Apprendimento Automatico

Fabio Aiolli
www.math.unipd.it/~aiolli

Sito web del corso
www.math.unipd.it/~aiolli/corsi/1516/aa/aa.html

Pipeline
Apprendimento Supervisionato

- Analisi del problema
- Raccolta, analisi e preprocessing dei dati
- Studio delle correlazioni tra variabili
- Feature Selection/Weighting/Normalization
- Scelta del predittore e Model Selection
- Test

Oggetti

- **Vettori**
  - p.e. Valori di pressione del sangue, battito cardiaco, altezza peso di una persona, utili ad una società assicurativa per determinare la sua speranza di vita
- **Stringhe**
  - p.e. Le parole di un documento testuale in ENR, o la struttura del DNA
- **Insiemi** e **Bag**
  - p.e. L'insieme dei termini in un documento, o consideriamo anche la loro frequenza?
- **Array Multidimensionali**
  - p.e. Immagini e Video
- **Alberi** e **Grafi**
  - p.e. Struttura di un documento XML, o di una molecola in chimica
- …
- **Strutture composte**
  - p.e. una pagina web può contenere immagini, testo, video, tabelle, ecc.

Natura dei Dati

- **Feature categoriche o simboliche**
  - Nominali [Nessun ordine]
    - p.e. per un auto: paese di origine, fabbrica, anno di uscita in commercio, colore, tipo, ecc.
  - Ordinali [Non preservano distanze]
    - p.e. gradi militari dell'esercito: soldato, caporale, sergente, maresciallo, tenente, capitano)
- **Feature quantitative o numeriche**
  - Intervalli [Enumerabili]
    - p.e. livello di apprezzamento di un prodotto da 0 a 10
  - Ratio [Reali]
    - p.e. il peso di una persona

Mapping Feature Categoriche

- Le feature categoriche si possono mappare in un vettore con tante componenti quanti sono i possibili valori della variabile
- Possibili valori della variabili:
  - Marca: Fiat [c1], Toyota [c2], Ford[c3]
  - Colore: Bianco [c4], Nero [c5], Rosso [c6]
  - Tipo: Economica [c7], Sportiva [c8]
- (Toyota, Rossa, Economica)->[0,1,0, 0,0,1, 1,0]

Mapping Feature Continue

- In questo caso è decisamente più difficoltoso trovare un buon mapping
- Tipicamente, le feature vengono trasformate per ottenere valori ‘comparabili’ con le altre feature
  - Feature Centering
  - Feature Standardization

Media e Deviazione Standard (Normalizzazione)

- E molto importante che gli esempi e le feature siano 'comparabili' tra di loro

- Centramento (centering) degli esempi/feature
  - $f(x) = x - \hat{x}$
- Normalizzazione STD
  - $f(x) = \frac{(x-\hat{x})}{\sigma(x)}$
- Oppure rescaling
  - $f(x) = \frac{(x-\hat{x}_{min})}{(\hat{x}_{max}-\hat{x}_{min})}$

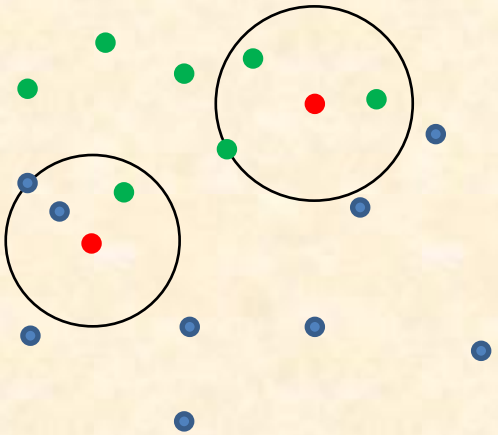
$$\hat{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad \sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\hat{x})^2}{N}}$$

Similarità e distanza

- Distanze tra vettori
  - Nota: $||\mathbf{x} - \mathbf{y}||^2 = ||\mathbf{x}||^2 + ||\mathbf{y}||^2 - 2\mathbf{x}^\top \mathbf{y}$
  - Se i vettori hanno stessa norma la distanza è equivalente alla similarità indotta dal prodotto scalare, ovvero $||\mathbf{x} - \mathbf{y}||^2 = \text{const} - 2\mathbf{x}^\top \mathbf{y}$
  - Altrimenti anche la lunghezza dei due vettori conta, non solo l'angolo!
- Similarità coseno e normalizzazione

Algoritmo k-nn

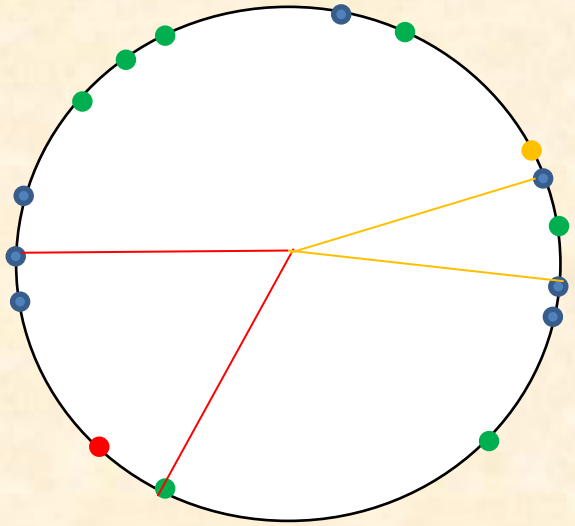
K-Nearest Neighbors è un algoritmo di classificazione in cui un esempio di test è classificato come la classe di maggioranza dei suoi k-vicini nel training set



Esempio 3k-NN in 2d usando la distanza Euclidea

Algoritmo k-nn (normal)

K-Nearest Neighbors quando gli esempi stanno tutti in una palla di raggio unitario. La distanza diventa equivalente al prodotto scalare



Esempio 3k-NN in 2d con norma esempi unitaria

Scelta iper-parametri

- Come possiamo scegliere il numero di unità nascoste in una rete neurale?
- E il valore K in K-NN?
- O magari diverse misure di Guadagno per gli alberi di decisione…

- La Model Selection è la fase di una pipeline di apprendimento dove si vanno a individuare gli iper-parametri che stimiamo essere i migliori per il task

Bias e Varianza

Il BIAS misura la *distorsione* di una stima
La VARIANZA misura la *dispersione* di una stima

$$b = \mathbb{E}[\hat{\theta}] - \theta$$

$$v = \mathbb{E}[(\hat{\theta} - \mathbb{E}[\hat{\theta}])^2]$$

Vedi note - Esempio fitting polinomiale con grado p

Model Selection and Hold-out

- Most of the time, the learner is parametric. These parameters should be optimized by testing which values of the parameters yield the best effectiveness.

- Hold-out procedure
  1. A small subset of Tr, called the validation set (or hold-out set), denoted Va, is identified
  2. A classifier is learnt using examples in Tr-Va.
  3. Step 2 is performed with different values of the parameters, and tested against the hold-out sample

- In an operational setting, after parameter optimization, one typically re-trains the classifier on the entire training corpus, in order to boost effectiveness (debatable step!)

- It is possible to show that the evaluation performed in Step 2 gives an unbiased estimate of the error performed by a classifier learnt with the same parameters and with training set of cardinality $|Tr|-|Va|<|Tr|$

K-fold Cross Validation

- An alternative approach to model selection (and evaluation) is the K-fold cross-validation method
- K-fold CV procedure
  - K different classifiers $h_1, h_2, \ldots, h_k$ are built by partitioning the initial corpus Tr into k disjoint sets $Va_1, \ldots, Va_k$ and then iteratively applying the Hold-out approach on the k-pairs $\langle Tr_i = Tr - Va_i, Va_i \rangle$
  - Effectiveness is obtained by individually computing the effectiveness of $h_1, \ldots, h_k$, and then averaging the individual results
- The special case k=|Tr| of k-fold cross-validation is called leave-one-out cross-validation

Analisi Cross Validation

- Cosa succede al variare di K nella cross validation?
- K alto, training sets più grandi e quindi minore bias. Validation sets piccoli, quindi maggiore varianza.
- K basso, training sets più piccoli e quindi maggiore bias. Validation sets più grandi, quindi bassa varianza.

Valutazione per dati non bilanciati

- Classification accuracy:
  - Molto popolare in ML,
  - Proporzione di decisioni corrette,
  - Non appropriata se il numero di esempi positivi è basso
- Precision, Recall and F_1
  - Misure migliori!

Tavola di contingenza

	Relevant	Not Relevant
Retrieved	True positives (**tp**)	False positives (**fp**)
Not Retrieved	False negatives (**fn**)	True negatives (**tn**)

$$\pi = \frac{tp}{tp+fp} \qquad \rho = \frac{tp}{tp+fn}$$

Why NOT using the accuracy $\alpha = \frac{tp+tn}{tp+fp+tn+fn}$?

Effectiveness for Binary Retrieval: Precision and Recall

If relevance is assumed to be binary-valued, effectiveness is typically measured as a combination of

- Precision: the "degree of soundness" of the system
  - P(RELEVANT|RETURNED)
- Recall: the "degree of completeness" of the system
  - P(RETURNED|RELEVANT)

F measure

- A measure that trades-off precision versus recall?
  F-measure (weighted harmonic mean of the precision and recall)

$$F_\beta = \frac{(1+\beta^2)\pi\rho}{\beta^2\pi+\rho}$$

$\beta < 1$ emphasizes precision!

$$F_1 = 2\frac{\pi\rho}{\pi+\rho}$$