzo continuo, nelle quali le facce del triedro principale di deformazione sono tangenti ad un sistema di tre superfi-

cie mutuamente ortogonali. Ottiene così un complesso di tre equazioni sotto una forma assai compendiosa, per le quali con sole derivazioni si riconosce se la data deformazione appartiene, o no, alla classe di quelle che abbiamo precisato. Sotto altro aspetto, questo sistema di equazioni si può considerare come un sistema differenziale alle derivate parziali, ed allora a tipi di soluzioni di questo sistema corrispondono tipi di deformazioni che hanno la proprietà sopra considerata.

Anche nelle ricerche di Geometria differenziale metrica Tonolo si è sempre servito dei metodi elaborati da Ricci-Curbastro. Prendendo a base la trattazione fatta dal Bianchi nelle sue classiche «Lezioni» sulla teoria delle superficie dello spazio ordinario, Tonolo studiò le superficie immerse negli spazi euclidei a quattro e a cinque dimensioni. Le questioni qui trattate erano già state esaminate da diversi Autori sotto l'aspetto più generale, sia riguardo allo spazio ambiente, sia riguardo alle dimensioni delle varietà considerate. Era però opportuno scendere all'esame dei casi particolari per mettersi più a contatto con il problema, facendone un'analisi minuta, e per vedere più da vicino il gioco che fa in esso il numero delle dimensioni dello spazio 2-tangente della superficie, rilevando nel contempo i notevoli fatti analitici che sono connessi con la questione.

Ecco le ragioni che hanno condotto Tonolo ad intraprendere questi studi. In una memoria del 1929 fece un'analisi dettagliata delle superficie generiche dello spazio lineare a cinque dimensioni. Un risultato ben degno di attenzione è che per tali superficie le equazioni di Codazzi non danno condizioni cui devono soddisfare i coefficienti delle quattro forme fondamentali. Ha mostrato anche che questo fatto si verifica soltanto per le superficie in discorso.

In una *Memoria* successiva sono poi studiate le superficie dello spazio lineare a quattro dimensioni. Il problema poi di caratterizzare in modo invariantivo le varietà riemanniane normali a tre dimensioni trovò, per la prima volta, la sua completa risoluzione in una *Memoria* di Tonolo, inserita negli «Acta» dell'Accademia Pontificia del 1949. Egli ottenne un gruppo di tre equazioni invariantive sotto una forma assai interessante, che completamente caratterizzano le varietà normali. Questo sistema di tre equazioni può essere considerato sotto un duplice aspetto. Se la varietà è assegnata mediante la sua metrica, con sole derivazioni eseguite sulle componenti del tensore fondamentale, si può vedere, mediante le condizioni che ivi sono date, se la varietà è normale o no; se tali condizioni si considerano invece come equazioni differenziali alle derivate parziali, a tipi di soluzioni di tali equazioni corrispondono tipi di varietà normali a tre dimensioni.

Il problema di determinare i caratteri invariantivi di un  $ds^2$  ternario affinché esso sia riducibile alla forma di Liouville, problema completamente risolto dal Ricci per il  $ds^2$  lineare, ha notevole importanza. La questione venne risolta da Tonolo nel caso che il  $ds^2$  sia a curvatura costante, oppure che abbia due curva-

ture eguali e distinte dalla terza, o che le tre curvatures essendo distinte, siano costanti.

Accanto a queste ricerche, Tonolo studiò anche questioni di geometria dello spazio Hilbertiano. Tra l'altro, dà una interpretazione geometrica delle superficie minime di tali spazi, e una classificazione delle superficie dello spazio Hilbertiano, il cui spazio 2-tangente è a quattro dimensioni.

Il terzo cospicuo gruppo di lavori, pubblicati dal 1934 al 1940, fu dedicato da Tonolo, nell'indirizzo iniziato dal Levi-Civita, allo studio dei «piccoli triangoli» non geodetici, tracciati sopra una superficie generica, allo scopo di dedurre alcune formule di trigonometria – estensione di quelle ben note dei triangoli rettilinei nel piano euclideo – e per generalizzare alcuni teoremi ed alcuni sviluppi in serie della classica Geodesia teoretica. Sulla importanza di questi studi, dal punto di vista della geodesia operativa, si è espresso in modo assai favorevole il compianto collega prof. Giovanni Boaga in una recensione che egli fece nella rivista «L'universo». Egli termina con queste parole:

I bei lavori di Levi-Civita e del Tonolo hanno aperto un vasto campo ed un nuovo indirizzo a questioni che interessano grandemente la geodesia. Dal punto di vista teoretico, questa scienza considera triangoli geodetici. Dal punto di vista operativo, triangoli formati da archi di sezioni normali. Successivamente si prova che le differenze che si ottengono, con i due indirizzi, entro il campo delle operazioni geodetiche, sono di piccola entità. Con le ricerche accennate riesce pertanto possibile liberare la geodesia teoretica dalle considerazioni del triangolo geodetico, e considerare, anche teoricamente, i triangoli che si costruiscono nella geodesia operativa. Sotto questo punto di vista, i risultati ottenuti dal prof. Tonolo sono veramente notevoli.

Questa attività scientifica di Tonolo è stata sempre accompagnata da studi di analisi pura, dedicati ad argomenti vari. Mi limiterò qui a ricordare: un lavoro «Sopra l'esistenza di soluzioni fondamentali di una equazione alle derivate parziali di tipo ellittico», apparso nel 1911; una importante Memoria sulle funzioni olomorfe di ordine  $n$ , pubblicata nel 1935, ed uno studio sulle funzioni implicitamente definite da un sistema di equazioni nel campo reale, apparso nel 1960.

Non posso inoltre tacere le nobili e affettuose commemorazioni da lui scritte in memoria del Vitali, del Comessatti e del Laura, ai quali fu legato da fraterna amicizia, e anche la commemorazione di Gregorio Ricci-Curbastro, nel centenario della nascita, letta nell'aula Magna dell'Università di Padova nel 1953.

I suoi meriti scientifici e didattici ebbero numerosi riconoscimenti. Era socio dell'Accademia Nazionale dei Lincei, dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, dell'Accademia delle Scienze di Ferrara. Medaglia d'oro dei Benemeriti della Scuola e della Cultura, medaglia d'oro dell'Università di Ferrara, membro della Commissione scientifica dell'U. M. I. e del Comitato Italiano per l'Unione Matematica

Internazionale, oltre che essere, come ho già ricordato, Professore Emerito dell'Università di Padova.

Figura riservata e dignitosa, sereno ed energico, coscienzioso e sensibile, dedicò, con scrupolosa onestà, agli studi ed alla Scuola le sue migliori energie, pur non rinunciando a quanto di bello la vita poteva offrirgli. Egli conservò sempre una profonda ammirazione per i Suoi Maestri e un'amicizia sincera e costante verso i Suoi Colleghi. Anche dei Suoi Assistenti fu amico fidato, generoso di consigli e di aiuto.

E prima di finire mi piace ricordare un episodio per me molto significativo a testimonianza della Sua bontà e lealtà. Durante l'ultima guerra, quando dolorose vicende costrinsero, per motivi politici, tre Suoi Assistenti ad abbandonare temporaneamente il loro posto di lavoro, il prof. Tonolo non se ne doleva; anzi, non fece nulla per distoglierli e animato da profondo spirito di comprensione e spinto solo dal desiderio di aiutare i Suoi Collaboratori, volle in ogni circostanza giustificare la loro assenza, ben consapevole del grave rischio a cui si esponeva.

Per queste Sue doti profondamente umane fu circondato fino all'ultimo dall'affetto degli amici e dei colleghi, nei quali lascia un ricordo e un rimpianto che nemmeno il tempo potrà cancellare.



## **Due ricordi di Iacopo Barsotti**



GIUSEPPE SCORZA DRAGONI

## Ricordo di Iacopo Barsotti\*

Questa nostra Accademia dei XL, perdendo Iacopo Barsotti, ha perso un matematico insigne. Egli è stato uno dei maggiori algebristi italiani. Hanno formato oggetto precipuo delle Sue ricerche l'algebra e la geometria algebrica, la struttura delle varietà gruppali e la teoria dei gruppi analitici, le applicazioni di questa allo studio di quelle, la teoria delle funzioni theta o, più generalmente, del tipo theta. E il complesso dei Suoi contributi è davvero imponente. Ne ho già scritto altre volte, in occasioni liete. E adesso non potrò fare a meno di ripetere molte cose già dette.

Quando si stavano approntando i fondamenti della geometria algebrica astratta, Egli ha indicato un metodo preciso per calcolare la molteplicità delle componenti del corrispondente di un punto in una corrispondenza algebrica – un metodo che si fonda su nozioni poste da Lui e rivelatesi poi preziose in ricerche successive, come in quelle da Lui dedicate all'immergibilità proiettiva delle varietà abeliane. Ci si trova così condotti alle Sue analisi sulla struttura geometrica delle varietà gruppali, che, definite da Weil, sono state studiate sistematicamente da Barsotti, al quale si debbono in proposito risultati fondamentali, come:

– La possibilità di immergere ogni varietà grupale in uno spazio proiettivo senza introdurre singolarità:

– La possibilità di costruire ogni varietà grupale come estensione di una abeliana mediante una razionale:

– L'assenza di torsione per le abeliane anche in caratteristica non nulla:

– L'interpretazione della  $\chi$  di Picard per varietà algebriche nell'ambito della coomologia.

I risultati successivamente conseguiti da Barsotti nei riguardi della coomologia delle varietà abeliane sono stati ottenuti applicando la teoria dei gruppi analitici. Questa trova i suoi fondamenti in lavori di Dieudonné, il quale vi fu condotto da un problema diverso da quello considerato da Barsotti; e trova i suoi sviluppi in lavori di Barsotti, che ne fu per anni dominatore indiscusso, tanto che fra i gruppi analitici quelli di una certa classe ripetono il loro dal

\* Dai «Rendiconti dell'Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL, Memorie di Matematica», 106 (1988), vol. XII, fasc. 1, pp. 1-2.

nome di Barsotti in una con quello di Tate. E Barsotti prosegue i suoi studi sulle varietà gruppali utilizzando appunto la teoria dei gruppi analitici. Egli si accorse che in caratteristica diversa da zero l'ambiente dei gruppi analitici sostituisce quello delle funzioni di più variabili complesse, valido nel caso classico. E quindi fu in grado di sviluppare metodi trascendenti anche in caratteristica non nulla, trasportando in caratteristica non nulla i concetti fondamentali relativi alle varietà abeliane nel caso classico, incontrando fatti nuovi e spiegazioni profonde di circostanze note. Fra i risultati specifici ch'Egli ha stabilito o contribuito a stabilire non si possono non ricordare:

- Il *teorema di simmetria*, secondo il quale i gruppi analitici provenienti da varietà abeliane sono caratterizzati dall'essere simmetrici (teorema di Barsotti-Honda):

- Il *criterio di specializzazione* dei gruppi di Barsotti-Tate (criterio di Barsotti-Traverso): – Il chiarimento della matrice di Hasse-Witt come ridotta, modulo un numero primo, della matrice di un endomorfismo (di Frobenius) di un certo spazio vettoriale su un corpo di caratteristica nulla:

- L'introduzione della *forma di Riemann* anche in caratteristica non nulla:

- La caratterizzazione di quelle serie di potenze che danno gli integrali di prima specie su una varietà abeliana in caratteristica non nulla, caratterizzazione ottenuta (criterio di Barsotti-Honda) mediante legami tra i coefficienti. In vista poi del ritorno dei gruppi analitici alle rispettive varietà abeliane di partenza, Barsotti ha costruito, anche sui corpi con caratteristica non nulla, una teoria per funzioni theta, ampliate anzi in funzioni di tipo theta. Queste funzioni (veramente serie di potenze) Egli le ha definite senza ricorrere a condizioni di periodicità, bensì mediante una formula di prostaferesi, formula poi mutata in un sistema addirittura finito di equazioni differenziali e condizioni al contorno (così realizzando, mi diceva una volta, un sogno di Baker). Collegate con queste sono successive Sue ricerche sui cosiddetti bivettori: in esse son considerate tipologie che dovrebbero chiarire circostanze relative appunto alle funzioni theta e si conseguono risultati che dovrebbero costituire punto di partenza per studi ulteriori.

Iacopo Barsotti è morto la mattina del 27 di ottobre del 1987, un martedì. La sera del lunedì precedente mi aveva telefonato, chiedendomi una visita. Presto raggiunto l'accordo per il mercoledì successivo, il Suo saluto mi sgomentò. Era quasi un addio. Così ora vivo con l'idea che nel momento istesso in cui sentiva come forse prossima la fine della Sua lunga e tormentosa degenza, Egli sentiva anche il desiderio di una di quelle nostre conversazioni, spazianti su uomini e cose; una di quelle nostre libere conversazioni, che Lui trovava singolarmente stimolanti (come pochi giorni prima mi aveva detto). E questo mi commuove. Mi commuove e m'inorgoglisce.

FRANCESCO GHERARDELLI

## Iacopo Barsotti\*

Nel segno di un profondo rimpianto ricordo l'amico Iacopo Barsotti, che ci ha lasciato il 27 Ottobre 1987; era nato a Torino il 28 Aprile 1921.

Se risalgo nel tempo lo rivedo a Roma, assistente di geometria, da poco laureato alla Normale di Pisa. Già lavorava in piena autonomia, con originalità di interessi, valendosi di un supporto culturale non comune.

In quegli anni i metodi dell'algebra moderna in geometria algebrica erano in Italia pressoché sconosciuti: a Roma c'era solo Barsotti che già li padroneggiava con sicura maestria.

Fu fra i pochi allora ad avvertire la necessità di incontrarsi con le scuole matematiche più avanzate, da cui l'Italia era rimasta separata per molti anni, causa i ben noti motivi bellici e politici. Per questo, ottenuta una «fellowship» dall'Università di Princeton, partì per gli Stati Uniti, dove rimase molti anni, divenendo «full professor» all'Università di Pittsburgh.

Tornerà in Italia nel '60, vincitore di un concorso. Chiamato a Pisa, dove rimarrà fino al '68, fu uno degli animatori di quel periodo magico della scuola matematica pisana, che, in molti, non solo della mia generazione, ha lasciato tracce profonde.

Dal '68 era passato all'Università di Padova e anche qui la sua influenza fu subito evidente.

Barsotti non è stato allievo di alcun maestro, anche se nei suoi ricordi era presente Cherubino, che probabilmente ispirò i suoi primi lavori. Ben presto però, Barsotti passa a interessarsi di varietà abeliane e più in generale di varietà gruppali in caratteristica zero e positiva: argomento che, da sempre, è di importanza centrale nella matematica, attraendo, da Abel e Jacobi in poi, i matematici più illustri. Barsotti lascia in queste teorie una traccia importante. I suoi teoremi sulla struttura delle varietà gruppali sono definitivi.

Limitandoci qui ai contributi di assoluto rilievo scientifico, vanno ricordati i sette capitoli di «Metodi analitici per varietà abeliane in caratteristica positiva» pubblicati dal '64 al '66 sugli «Annali della Scuola Normale» di Pisa. In questo imponente lavoro, Barsotti costruisce dei gruppi analitici associati a varietà abeliane (i gruppi di Barsotti-Tate) a partire dai quali ottiene quella che poi si

\* Dagli «Annali di Matematica pura e applicata», serie IV, CLIII (1988), pp. III-IV.

chiamerà la coomologia cristallina.

L'attività scientifica di Barsotti è tutta di livello aristocratico, fino all'ultimo lavoro. Qui ritorna ancora sulle varietà abeliane (questa volta – provvisoriamente – in caratteristica zero) con una originale definizione di una classe di funzioni – le tipo-theta – in cui rientrano le classiche funzioni theta, come soluzioni di certe notevoli equazioni differenziali.

Lo stile dei suoi lavori, molto personale, riflette il modo assolutamente autonomo con cui Barsotti aveva ripensato a tutta la geometria algebrica.

Come spesso accade occupandosi di problemi non marginali, Barsotti si era scontrato con altri matematici, che si interessavano degli stessi argomenti. L'attribuzione delle priorità diventa in questi casi polemica. Soltanto in anni recenti la letteratura internazionale ha pienamente riconosciuto l'importanza dei risultati di Barsotti.

Dell'originalità del suo carattere dicono molti aneddoti. A me piace ricordarne uno, che mostra come Barsotti sapesse agganziare con estro la fantasia alla realtà. Quando fu chiamato a Pisa, una bambina, figlia di un collega, sapendo che arrivava dall'America, credeva con sicurezza che sarebbe venuto a cavallo, vestito da cowboy. Barsotti lo seppe, affittò un cavallo e con un cappello a larghe tese si presentò a casa del collega facendo felice la bambina: «l'avevo detto io!» esclamò trionfante.

Voglio chiudere con questo ricordo molto significativo: l'originalità e la sensibilità non sono state per Barsotti limitate al campo scientifico ma parte integrante di tutta la sua vita.

## Appendici



## APPENDICE A\*

### ELENCO DEI DOCENTI DI MATEMATICA NELL'UNIVERSITÀ DI PADOVA DAL SUO NASCERE AL 1950\*\*

Avvertenza: ogni docente compare una sola volta, abbinato alla disciplina che ha insegnato per prima, al periodo in cui ha operato a Padova (con possibili interruzioni) ed alla provenienza. Qualche dato è mancante.

Il lettore attento risconterà alcune discordanze tra date di questo elenco e date riportate negli articoli precedenti; ciò è forse imputabile all'incertezza delle fonti.

Si ricorda che il primo documento formale sull'insegnamento della filosofia e delle scienze matematiche e naturali nell'Università di Padova è un rotulo del 1430-31 conservato presso l'Archivio di Stato di Venezia.

#### DAL 1400 AL 1500

<u>disciplina</u>	<u>professore</u>	<u>periodo</u>	<u>provenienza</u>
ad astrologiam	Prosdocimo di Beldomandi	1422-24	
ad astrologiam	Johannes Müller-Regiomontano	1463-76	Königsberg
ad astrologiam	Pietro Trapolin	1481-94	Vigodarzere

#### DAL 1500 AL 1600

<u>disciplina</u>	<u>professore</u>	<u>periodo</u>	<u>provenienza</u>
ad astrologiam	Benedetto Triaca	1500-09	Mantova
ad astronomiam	Balthasar Sanosarmus	1519-20	Polonia
ad astronomiam	Federico Delfino	1520-45	Padova
ad astronomiam	Pietro Catena	1549-76	Venezia
ad astronomiam	Giuseppe Moletti	1577-88	Messina

\* A cura di Luigi Salce.

\*\* Tratto da: *La Facoltà di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali dell'Università di Padova: origini e sviluppo* di Luciana Sitran Rea e Giuliano Piccoli, Cleup ed., 1990; edizione fuori commercio a cura della Presidenza della Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

ad mathematicam Galileo Galilei 1592-1610 Firenze

#### DAL 1600 AL 1700

<u>disciplina</u>	<u>professore</u>	<u>periodo</u>	<u>provenienza</u>
ad mathematicam	Giovanni Camillo Gloriosi	1613-22	Napoli
ad mathematicam	Barthélemy Souvey	1624-29	Friburgo
ad mathematicam	Andrea Argoli	1632-57	Tagliacozzo
ad mathematicam	Andrea Moretti	1661-62	Brescia
ad mathematicam	Stefano Degli Angeli	1664-97	Venezia
ad mathematicam	Domenico Guglielmini	1698-1702	Bologna

#### DAL 1700 AL 1800

<u>disciplina</u>	<u>professore</u>	<u>periodo</u>	<u>provenienza</u>
ad mathematicam	Jacob Hermann	1707-12	Basilea
ad mathematicam	Nicolò Bernoulli	1716-19	Basilea
ad mathematicam	Giovanni Poleni	1719-61	Venezia
ad elementa geometriae	Girolamo Rinaldi	1751-69	San Vito al Tagliamento
matematica e teoria nautica	Simone Stratico	1764-97	Creta
elementi di geometria piana solida e sezioni coniche	Giovanni Battista Marinelli	1769-1804	Rovigo
analisi	Giovanni Battista Nicolai	1773-93	Venezia
analisi, geometria piana solida e sezioni coniche	Giuseppe Avanzini	1797-1827	Salò

#### DAL 1800 AL 1900

<u>disciplina</u>	<u>professore</u>	<u>periodo</u>	<u>provenienza</u>
geometria piana e solida	Antonio Magarotto	1805-14	Padova
introduzione al calcolo sublime e geodesia	Antonio Collalto	1806-14	Venezia
calcolo sublime	Pietro Cossali	1806-17	Verona
matematica applicata	Francesco M. Franceschinis	1806-36	Udine

introduzione al calcolo sublime	Giovanni Farini	1814-25	Ravenna
calcolo sublime	Luigi De Franceschi	1815-16	
elementi di algebra e geometria	Angelo Zendrini	1815-17	Venezia
matematica pura elementare	Giovanni Santini	1817-34	Arezzo
matematica pura elementare	Vittorio Della Casa	1825-48	Milano
calcolo sublime	Carlo Conti	1834-50	Legnago
introduzione al calcolo sublime	Serafino R. Minich	1834-75	Venezia
introduzione al calcolo sublime	Vincenzo A. Tuzzi	1836-43	Udine
geometria descrittiva	Lorenzo Tabacchi	1843-45	
geometria descrittiva	Giusto Bellavitis	1845-80	Bassano
geodesia e idrometria	Domenico Turazza	1842-91	Malcesine
matematica pura elementare	Virgilio Trettenero	1850-51	Recoaro
matematica applicata	Pietro Maggi	1850-54	Verona
geometria descrittiva con disegni	Gustavo Bucchia	1861-72	Brescia
geometria descrittiva	Enrico N. Legnazzi	1872-73	Brescia
statica grafica	Antonio Favaro	1872-1922	Padova
applicazioni di geometria descrittiva	Ernesto Bellavitis	1873-1916	Vicenza
fisica matematica	Cirillo Ronzoni	1873-74	
calcolo infinitesimale	Manfredo Bellati	1877-81	Feltre
analisi superiore	Francesco D'Arcais	1878-1924	Cagliari
algebra complementare	Vittorio Salvotti	1980-81	
fisica matematica	Gregorio Ricci Curbastro	1880-1925	Lugo
algebra complementare	Giovanni Garbieri	1881-90	Bologna
geometria analitica	Giuseppe Veronese	1881-1916	Chioggia
meccanica superiore	Ernesto Padova	1882-96	Livorno
meccanica razionale	Tullio Levi-Civita	1896-1916	Padova

## DAL 1900 AL 1950

<u>disciplina</u>	<u>professore</u>	<u>periodo</u>	<u>provenienza</u>
geometria descrittiva	Giovanni Alfredo Bordiga	1901-29	Novara
matematica per chimici	Tullio Gnesotto	1902-22	Padova
geometria proiettiva	Francesco Severi	1905-21	Arezzo
geometria analitica	Paolo Gazzaniga	1915-16	Cremona
meccanica razionale con elementi di statica grafica	Ugo Amaldi	1918-24	Verona
meccanica razionale con elementi di statica grafica	Giuseppe Armellini	1919-20	Roma
matematiche superiori	Emanuele Soler	1920-37	Palermo
geometria superiore	Angelo Tonolo	1921-56	Casale sul Sile
geometria descrittiva	Annibale Comessatti	1922-45	Udine
meccanica razionale con elementi di statica grafica	Ernesto Laura	1922-49	Imperia
analisi superiore	Giuseppe Vitali	1924-30	Ravenna
matematiche complementari	Emilio Veneroni	1925-26	Vigevano
matematiche complementari	Sante Luigi Da Rios	1926-30	Treviso
matematiche speciali	Gian Domenico Mattioli	1928-45	Bergamo
analisi superiore	Renato Caccioppoli	1930-34	Napoli
matematiche speciali	Ettore Leonida Martin	1933-34	Latisana
geometria descrittiva	Ugo Morin	1933-67	Trieste
analisi algebrica e infinitesimale	Francesco Zagar	1934-36	Pola
meccanica superiore	Giovanni Silva	1934-35	Legnago
matematiche speciali	Giuseppe Zwirner	1934-79	Ospedaletto Euganeo
matematica attuariale	Bruno De Finetti	1935-38	Innsbruck
matematiche complementari	Eugenio Curiel	1935-38	Trieste
analisi superiore	Giuseppe Scorza Dragoni	1935-78	Palermo
fisica matematica	Leo Pinckerle	1936-38	Bologna

calcolo delle probabilità	Alessandro Marcantoni	1938-39	Conegliano
fisica matematica	Gian Carlo Wick	1939-40	Torino
calcolo delle probabilità	Antonino Gennaro	1940-41	Modica
fisica matematica	Nicolò Dalla Porta	1940-52	Trieste
calcolo delle probabilità	Lucia Venturelli Masini	1941-43	Verona
esercitazioni di analisi	Maria Rossi	1942-43	Thiene
magistero in matematica	Maria Venturelli	1943-44	Verona
geometria descrittiva	Margherita Liceni Mattioli	1945-48	Udine
geometria analitica	Edmondo Morgantini	1945-87	Perugia
esercitazioni di matematiche I	Santuzza Ghezzeo	1949-96	S. Pietro in Volta
esercitazioni di matematiche II	Mauro Pagni	1949-50	S. Croce sull'Arno
fisica matematica	Giuseppe Grioli	1949	Messina
istituzioni di matematiche II	Giorgio Trevisan	1949-74	Venezia
istituzioni di matematiche	Giuseppe Colombo	1950-52	Padova
topologia	Mario Baldassarri	1950-64	Padova
esercitazioni di matematiche II	Annamaria Toso	1950-71	Venezia
esercitazioni di matematiche I	Maria Mehle	1950-55	Lubiana



## APPENDICE B\*

### IL DIPARTIMENTO DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

Il *Dipartimento di matematica pura ed applicata* è stato attivato l'1 gennaio 1987, in armonia con la normativa introdotta dal «Riordinamento della docenza universitaria...» (D.P.R. 382/1980), che prevede l'istituzione dei dipartimenti come nuovo modello organizzativo della ricerca nelle Università.

La precedente organizzazione di professori e cattedre universitarie era essenzialmente basata su Istituti e Seminari che, pur facenti capo a un'unica area disciplinare, erano inseriti in Facoltà diverse (per la matematica le Facoltà di Scienze, Ingegneria, Statistica...). Nel nuovo ordinamento il Dipartimento si presenta come sede della «organizzazione di uno o più settori di ricerca omogenei per fini o per metodo e dei relativi insegnamenti anche afferenti a più facoltà o più corsi di laurea della stessa facoltà», e come organo che «promuove e coordina l'attività di ricerca» e collabora con le facoltà per le attività didattiche.

Nel 1987 la gran parte dei matematici padovani presenti in diverse facoltà colsero questa occasione per unirsi in un dipartimento matematico, richiamandosi all'unitarietà del pensiero matematico, pur nella differenziazione degli indirizzi di ricerca e dei relativi campi di applicazione.

Con questo spirito nacque il *Dipartimento di matematica pura ed applicata*, alla cui fondazione contribuirono i matematici dei due istituti della Facoltà di Scienze matematiche, fisiche e naturali (Istituto di algebra e geometria; Istituto di analisi matematica, di meccanica razionale e di fisica matematica), parte dei matematici della Facoltà di Ingegneria (Istituto di matematica applicata), nonché i matematici della Facoltà di Scienze statistiche.

Il Dipartimento, dopo una lunga permanenza nell'edificio ex-Paolotti, ha oggi sede nella Torre Archimede.

*Direttori del Dipartimento dalla fondazione ad oggi:*

1987-1992 Mario Rosati

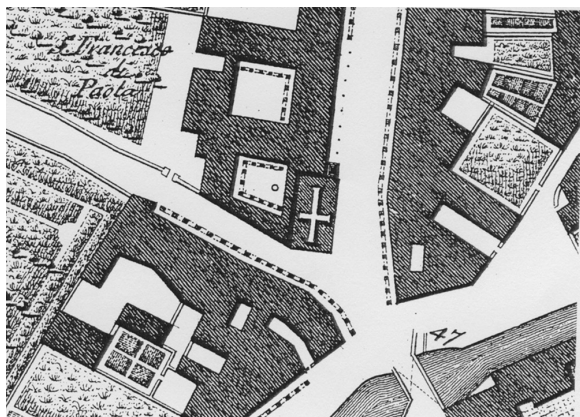
1992-1995 Federico Menegazzo

1995-2001 Giovanni Battista Di Masi

2001-2004 Franco Napolitani

2004 — Alberto Facchini

\* A cura di Mario Rosati.



Sopra: La chiesa di S. Francesco di Paola, dalla Pianta del Valle del 1784.

Sopra a destra: "I Paolotti", prima carcere militare e successivamente carcere criminale negli anni '60.

A destra: "I Paolotti", sede degli Istituti matematici e del Seminario Matematico, dal 1969 al 2006.



## Organi del Dipartimento

*Direttore* Alberto Facchini  
*Vicedirettore* Bruno Viscolani

*Segretario amministrativo*  
Fiorella Fabrizi

*Giunta* Martino Bardi - Carla De Francesco - Ferdinando Degan -  
Fiorella Fabrizi - Alberto Facchini - Fabio Marcuzzi - Carlo  
Mariconda - Luca Montin - Elena Paccagnella - Francesco  
Ranzato - Wolfgang Runggaldier - Alberto Tonolo -  
Bruno Viscolani

*Consiglio*

Il Consiglio del Dipartimento è formato da:

Professori di ruolo

Ricercatori e assistenti

Rappresentanti dei dottorandi

Rappresentanti del personale tecnico ed amministrativo

**Personale del Dipartimento** (al 31 dicembre 2007)

Professori emeriti, in Facoltà di Scienze mm.ff.nn.

Grioli Giuseppe di fisica matematica

Zacher Giovanni di algebra

*Personale docente*

<i>qualifiche:</i>	A	assistente ordinario
	FR	professore fuori ruolo
	PA	professore associato
	PAC	professore associato confermato
	PO	professore ordinario
	PS	professore straordinario
	R	ricercatore
	RC	ricercatore confermato

<b>qualifica</b>	<b>docenti</b>	<b>area di ricerca</b>	<b>facoltà</b>
R	Aioli Fabio	informatica	scienze mm.ff.nn.
RC	Albertini Francesca	analisi matematica	ingegneria
PO	Andreatta Giovanni	ricerca operativa	scienze statistiche
PAC	Artico Giuliano	geometria	scienze mm.ff.nn.
PA	Baldan Paolo	informatica	scienze mm.ff.nn.
PO	Baldassarri Francesco	geometria	scienze mm.ff.nn.
RC	Baracco Luca	analisi matematica	scienze mm.ff.nn.
R	Barbato David	probabilità e statistica matematica	scienze statistiche
PS	Barbieri Viale Luca	geometria	scienze mm.ff.nn.
PO	Bardi Martino	analisi matematica	ingegneria
PAC	Bazzoni Silvana	algebra	scienze mm.ff.nn.
PAC	Beghi Luigi	probabilità e statistica matematica	scienze mm.ff.nn.
PO	Benettin Giancarlo	fisica matematica	ingegneria
RC	Bertapelle Alessandra	geometria	scienze mm.ff.nn.
PS	Bonotto Cinzia	matematiche complementari	scienze della formazione
PO	Bratti Giuliano	analisi matematica	scienze mm.ff.nn.

FR	Bressan Rosanna	analisi matematica	scienze mm.ff.nn.
RC	Buratto Alessandra	metodi matematici dell'economia	economia
PO	Burenkov Victor	analisi matematica	scienze mm.ff.nn.
RC	Cailotto Maurizio	geometria	scienze mm.ff.nn.
PAC	Candilera Maurizio	geometria	scienze mm.ff.nn.
PA	Cantarini Nicoletta	algebra	ingegneria
R	Caravenna Francesco	probabilità e statistica matematica	scienze mm.ff.nn.
PO	Cardin Franco	fisica matematica	scienze mm.ff.nn.
RC	Carnovale Giovanna	algebra	scienze mm.ff.nn.
R	Cesaroni Annalisa	analisi matematica	ingegneria
PO	Chiarello Bruno	geometria	ingegneria
PS	Colombo Giovanni	analisi matematica	ingegneria
PAC	Colpi Riccardo	algebra	scienze mm.ff.nn.
PAC	Colussi Livio	informatica	scienze mm.ff.nn.
PO	Conforti Michelangelo	ricerca operativa	scienze mm.ff.nn.
PAC	Costantini Mauro	algebra	scienze mm.ff.nn.
R	Crafa Silvia	informatica	scienze mm.ff.nn.
PO	D'Agnolo Andrea	analisi matematica	ingegneria
RC	Da Lio Francesca	analisi matematica	ingegneria
PO	Dai Pra Paolo	probabilità e statistica matematica	scienze mm.ff.nn.
RC	De Francesco Carla	ricerca operativa	scienze statistiche
R	De Giovanni Luigi	ricerca operativa	scienze mm.ff.nn.
PO	De Marco Giuseppe	analisi matematica	scienze mm.ff.nn.
A	Degan Ferdinando	fisica matematica	ingegneria
RC	Detomi Eloisa	algebra	scienze mm.ff.nn.
PO	Di Masi Giovanni B.	probabilità e statistica matematica	scienze statistiche
RC	Dulli Susi	sistemi di elaborazione delle informazioni	scienze statistiche
R	Esposito Francesco	geometria	scienze mm.ff.nn.
PO	Facchini Alberto	algebra	scienze mm.ff.nn.
PAC	Fassò Francesco	fisica matematica	scienze mm.ff.nn.
RC	Favretti Marco	fisica matematica	scienze mm.ff.nn.
PO	Ferrante Marco	probabilità e statistica matematica	scienze statistiche
PO	Filè Gilberto	informatica	scienze mm.ff.nn.
R	Fiorot Luisa	geometria	ingegneria
R	Gaggi Ombretta	informatica	scienze mm.ff.nn.
RC	Garuti Marco Andrea	geometria	ingegneria
PAC	Gerotto Giovanni	geometria	scienze mm.ff.nn.
R	Giacobbe Andrea	fisica matematica	scienze mm.ff.nn.
PA	Grasselli Martino	metodi matematici dell'economia	economia

PO	Grioli Antonio	fisica matematica	scienze mm.ff.nn.
R	Grosset Luca	metodi matematici dell'economia	economia
RC	Guiotto Paolo	analisi matematica	scienze mm.ff.nn.
RC	Guzzo Massimiliano	fisica matematica	scienze mm.ff.nn.
PA	Iovita Adrian	geometria	scienze mm.ff.nn.
R	Lamberti Pier Domenico	analisi matematica	scienze mm.ff.nn.
PA	Languasco Alessandro	analisi matematica	scienze statistiche
PO	Lanza de Cristoforis Massimo	analisi matematica	scienze mm.ff.nn.
PAC	Legovini Pierantonio	algebra	farmacia
PO	Lucchini Andrea	algebra	scienze statistiche
R	Maietti Maria Emilia	logica matematica	scienze mm.ff.nn.
PA	Mannucci Paola	analisi matematica	ingegneria
RC	Marastoni Corrado	analisi matematica	scienze mm.ff.nn.
PA	Marchiori Massimo	informatica	scienze mm.ff.nn.
PAC	Marconi Umberto	analisi matematica	scienze mm.ff.nn.
RC	Marcuzzi Fabio	analisi numerica	scienze mm.ff.nn.
PAC	Mariconda Carlo	analisi matematica	ingegneria
PA	Marson Andrea	analisi matematica	ingegneria
PO	Menegazzo Federico	algebra	scienze mm.ff.nn.
PAC	Minnaja Carlo	analisi matematica	ingegneria
RC	Monari Martinez Elisabetta	matematiche complementari	scienze mm.ff.nn.
RC	Monti Roberto	analisi matematica	ingegneria
FR	Morandi Cecchi Maria	analisi numerica	ingegneria
PAC	Moresco Roberto	geometria	ingegneria
PAC	Motta Monica	analisi matematica	ingegneria
PO	Napolitani Franco	algebra	scienze mm.ff.nn.
RC	Paccagnella Laura Gilda	informatica	ingegneria
RC	Padovan Giovanni	analisi matematica	scienze statistiche
R	Palazzi Claudio Enrico	informatica	scienze mm.ff.nn.
PA	Parmeggiani Gemma	algebra	scienze statistiche
PO	Pavon Michele	automatica	ingegneria
R	Polesello Pietro	analisi matematica	ingegneria
R	Ponno Antonio	fisica matematica	ingegneria
PO	Rampazzo Franco	analisi matematica	ingegneria
PAC	Ranzato Francesco	informatica	scienze mm.ff.nn.
PAC	Redivo Zaglia Michela	analisi numerica	ingegneria
PAC	Rodinò Nicola	geometria	ingegneria
PO	Rossi Francesca	informatica	scienze mm.ff.nn.
PO	Runggaldier Wolfgang	probabilità e statistica matematica	scienze mm.ff.nn.
PO	Salce Luigi	algebra	scienze statistiche
PO	Sambin Giovanni	logica matematica	scienze mm.ff.nn.
PO	Scimemi Benedetto	matematiche complementari	scienze mm.ff.nn.

R	Sommariva Alvise	analisi numerica	scienze mm.ff.nn.
PO	Soravia Pierpaolo	analisi matematica	ingegneria
PO	Sperduti Alessandro	informatica	scienze mm.ff.nn.
PAC	Sullivan Francis J.	geometria	scienze mm.ff.nn.
PAC	Tonolo Alberto	algebra	ingegneria
PAC	Treu Giulia	analisi matematica	scienze statistiche
PAC	Troilo Renato	fisica matematica	scienze mm.ff.nn.
PO	Valent Tullio	analisi matematica	scienze mm.ff.nn.
PS	Valentini Silvio	logica matematica	scienze mm.ff.nn.
PA	Vardanega Tullio	informatica	scienze mm.ff.nn.
PAC	Vargiolu Tiziano	probabilità e statistica matematica	scienze mm.ff.nn.
R	Venable Kristen Brent	informatica	scienze mm.ff.nn.
PAC	Vianello Marco	analisi numerica	scienze mm.ff.nn.
PO	Viscolani Bruno	metodi matematici dell'economia	economia
R	Vittone Davide	analisi matematica	scienze statistiche
R	Zambelli Giacomo	ricerca operativa	scienze mm.ff.nn.
PO	Zampieri Giuseppe	analisi matematica	ingegneria
PAC	Zanardo Alberto	logica matematica	scienze mm.ff.nn.
PS	Zanardo Paolo	algebra	agraria
FR	Zanovello Renato	analisi numerica	scienze statistiche

*Personale tecnico-amministrativo*      *area di appartenenza*

Beccaro Rita	area servizi generali e tecnici
Boischio Marinella	area amministrativa
Capanna Lorenzo	area tecnica, tecnico-scientifica ed elaborazione dati
Comune Antonio	area tecnica, tecnico-scientifica ed elaborazione dati
Fabrizi Fiorella	area amministrativa-gestionale
Friscina Daniela	area amministrativa
Lanza Alessandro	area tecnica, tecnico-scientifica ed elaborazione dati
Michelotto Alessandro	area amministrativa
Montin Luca	area amministrativa
Morello Pierina	area amministrativa
Paccagnella Elena	area amministrativa
Patron Monica	area amministrativa
Puca Angela	area amministrativa-gestionale
Righi Luca	area tecnica, tecnico-scientifica ed elaborazione dati
Simion Andrea	area tecnica, tecnico-scientifica ed elaborazione dati

## Attività nel Dipartimento

Il decreto sul riordinamento della docenza universitaria (D.P.R. 382/1980) assegna ai Dipartimenti il compito primario dell'organizzazione della ricerca, sia riguardo ai programmi e alle collaborazioni delle ricerche, sia riguardo alle strutture e ai mezzi necessari per il loro svolgimento. Il decreto riserva invece alle Facoltà l'organizzazione delle attività didattiche dei corsi di laurea e di indirizzo, a cui naturalmente i Dipartimenti prestano la loro collaborazione, ma lascia ai Dipartimenti la gestione dei piani di studio e di ricerca per il conseguimento del dottorato di ricerca.

Un'analisi particolareggiata delle ricerche svolte nel Dipartimento di Matematica pura ed applicata, come pure dei corsi di laurea e di indirizzo nelle diverse Facoltà in cui il dipartimento è presente, ci porterebbe oltre i limiti e le finalità di questo libretto. Tutte le informazioni in merito sono del resto disponibili, per le ricerche, nella documentazione presso gli appositi organi di valutazione e, per la didattica, nei documenti informativi dell'Università e delle singole Facoltà. Ci limitiamo qui ad accennare alle attività del Dipartimento nella scuola di dottorato, e ad altre attività dedicate a completare la formazione professionale dei laureati, in particolare degli insegnanti nei diversi ordini di Scuole.

### *Scuola di dottorato di ricerca in Scienze matematiche*

La scuola di dottorato di ricerca in Scienze matematiche è stata istituita nel 2004 su proposta del Dipartimento di matematica pura ed applicata e del Dipartimento di Metodi e modelli matematici per le scienze applicate; in essa sono confluiti i due precedenti Corsi di dottorato di ricerca in Matematica e in Matematica computazionale ed informatica matematica già attivi fin dai primi anni della costituzione del Dipartimento.

La Scuola è articolata in due indirizzi tra loro coordinati per lo sviluppo del progetto formativo: l'indirizzo di Matematica e quello di Matematica computazionale. Entrambi gli indirizzi hanno un ampio spettro multidisciplinare e corrispondono a una realtà ben consolidata in campo internazionale, che riguarda sia la matematica pura sia la matematica applicata. Il programma di dottorato dura 3 anni e agli studenti vengono offerti programmi formativi e di ricerca nei seguenti curricula:

per l'indirizzo di Matematica:

logica matematica – algebra – geometria – matematiche complementari – analisi matematica – fisica matematica

per l'indirizzo di Matematica computazionale:

probabilità e statistica – analisi numerica – ricerca operativa – metodi matematici dell'economia e delle scienze attuariali e finanziarie.

Alla fine dei 3 anni viene richiesta la stesura di una tesi di ricerca che è

vagliata da un referee esterno.

La Scuola Dottorale incoraggia il soggiorno dei dottorandi all'estero in strutture scientifiche e dipartimenti: in questi ultimi anni diversi dottorandi hanno intrapreso un dottorato in co-tutela, che ha loro permesso di ottenere un doppio titolo di dottore sia qui a Padova che nella Università Partner.

Docenti stranieri sono regolarmente invitati a tenere corsi nella scuola; alcuni corsi sono in comune con la scuola di Ingegneria dell'Informazione e con Statistica. Regularmente tra i dottorandi si annoverano studenti stranieri. I dottorandi svolgono attività di tutor o di supporto didattico per i primi anni della laurea triennale. Le borse di studio offerte dall'ateneo di Padova sono 8, e usualmente sono affiancate da altre borse provenienti da enti di ricerca o fondazioni.

*Direttore della Scuola di dottorato e coordinatore indirizzo di Matematica*

Bruno Chiarellotto

*Coordinatore indirizzo di Matematica computazionale*

Paolo Dai Pra

*Consiglio scientifico*

Il Consiglio scientifico della Scuola è formato, oltreché dai direttori dei due dipartimenti concorrenti, dai seguenti docenti, rappresentativi dei settori scientifico-disciplinari presenti nella Scuola sia per l'indirizzo di Matematica che per l'indirizzo di Matematica computazionale (per quest'ultimo la Scuola è attivata in collaborazione con i Dipartimenti matematici degli Atenei di Bologna, Trieste e Udine).

Giovanni Sambin	logica matematica
Luigi Salce	algebra
Bruno Chiarellotto (direttore)	geometria
Benedetto Scimemi	matematiche complementari
Martino Bardi	analisi matematica
Giuseppe Zampieri	analisi matematica
Paolo Dai Pra	probabilità e statistica
Franco Cardin	fisica matematica
Alfredo Bellen (Trieste)	analisi numerica
Michelangelo Conforti	ricerca operativa
Wolfgang Runggaldier	metodi matematici dell'economia e delle scienze attuariali e finanziarie

*Corso di perfezionamento in metodologia e didattica della matematica*

Presso il Dipartimento è attivato il Corso di perfezionamento in Metodologia

e didattica della matematica. Il Corso si propone di aggiornare, quanto a metodi e contenuti, i docenti che insegnano o i laureati che possono insegnare matematica negli Istituti secondari, in vista del crescente bisogno da parte degli insegnanti di approfondire tematiche specifiche connesse alla pratica dell'insegnamento e di ricercare nuovi stimoli professionali e culturali.

Nel Corso vengono trattate, tra le altre, le tematiche: aritmetica e geometria dei numeri – le equazioni algebriche – elementi di logica matematica – elementi di calcolo numerico – modelli fisico-matematici – matematica per l'economia – matematica per le applicazioni – nuove tecnologie al servizio dell'insegnamento della matematica.

Il Corso prevede anche alcune attività di laboratorio.

*Direttore del Corso*

Cinzia Bonotto

### *SSIS, Scuola di specializzazione*

Il Dipartimento partecipa alla SSIS, Scuola di specializzazione interateneo per la formazione degli insegnanti della scuola secondaria, istituita tra le Università del Veneto (IUAV, Padova, Venezia, Verona) e con sede amministrativa presso l'Università Ca' Foscari di Venezia. Nella SSIS i laureati che vogliono dedicarsi all'insegnamento trovano l'opportunità di acquisire le competenze metodologiche, didattiche e psicopedagogiche necessarie. L'esame finale permette inoltre di acquisire una o più abilitazioni all'insegnamento.

Obiettivo della Scuola è la formazione professionale specifica degli insegnanti della scuola secondaria, come previsto dal relativo Decreto ministeriale del 1998. L'obiettivo si articola nelle seguenti direzioni:

- acquisizione di competenze nelle scienze dell'educazione;
- acquisizione di competenze di carattere epistemologico relative a discipline caratterizzanti ciascuna delle abilitazioni conseguibili per la scuola secondaria;
- acquisizione di competenze di didattica delle discipline proprie di ciascuna abilitazione, anche mediante laboratori di didattica delle discipline medesime;
- acquisizione di competenze legate alla pratica effettiva dell'insegnamento mediante il tirocinio.

La durata complessiva degli studi della Scuola è di due anni accademici, ciascuno articolato in più periodi. I corsi dell'indirizzo fisico-informatico-matematico hanno luogo presso l'Università di Padova.

*Direttore per l'indirizzo fisico-informatico-matematico*

Alberto Zanardo

*Consiglio*

Il Consiglio è formato da docenti delle quattro Università afferenti alla SSIS.

*Corso di perfezionamento in Matematica applicata e Programmazione*

Il Corso di perfezionamento in Matematica applicata e Programmazione, istituito presso l'Istituto di Matematica applicata nel 1980-81, è stato attivo ininterrottamente prima nello stesso Istituto e poi nel Dipartimento fino all'anno 2001-02.

Il Corso, di durata annuale, ha avuto lo scopo e la funzione di offrire una specifica preparazione a laureati interessati ad applicazioni avanzate della matematica. In tutto l'arco di tempo della sua attuazione, il Corso è stato frequentato da laureati in Astronomia, Fisica, Ingegneria, Matematica, Scienza dell'informazione, Scienze statistiche e demografiche, Scienze statistiche ed economiche, non di rado già operanti nel mondo industriale ed economico della società.

Tra gli insegnamenti proposti nei curricula ricorrevano: equazioni differenziali ordinarie e alle derivate parziali – analisi numerica – modelli matematici – metodi numerici e calcolo parallelo – informatica – metodi di elaborazione dell'informazione – teoria dei linguaggi di programmazione – catene di corpi rigidi e termomeccanica razionale dei sistemi continui – matematiche discrete – ottimizzazione combinatoria – ricerca operativa.

*Direttore*

Mario Rosati (1980-2002)

*Collegio dei docenti:*

Nel corso degli anni si sono avvicendati numerosi docenti, tra i quali ricordiamo:

Ubaldo Richard - Giorgio Casadei - Giuseppe Grioli - Santuzza Baldassarri Ghezzi - Paolo Malesani - Ezio Stagnaro - Mario Rosati - Martino Bardi - Michelangelo Conforti - Gilberto Filè - Giuseppe Gambolati - Adriano Montanaro - Maria Morandi Cecchi - Diego Pigozzi - Giorgio Pini - Giorgio Romanin Jacur - Giovanni Zilli - Sergio Bressan - Mario Pitteri - Giovanni Colombo - Giuseppe De Marco - Carlo Minnaja - Giovanni Andreatta.

*Attività con l'IRRSAE Veneto e l'IRRE Veneto*

Il Dipartimento ha sviluppato per lunghi anni numerose forme di collaborazione con l'Istituto regionale per le ricerche educative della regione Veneto, con sede a Venezia, collaborazione che ha visto la presenza di professori del Dipartimento (T. Millevoi, M. Rosati, B. Scimemi) nel Consiglio direttivo

dell'Istituto.

Le attività si sono concretate in Sperimentazioni didattiche di nuove metodologie, Corsi di aggiornamento e Convegni su argomenti specifici di matematica ed informatica rivolti a insegnanti e studenti delle Scuole del Veneto, che spesso hanno registrato la diretta partecipazione delle categorie interessate. Non sono mancati studi e rilevazioni sullo stato delle Scuole del Veneto alla ricerca di ogni possibile miglioramento dell'offerta formativa in matematica ed informatica.

#### *Centro di matematica applicata*

Costituito nel 1961, il Centro di Matematica applicata fu attivato nel 1964 con il fine di promuovere studi e ricerche matematiche rivolti alle applicazioni, rivolgendo una particolare attenzione agli aspetti interdisciplinari.

Ebbe inizialmente sede presso il Seminario Matematico e poi presso il Dipartimento di Matematica pura ed applicata.

#### *Comitato direttivo*

Mario Baldassarri  
Giovanni Giacometti  
Claudio Villi  
Mario Volpato

#### *Direttori*

1964-1976 Giovanni Giacometti  
1976-1992 Mario Volpato.

Il Centro chiuse la sua attività nel 1992.

#### *Associazione Patavina Mathesis*

Nell'ambito del Dipartimento svolge la sua attività l'Associazione Patavina Mathesis, a cui aderiscono Insegnanti di matematica nei vari ordini di Scuole, da quelle dell'obbligo all'Università. L'Associazione offre agli Insegnanti incontri e attività per migliorare e tenere aggiornate la propria preparazione culturale e le attitudini didattiche, al fine di elevare la qualità dell'insegnamento della matematica e dell'informatica nelle Scuole.

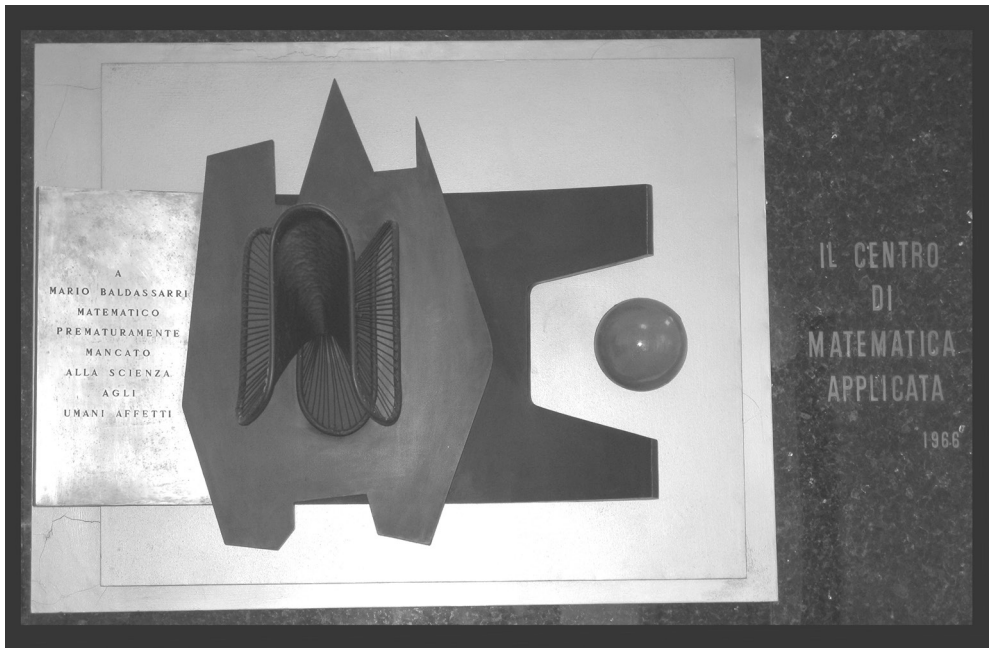
Per il conseguimento di questo fine vengono organizzati Corsi di aggiornamento, Conferenze, Seminari e dibattiti, con la partecipazione di Docenti ed esperti di didattica della matematica italiani e stranieri. Una particolare attenzione è poi rivolta agli studenti delle Scuole secondarie di Padova e del Veneto per i quali sono organizzate da molti anni Gare matematiche, che

hanno sempre destato vivo interesse e registrato larga partecipazione.

L'associazione Patavina Mathesis fu fondata a metà degli anni '80 da Edmondo Morgantini come trasformazione della sezione di Padova dell'Associazione nazionale Mathesis, sezione che fu precedentemente diretta da Ugo Morin, Bruno Busulini e dallo stesso Morgantini. Dal 1987 l'Associazione ha come suo Presidente Tomaso Millevoi.

*Consiglio direttivo:*

Presidente	Tomaso Millevoi
Vicepresidente	Benedetto Scimemi
Consiglieri	Giovanna Badoer - Mario Frison - Mario Rosati - Luigi Tomasi - Giovanni Trainito



Scultura del Centro di Matematica Applicata - Torre Archimede.

## BIBLIOGRAFIA

JOHN OF HOLYWOOD (G. SACROBOSCO), *De Sphera mundi* (sec. XIII).

PIETRO D'ABANO, *Conciliator differentiarum philosophorum et praecipue medicorum*. Venezia (1471).

A. FAVARO, *Notizie sulla Scuola d'Applicazione per gli ingegneri annessa alla R. Università di Padova*, pp. 50. Padova (1875).

E.N. LEGNAZZI, *Commemorazione del Conte Giusto Bellavitis*, Padova (1881), ed Prosperini.

A. FAVARO, *I successori di Galileo nello Studio di Padova fino alla Caduta della Repubblica*. Nuovo Archivio Veneto, n.s., vol. XXXIII, pp. 94-182. Venezia (1917).

A. FAVARO, *I Lettori di matematiche nella Università di Padova dal principio del secolo XIV alla fine del XVI*. Istituto per la Storia dell'Università di Padova. Memorie e documenti per la Storia della Università di Padova, vol. I, pp. 1-70, Padova (1922).

A. FAVARO (a cura di), Edizione nazionale delle *Opere di G. Galilei*, Firenze (1968), ed. Barbèra.

A. GHETTI - G. BRUNETTA - P.G. TREU, *I cento anni della Scuola per gli ingegneri dell'Università di Padova 1876-1978*, pp. 170. Padova (1978).

L. ROSSETTI, *L'Università di Padova. Profilo storico*, pp. 78 (II edizione). Trieste (1983), ed. Lint.

L. SITRAN REA - G. PICCOLI, *La Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali dell'Università di Padova: origini e sviluppo*, pp. 164. Padova (1990), ed. Cleup.

AA.VV., *Le scienze matematiche nel Veneto dell'Ottocento*, pp. 300, Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Venezia (1994).

S. BALDASSARRI GHEZZO, *Giuseppe Veronese Matematico dell'Università di Padova*, pp. 103. Dipartimento di matematica pura ed applicata, Padova (1995).

M. ROSATI (a cura di), *Il Dipartimento di matematica pura ed applicata, negli anni 1987-1992*, pp. 117. Università degli Studi di Padova. Padova (1995).

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA, *Galileo a Padova 1592-1610*, Trieste (1995), ed. Lint.

Vol. I, *L'anno galileiano* (7 dicembre 1991 - 7 dicembre 1992).

Vol. II, *Galileo e la cultura padovana*, Convegno Accademia Patavina di Scienze, Lettere ed Arti (13-15 febbraio 1992).

Vol. III, *Galileo e la cultura veneziana*, Convegno Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti (18-20 giugno 1992).

Vol. IV, *Tribute to Galileo in Padua*, International Symposium (2-6 dicembre 1992).

Vol. V, *Occasioni Galileiane*, Conferenze e Convegni (maggio - novembre 1992).

G. COZZI - M. KNAPTON - G. SCARABELLO, *La Repubblica di Venezia nell'età moderna*. Milano (1995), ed. Utet.

AA.VV. (a cura di S. Casellato e L. Pigatto), *Professori di materie scientifiche all'Università di Padova nell'Ottocento*, pp. 394. Centro per la storia dell'Università di Padova. Trieste (1996), ed. Lint.

DIPARTIMENTO MMMSA, *Dipartimento di Metodi e Modelli matematici per le Scienze applicate (1989-1999)*. Università degli Studi di Padova (1998).

M. ROSATI, *Le matematiche nello Studio di Padova*. Progetto BO, periodico dell'Università di Padova, anno III, n. 7, p. 3-5 (1999).

F. PALLADINO, *Il Fondo di modelli e strumenti matematici antichi dell'Università di Padova, e l'iniziativa di Giuseppe Veronese per un laboratorio nazionale italiano*, pp. 109. Università degli Studi di Padova (1999).

M. CECCHINI, *Vita e opere di Bartolomeo Sovero: un matematico nell'Italia del Seicento*, «Boll. St. Sc. Mat.», XXI, 1 (2001), pp. 35-139.

AA.VV. (a cura di P. del Negro), *L'Università di Padova, otto secoli di storia*, pp. 288. Padova (2001).

A. ADAMI, *La Facoltà d'Ingegneria tra 100 e 125 anni di vita (1976-2001)*, pp. 113. Università degli Studi di Padova (2002).

L. PEZZOLO, *Il fisco dei veneziani*. Verona (2003), ed. Cierre.

AA.VV., *Atti del Convegno Giuseppe Veronese (23 maggio 2003)*, in *50 anni di "Veronese"*, Sottomarina di Chioggia (2004), ed. Il Leggio.

## INDICE DEI NOMI\*

- Abel, Niels Henrik, 72, 110, 173  
Adami, Attilio, 196  
Adams, John Frank, 71  
Albanese, Giacomo, 95  
Alberto dell'Abaco, 16, 17  
Alessandro VIII (papa), 43  
Alfagarano, 17  
Alighieri, Dante, 11  
Amaldi, Ugo, 69, 78, 97, 100, 180  
Ambrosetti, Antonio, 104  
Ambrosio, Luigi, 104  
André, Yves, 104  
Andreatta, Giovanni, 101, 192  
Angeli (degli), Stefano, 41-43, 45, 56-58, 178  
Appel, Paul, 140  
Archimede di Siracusa, 39, 50, 86  
Ardigò, Roberto, 81  
Argoli, Andrea, 39, 40, 178  
Aristotele, 12, 20, 30  
Armellini, Giuseppe, 180  
Augusto III (re di Polonia), 70  
Avanzini, Giuseppe, 61, 62 e n, 63 n, 65 n, 178
- Bacone, Ruggero, 114  
Badoer, Giovanna, 194  
Baire, René Louis, 140  
Baker, Alan, 172  
Baldassarri Ghezzi, Santuzza, 78 n, 87 n, 181, 192, 195  
Baldassarri, Francesco, 5, 7, 10, 53, 77, 104  
Baldassarri, Mario, 92 e n, 96, 98, 102, 181, 193  
Barbarigo, Gregorio, 40
- Barbaro, Daniele, 19  
Bardi, Martino 184, 190, 192  
Barozzi, Francesco, 20  
Barsotti, Iacopo, 5, 7, 9, 80 n, 96, 99, 102, 169, 171-174  
Bartels, Martin, 121  
Beethoven (van), Ludwig, 154  
Beldomandi (de'), Prosdocimo, 15, 16, 19, 177  
Bellati, Manfredo, 179  
Bellavitis, Ernesto (jr.), 70, 179  
Bellavitis, Ernesto (sr.), 70  
Bellavitis, Giusto, 54, 58, 62, 64, 66 n, 67, 68, 69-76, 79, 81, 99, 179  
Bellavitis, Paolo, 70  
Bellen, Alfredo, 190  
Bellomo, Ettore, 99  
Beltrami, Eugenio, 110, 116, 117, 121, 129, 132, 159, 164  
Berigardo, Claudio, 40  
Bernoulli (famiglia), 45, 50, 110  
Bernoulli, Daniele, 45 n  
Bernoulli, Giacomo (Jakob), 44, 45, 58  
Bernoulli, Giovanni (Johann), 45, 58, 118  
Bernoulli, Nicola, 45  
Bernoulli, Nicola (I) (Nikolaus), 44-46, 50, 57, 58, 178  
Bernoulli, Nicola (II), 45 e n  
Bertini, Eugenio, 80  
Bertolini, Massimo, 104  
Betti, Enrico, 76, 79, 83, 110, 132  
Bettoni, Carlo, 62 n  
Bianchi, Luigi, 139, 159, 165  
Biot, Jean-Baptiste, 70  
Boaga, Giovanni, 166

\* Nel testo possono comparire nomi italianizzati o con trascrizioni grafiche diverse, ma sempre riconoscibili. Non compaiono invece i nomi del personale del Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata elencati alle pp. 185-188.

- Boccioni, Domenico, 101  
 Bolyai, Giovanni, 120, 129  
 Bolyai, Volfango, 120, 121  
 Bonato, Giuseppe Antonio, 58  
 Bonotto, Cinzia, 191  
 Bordiga, Giovanni Alfredo, 97, 98, 180  
 Bordoni, Antonio, 68  
 Borelli, Giovanni Alfonso, 112  
 Bortolotti, Enea, 143, 146  
 Bott, Raoul, 71  
 Bottazzini, Umberto, 87 n, 90  
 Bressan, Alberto, 104  
 Bressan, Aldo, 99  
 Bressan, Rosanna, 99  
 Bressan, Sergio, 192  
 Brigaglia, Aldo, 87 n  
 Brill (von), Alexander, 79, 94  
 Brill, Ludwig, 106  
 Brunacci, Vincenzo, 58, 60, 68  
 Brunetta, G., 195  
 Bruno, Brunella, 101  
 Bucchia, Gustavo, 179  
 Busoni, 96  
 Busulini, Bruno, 194  
  
 Caccioppoli, Renato, 96, 180  
 Candi, Cando, 16  
 Canestrini, Giovanni, 81  
 Canova, Antonio, 47, 50  
 Cantor, Georg, 130, 131  
 Capelo, Antonio Candido, 101  
 Capuano, Francesco, 17  
 Cardano, Gerolamo, 19, 55  
 Cardin, Franco, 190  
 Cartesio vd. Descartes  
 Casadei, Giorgio, 192  
 Casellato, Sandra, 195  
 Casetta, Pietro, 82 n  
 Cassani, Pietro, 86  
 Cassini, Gian Domenico, 50  
 Castelnuovo, Guido, 76, 81, 94  
 Catanese, Fabrizio, 104  
 Catena, Pietro, 19, 20, 177  
 Caterina I (zarina), 58  
 Cauchy, Augustin Louis, 54, 72, 110, 163  
 Cavalieri, Bonaventura, 32, 24, 39, 42, 56, 109  
 Cayley, Arthur, 71, 72, 128  
 Cecchini, Michela, 39 n, 196  
  
 Cerato, Domenico, 51-52  
 Cesarotti, Melchiorre, 62 n  
 Ceva, Giovanni, 116  
 Ceva, Tomaso, 116  
 Chasles, Michel, 111  
 Cherubino, Salvatore, 173  
 Chevalley, Claude, 95  
 Chiarellotto, Bruno, 190  
 Chiffi, Antonio, 100  
 Chiminello, Vincenzo, 64 n  
 Christoffel, Elwin, 83, 143  
 Clavio, Cristoforo (Padre), 26 n, 112  
 Clemente IX (papa), 42 n  
 Clementini (de'), Clementino, 17  
 Codazzi, Delfino, 165  
 Collalto, Antonio, 60, 61 e n, 62, 178  
 Colombini, Giovanni, 42 n  
 Colombo, Giovanni, 192  
 Colombo, Giuseppe, 181  
 Comessatti, Annibale, 95, 96, 98, 100, 102, 103, 104, 149-154, 166, 180  
 Commandino, Federico, 19  
 Condé, Luigi (di Borbone), 41  
 Configliachi, Luigi, 65  
 Conforti, Michelangelo, 190, 192  
 Conforto, Fabio, 95  
 Conti, Antonio, 45 n  
 Conti, Carlo, 67 e n, 71, 179  
 Copernico, Nic(c)olò, 18, 43, 55  
 Corazzi, Ercole, 44, 45  
 Cossali, Pietro 61 e n, 62, 178  
 Cozzi, Gaetano, 41 n, 195  
 Cremona, Luigi, 76, 79, 86, 94  
 Curiel, Eugenio, 180  
  
 D'Agnolo, Andrea, 104  
 D'Arcais Francesco, 76, 79, 80, 82, 88, 179  
 Da Rios, Sante Luigi, 180  
 Dai Pra, Paolo, 190  
 Dalla Porta, Nicolò, 181  
 Danieletti, Daniele, 52  
 Danieletti, Pietro, 22  
 Davis, Robert C., 51 n  
 De Broglie, Louis, 163  
 De Concini, Corrado, 104  
 De Finetti, Bruno, 180  
 De Franceschi, Luigi, 179  
 De Francesco, Carla, 184  
 De la Vallée-Poussin, Charles-Jean, 140, 141

- De Marco, Giuseppe, 192  
 Dedekind, Richard, 81  
 Degan, Ferdinando, 184  
 Del Negro, Pietro, 196  
 Delfino, Federico, 19, 177  
 Deligne, Pierre, 95  
 Della Casa, Vittorio, 179  
 Désargues, Girard, 111  
 Descartes, René, 109, 131  
 Di Masi, Giovanni Battista, 101, 183  
 Dieudonné, Jean, 171  
 Dini, Ulisse, 79, 83, 139, 140  
 Dirac, Paul Adrien, 162, 163  
 Dirichlet, Peter Gustav, 110  
 Dondi, Francesco, 14  
 Dondi, Francesco Scipione, 13 n  
 Dondi, Giovanni, 13, 14  
 Dondi, Giovanni Antonio, 14  
 Dondi, Jacopo, 13  
 Duodo, Francesco, 39  
 Dwork, Bernard, 96
- Einstein, Albert, 7, 85, 86, 89, 90, 96  
 Elisabetta (zarina), 70  
 Emo, Angelo, 49  
 Enriques, Federico, 80, 81, 91, 94  
 Euclide, 15, 19, 20, 24, 40, 42, 44, 48, 70, 72, 111, 112, 113, 115, 116, 117, 124, 128-130  
 Euler(o), Leonhard, 58, 60, 61, 110, 143
- Fabrizi, Fiorella, 184  
 Facchini, Alberto, 5, 7, 104, 183, 184  
 Facciolati, Jacopo, 18  
 Faifofer, Aureliano, 81, 96  
 Falconetto, Giovanni Maria, 52  
 Fantappié, Luigi, 153  
 Fardella, Michel-Angelo, 43  
 Farini, Giovanni, 179  
 Favaro, Antonio, 11, 19, 23 n, 35 n, 39 n, 68, 69, 99, 179, 195  
 Fellmann, Émile A., 43 n  
 Fermat (de), Pierre, 95, 109, 110  
 Ferroni, Clemente, 34 n  
 Filè, Gilberto, 192  
 Fiorenzuoli (de'), Filippo Aristofilo, 17  
 Flores D'Arcais, Francesco vd. D'Arcais  
 Fondelli, Guido, 98  
 Fourier, Jean Baptiste, 54, 72, 110
- Franceschinis, Francesco Maria, 63 e n, 64 e n, 178  
 Franceschinis, Giacomo vd. Franceschinis Francesco Maria  
 Francesco Novello da Carrara, 15  
 Frisi, Paolo, 27 n  
 Frison, Mario, 194  
 Frobenius, Georg, 71, 172  
 Fubini, Guido, 143  
 Fuchs, Lazarus, 140
- Gaeta, Federico, 95  
 Galilei, Cosimo, 40  
 Galilei, Galileo, 7, 11, 20, 21-35, 37-40, 43, 48, 55, 56, 69 e n, 114, 123, 133, 135, 153, 178, 195  
 Galilei, Vincenzo, 40  
 Galois, Évariste, 72, 110, 111  
 Gambolati, Giuseppe, 100, 192  
 Garbieri, Giovanni, 179  
 Garibaldi, Antonio Carlo, 74  
 Garibaldi, Giuseppe, 79  
 Gauss, Carlo Federico, 54, 64, 110, 116, 119-121, 129  
 Gazzaniga, Paolo, 80, 88, 96, 180  
 Gennaro, Antonino, 181  
 Gentile, Giovanni, 91  
 Gerdil, Giacinto Sigismondo, 130  
 Gerotto, Giovanni, 104  
 Gherardelli, Francesco, 173  
 Ghetaldi, Marino, 24, 26  
 Ghetti, Augusto, 195  
 Ghezze, Santuzza vd Baldassarri Ghezze  
 Giacometti, Giovanni, 193  
 Giolitti, Giovanni, 82  
 Giorato, Sergio, 82 n  
 Giulio II (papa), 55  
 Giusti, Enrico, 5, 21  
 Giustiniani, Antonio, 19  
 Gloriosi, Giovanni Camillo, 38, 178  
 Gnesotto, Tullio, 180  
 Gonzaga, Vincenzo, 20  
 Gonzalez, Eduardo, 100  
 Grandi, Guido, 44  
 Grassmann, Hermann, 131  
 Gravesande ('s), Willem Jacob, 50  
 Gregory, James, 55, 56  
 Grioli, Giuseppe, 99, 102, 155, 181, 184, 192

- Groebner, Wolfgang, 95  
 Grothendieck, Alexander, 95  
 Guerraggio, Angelo, 77 n, 88 n  
 Guglielmo di Montorso, 13  
 Gugliemini, Domenico, 43, 44, 46, 47, 74, 178  
 Gugliemini, Giovanni Battista, 43 n  
 Guicciardini, Francesco, 55  
 Guldino, Paolo, 39, 56
- Halphen, George, 94  
 Hamilton, William Rowan, 72, 159  
 Harvey, William, 55  
 Hasse, Helmut, 172  
 Hausdorff, Felix, 146  
 Häüy, René-Just, 43  
 Helmholtz (von), Hermann, 122, 128, 132  
 Hermann, Jacopo (Jakob), 42 n, 44-45, 50, 57, 58, 178  
 Hertz, Heinrich Rudolf, 134, 157, 162, 163  
 Hesse, Andrea, 98  
 Hilbert, David, 93  
 Holywood, John, 19, 20, 195  
 Honda, Taira, 172  
 Hôpital (de l'), Guillaume François Antoine, 50  
 Huyg(h)ens, Christiaan, 50, 155
- Intieri, Bartolomeo, 44
- Jacobi, Friedrich Heinrich, 54, 67, 71, 110, 153, 173
- Kabanov, Youri, 104  
 Kaehler, Erich, 95  
 Kant, Emanuele, 113, 118, 129  
 Kepler(o), Giovanni, 24, 37, 55, 56, 133  
 Keplero, Ludovico, 56  
 Kirchhoff, Gustav, 156  
 Klein, Felix, 79, 83, 84  
 Knapton, Michael, 41 n, 195  
 Kodaira, Kunihiko, 95  
 Kronecker, Leopold, 110
- Lagrange, Joseph-Louis, 61 n, 75, 110, 122, 143  
 Lalande, Gerolamo, 60, 70  
 Lambert, Giovanni, 118  
 Lamé, Gabriel, 164
- Laplace, Pierre Simon, 54, 110  
 Laura, Ernesto, 100, 102, 103, 155-160, 166, 180  
 Le Verrier, Urbain, 134  
 Lebesgue, Henri, 140, 144  
 Legendre, Adriano Maria, 71, 110, 116, 117, 118  
 Legnazzi, Enrico Nestore, 72 e n, 73, 75, 76, 97, 99, 179, 195  
 Leibniz, Gottfried Wilhelm, 42-45, 50, 57, 58, 74, 109, 118, 124, 125  
 Leonardo da Vinci, 133, 135  
 Leone X (papa), 17  
 Leopoldo (di Toscana), 22  
 Levi, Alessandro, 82 n  
 Levi-Civita, Giacomo, 79, 82 e n  
 Levi-Civita, Tullio, 7, 54, 76, 77, 78, 79, 80, 82 e n, 84-91, 150, 161, 166, 179  
 Liceni Mattioli, Margherita, 181  
 Lie, Sophus, 122, 159  
 Liouville, Joseph, 165  
 Lobatschewskij, Nicolò, 121, 129, 130  
 Locatelli, Gian Battista, 13  
 Loeser, François, 104  
 Lorgna, Antonio Mario, 61 n  
 Lotteri, Angelo, 60  
 Love, Augustus Edward Hough, 155, 156, 157
- Macrobio, 12  
 Maffei, Scipione, 45 n, 46, 47  
 Magarotto, Antonio, 178  
 Maggi, Pietro, 179  
 Maggiolo, Paolo, 76, 78 n  
 Mainardi, Gaspare, 68  
 Malesani, Paolo, 192  
 Marcantoni, Alessandro, 181  
 Marconi, Guglielmo, 134  
 Marcuzzi, Fabio, 184  
 Maria Teresa (imperatrice), 82 n  
 Mariconda, Carlo, 184  
 Marie, Joseph François, 70  
 Marinelli, Giovanni (Battista), 51, 178  
 Martin, Ettore Leonida, 180  
 Mascheroni, Lorenzo, 58  
 Mattioli, Gian Domenico, 180  
 Maurolico, Francesco, 26 e n, 27 n, 29  
 Maxwell, James Clerk, 134, 157, 162, 163  
 Mehle, Maria, 181

- Menegazzo, Federico, 99, 103, 104, 183  
 Millevoi, Tomaso, 99, 192, 194  
 Milnor, John, 71  
 Minich, Angelo, 67  
 Minich, Serafino Raffaele, 65 e n, 66 e n, 67, 72 e n, 179  
 Minnaja, Carlo, 5, 7, 10, 11, 35, 137, 192  
 Mittag-Leffler, Gösta, 139  
 Mocenigo, Lazzaro, 41  
 Moletti, Giuseppe, 20, 177  
 Mondino da Cividale, 13  
 Monge, Gaspard, 50, 110  
 Montanaro, Adriano, 192  
 Montesquieu, Charles-Louis, 122  
 Montin, Luca, 184  
 Morandi Cecchi, Maria, 192  
 Morel, Fabien, 104  
 Moretti, Andrea, 41, 178  
 Morgagni, Gian Battista (Giambattista), 53, 58  
 Morgantini, Edmondo, 99, 101, 181, 194  
 Morin, Ugo, 98, 102, 150, 180, 194  
 Morosini, Andrea, 39  
 Morosini, Francesco, 41, 42  
 Mossotti, Fabrizio, 68  
 Müller da Königsberg, Giovanni, 16, 17, 19, 177  
 Mussolini, Benito, 91  
  
 Napoleone I, 50, 133  
 Napolitani, Franco, 99, 101, 183  
 Napolitani, Pier Daniele, 24 n  
 Nasir, Eddin (al-Tusi), 112  
 Nastasi, Pietro, 77 n, 88 n  
 Nathan, Ernesto, 82 n  
 Nathan, Sarina, 82 n  
 Navier, Claude, 75  
 Neumann, János, 110  
 Newton, Isaac, 43, 50, 89, 109, 124, 128, 133, 146  
 Nicolai, Giovanni Battista, 178  
 Noether, Max, 94  
 Nonni, 139  
  
 Paccagnella, Elena, 184  
 Pacchiarotti, Nicoletta, 101  
 Pacioli, Luca, 17  
 Padova, Ernesto, 76, 79, 80, 83, 88, 179  
 Pagni, Mauro, 181  
  
 Painlevé, Paul, 164  
 Palladino, Franco, 106, 196  
 Paoli, Pietro, 58, 60, 64 e n, 70  
 Paolo di Middelburg, 17  
 Papin, Denis, 74  
 Pappo (di Alessandria), 19, 50  
 Pascal, Blaise, 110, 111  
 Pascal, Ernesto, 142  
 Peano, Giuseppe, 72, 80, 87  
 Peirce, Charles Sanders, 71  
 Pelacani, Biagio, 14, 15  
 Pepe, Luigi, 42 n  
 Pesarin, Fortunato, 101  
 Peurbach, Giorgio, 16, 17  
 Pezzolo, Luciano, 36 n, 51 n, 196  
 Piazzini, Giuseppe, 64, 119  
 Picard, Émile, 94, 171  
 Piccinini, Livio Clemente, 101  
 Piccoli, Giuliano, 177 n, 195  
 Piccolomini, Alessandro, 19  
 Pietro d'Abano, 11, 12, 13, 195  
 Pietro da Reggio, 13  
 Pietro il Grande (zar), 57, 58  
 Pigatto, Luisa, 76, 196  
 Pigozzi, Diego, 192  
 Pincherle, Salvatore, 144  
 Pinckerle, Leo, 180  
 Pini, Giorgio, 100, 192  
 Pio XI (papa), 91  
 Pio XII (papa), 91 n  
 Piola, Gabrio, 68  
 Pisani, Giorgio, 19  
 Pitagora, 115, 124  
 Pitteri, Mario, 100, 192  
 Platone, 124  
 Poincaré, Henri, 94, 124, 128  
 Poinsot, Louis, 159  
 Poisson, Siméon-Denis, 110, 163  
 Poleni, Giovanni, 45, 47-48, 50, 57, 58, 178  
 Poncelet, Jean-Victor, 111  
 Pratelli, Maurizio, 101  
 Proclo, 20, 50, 112  
  
 Rabinowitz, Paul, 104  
 Radetzky, Josef, 67 n  
 Ramazzini, Bernardino, 43  
 Ranzato, Francesco, 184  
 Regiomontano vd. Müller  
 Riccati, Francesco, 57

- Riccati, Giordano, 57  
 Riccati, Jacopo, 9, 45, 57, 58, 61, 70, 110, 159  
 Ricci-Curbastro, Gregorio, 5, 7, 54, 76, 77, 78, 79, 80, 82, 83-86, 88, 98, 99, 101, 102, 103, 107, 109, 141, 142, 143, 145, 150, 161, 164, 165, 166, 179  
 Richard, Ubaldo, 100, 103, 192  
 Riemann, Bernhard, 54, 83, 94, 110, 122, 129, 132, 139, 172  
 Rinaldi, Gerolamo, 50, 178  
 Rinaldi Carli, Giovanni, 49, 50  
 Rizzi, Francesco, 14  
 Robinet, André, 42 n, 44 n  
 Romanin Jacur, Giorgio, 192  
 Ronzoni, Cirillo, 179  
 Rosati, Mario, 5, 7, 10, 97, 100, 103, 183 e n, 192, 194, 195, 196  
 Rossetti, Lucia, 76, 195  
 Rossi, Maria, 181  
 Roth, Leonard, 78, 92, 93, 95  
 Ruffini, Paolo, 58, 72  
 Runggaldier, Wolfgang, 101, 104, 184, 190
- Saccheri, Gerolamo, 27 n, 116-118, 130  
 Sacrobosco vd. Holywood  
 Saint-Venant (de), Adh mar Jean Claude, 158  
 Saladini, Girolamo, 70  
 Salce, Luigi, 5, 7, 10, 101, 177, 190  
 Salvotti, Vittorio, 179  
 Sambin, Giovanni, 7, 10, 190  
 Sanosarmus, Balthasar, 177  
 Santini, Giovanni, 63, 64 e n, 65 e n, 67, 68, 71, 73 n, 179  
 Sarpi, Paolo, 32, 33  
 Sartori, Amleto, 22  
 Savile, Henry, 113  
 Savoia, Eugenio, 46  
 Savoia, Vittorio Amedeo II, 42  
 Savoia, Vittorio Emanuele II, 70  
 Scarabello, Giovanni, 41 n, 195  
 Schopenhauer, Arturo, 124  
 Schulenburg, Johann Matthias, 45  
 Schwarzschild, Karl, 89  
 Schweikart, Ferdinando Carlo, 120  
 Scimemi, Benedetto, 5, 7, 10, 53, 103, 190, 192, 194  
 Scorza-Dragoni, Giuseppe, 96, 104, 171, 180
- Secchi, Paolo, 101  
 Segre, Beniamino, 78, 93, 95, 151  
 Segre, Corrado, 80, 94  
 Severi, Francesco, 7, 54, 76, 77, 78, 80, 81, 82, 85 n, 90, 91-96, 97, 98, 100, 149, 150, 161, 180  
 Shilling, Martin, 106  
 Siacci, Francesco, 159  
 Sibirani, Filippo, 159  
 Silva, Giovanni, 180  
 Sitran Rea, Luciana, 177 n, 195  
 Soler, Emanuele, 102, 180  
 Somigliana, Carlo, 155  
 Sovero (Souvey), Bartolomeo, 38, 39 e n, 56, 178, 196  
 Stagnaro, Ezio, 192  
 Stampa, Giuseppe Maria, 44  
 Staudt (von), Karl Georg Christian, 111  
 Steiner, Jakob, 111  
 Stellmacher, Bernd, 104  
 Stratico, Simone, 51-52, 178  
 Stuart-Mill, John, 128  
 Superchio, Valerio, 17, 18
- Tabacchi, Lorenzo, 179  
 Tacito, Publio Cornelio, 96  
 Tasso, Torquato, 55  
 Tate, John, 172, 173  
 Taurinus, Francesco Adolfo, 118  
 Tedone, Orazio, 155  
 Telesio, Bernardino, 19  
 Thomson, William (Lord Kelvin), 158  
 Toffanin, Giuseppe, 82 n  
 Tolomeo, 19, 44  
 Tomasi, Luigi, 194  
 Tomasini, J. F., 18  
 Tommaso, d'Aquino, 11  
 Tonolo, Alberto, 184  
 Tonolo, Angelo, 78 n, 98, 102, 103, 104, 139, 149, 161-167, 180  
 Torelli, Ruggiero, 95  
 Torricelli, Evangelista, 21, 56  
 Toso, Annamaria, 181  
 Trainito, Giovanni, 194  
 Trapolin, Pietro, 17, 177  
 Traverso, Carlo, 172  
 Trettenero, Virgilio, 73 e n, 74, 179  
 Treu, G. P., 175  
 Trevisan, Giorgio, 99, 181

- Triaca, Benedetto, 18, 177  
Truskinovsky, Lev, 104  
Turazza, Domenico, 67 e n, 68 e n, 72 n, 74, 75, 179  
Tuzzi, Vincenzo A., 179
- Valent, Tullio, 99, 104  
Valla, Giuseppe, 104  
Valle, Giovanni, 184  
Varignon, Pierre, 44  
Vedriani, Ludovico, 13  
Veneroni, Emilio, 180  
Venier, Leonardo, 47  
Venturelli, Maria, 181  
Venturelli Masini, Lucia, 181  
Veronese, Emilia, 76, 78 n  
Veronese, Giuseppe, 5, 7, 72, 76, 77, 78 n, 79, 80, 81, 82, 86-87, 88, 90, 98, 106, 107, 123, 150, 161, 179, 195, 196  
Vespucchi, Bartolomeo, 18  
Villi, Claudio, 193  
Viscolani, Bruno, 184  
Visconti, Gian Galeazzo, 14  
Vitali, Giuseppe, 96, 101, 102, 103, 139-147, 166, 180  
Vittorino da Feltre, 15  
Viviani, Vincenzo, 40, 43, 56  
Volpato, Mario, 193
- Volta, Alessandro, 135  
Volterra, Vito, 157, 159, 163
- Wallis, John, 113  
Weierstrass, Carlo, 110  
Weil, André, 95, 171  
Weingarten, Julius, 159, 164  
Weitzenböck, Roland, 145  
Wick, Gian Carlo, 181  
Witt, Ernst, 172
- Zacher, Hans-Joerg (Giovanni), 96, 99, 103, 104  
Zagar, Francesco, 180  
Zampieri, Giuseppe, 190  
Zanardo, Alberto, 191  
Zannier, Umberto, 104  
Zanovello, Renato, 101  
Zantedeschi, Francesco, 75 e n, 76  
Zariski, Oskar, 95  
Zendrini, Angelo, 65 e n, 179  
Zendrini, Bernardino, 45 n, 65 n  
Zeno, Luca, 17  
Zeuthen, Hieronymus Georg, 151  
Zilli, Giovanni, 192  
Zöllner, Johann Karl Friedrich, 132  
Zorzi, Marino, 19  
Zwirner, Giuseppe, 99, 161, 180

Finito di stampare nel mese di aprile 2008  
per conto di Esedra editrice s.r.l.  
da GEAM Gestioni Editoriali - Città di Castello (Perugia)

La redazione di questo libro è opera di Francesco Baldassarri, Carlo Minnaja, Luigi Salce, Giovanni Sambin, Benedetto Scimemi, docenti del Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata, e di Mario Rosati, che ne è stato il primo Direttore.

ISBN 88-6058-093-5



9 788860 580931



In copertina: Spirali di Archimede, dalla pavimentazione in Torre Archimede (elaborazione grafica dall'originale creato dalla Maltauro).

In quarta di copertina: La Torre Archimede, sede del Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata vista da via Loredan.