Parte II

Rappresentazione dei Dati

I computer hanno una memoria finita. Quindi, l'insieme dei numeri interi e reali che si possono rappresentare in un computer è necessariamente finito

Codifica Binaria

Tutti i dati usati dagli elaboratori sono in forma codificata

Tutti basati soltanto su due cifre 0 e 1 (bit)

- Perche? Gli strumenti di elaborazione e memorizzazione a cui un calcolatore ha accesso hanno solo DUE stati
  - Interruttori (Inseriti o no)
  - Transistors (Conduttivi o no)
  - Nastri Magnetici (Magnetizzati in un verso o un altro)
  - Schede perforate (Fori in determinati punti o no)
- Quindi.. Non è necessario un alto grado di precisione
  - Economici
  - Robusti

Valore Posizionale

- Il valore di ogni cifra dipende dalla sua posizione nel numero
  - Unità,decine,centinaia.. Nei numeri decimali
  - 1,2,4,8,.. Nei numeri Binari
  - Decimi,centesimi.. Nelle frazioni decimali
  - Metà, quarti.. Nelle frazioni binarie
- La cifra più (meno) significativa è la cifra con il valore posizionale più alto (basso)

Sia b la base della rapprentazione (2 in binario, 10 in decimale, ecc.)

La cifra in posizione k (da destra verso sinistra) vale b^{k-1}

Sia n il numero di cifre a disposizione. Quanti numeri diversi possiamo codificare?

Risposta: b^n, perché?

Numeri e Basi

DECIMALI (base 10)

$(134)_{10} = 1x10^2 + 3x10^1 + 4x10^0$

BINARI (base 2)

$(101)_2 = 1x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0 = (5)_{10}$

OTTALE (base 8)

$(647)_8 = 6x8^2 + 4x8^1 + 7x8^0 = (423)_{10}$

ESADECIMALE (base 16)

$(123)_{16} = 1x16^2 + 2x16^1 + 3x16^0 = (291)_{10}$

Numeri Ottali e Esadecimali

- I numeri binari sono molto lunghi rispetto alla quantità di info che rappresentano
- Le rappresentazioni ottali e esadecimali sono versioni compatte di numeri binari

OTTALE (a tre a tre)

$(1\ 100\ 111\ 010)_2 = (1472)_8$

ESADECIMALE (a quattro a quattro)

$(11\ 0011\ 1010)_2 = (33A)_{16}$

N.B. Le cifre da 10 a 15 si rappresentano con le lettere A,…,F

Somma di due numeri

- La somma di due numeri (in qualunque base, per un numero fissato di cifre) si può calcolare x colonne

decimale

Riporto	0	1	0		
Addendo 1		5	7	2	+
Addendo 2		1	4	1	=
Somma		7	1	3	

binaria

Riporto	.1	1	1		
Addendo 1		1	0	1	+
Addendo 2		0	1	1	=
Somma		0	0	0	

OVERFLOW

Da decimale a Binario

Numero	/2	Resto
142	71	0
71	35	1
35	17	1
17	8	1
8	4	0
4	2	0
2	1	0
1	0	1

$(142)_{10}$ =

$(10001110)_2$

$(216)_8$

$(8E)_{16}$

Rappresentazione degli interi

Generalmente (dipende dalla macchina e dal contesto d'uso) un intero viene rappresentato in 4 byte = 32 bit

Quindi si posso rappresentare 2^{32} (circa 4 miliardi e 300 milioni) interi diversi

Si potrebbero quindi rappresentare tutti gli interi non negativi nell'intervallo $[0, 2^{32}-1]$

E i negativi?

Interi Negativi

Vedremo due tipi di codifica per i negativi

1. Bit e segno
2. Complemento a due

Bit e Segno

Riserviamo il primo bit per il segno:
0 = positivo
1 = negativo.

I numeri non negativi rappresentabili sono quindi quelli rappresentabili con n-1 bit, cioe` nell'intervallo $[0,2^{n-1}-1]$

Anche le più semplici operazioni come la somma sono difficili da eseguire!! 101+001 = 110 <> 000

Complemento a due

Il bit più significativo rappresenta un valore negativo

I valori posizionali x un intero a 6 bit sono: -32 16 8 4 2 1

	000000	000001	...	011111	100000	100001	...	111111
Rappr.	0	1	...	31	32	33	...	63
Numero	0	1	...	31	-32	-31	...	-1
				positivi				negativi

Complemento a due (cambio di segno)

Facilissimo: Inversione bit + 1

19 -> -19

19 in complemento a 2	010011
Inverti i bit	101100
Somma 1	101101

-23 -> 23

-23 in complemento a 2	101001
Inverti i bit	010110
Somma 1	010111

Complemento a due (sottrazione)

Facile: somma al minuendo il sottraendo cambiato di segno

12-14=12+(-14)

Memorizza 14	001110
Inverti i bit	110001
Somma 1, ottieni -14	110010
Memorizza 12	001100
Somma -14 e 12	111110

-2

Complemento a due (overflow)

Facile riconoscere (e correggere) l'overflow

Esempio 1: 14+9

		-32	16	8	4	2	1	
Riporto	0	0	1	0	0	0		
14		0	0	1	1	1	0	+
9		0	0	1	0	0	1	=
Somma		0	1	0	1	1	1	

23

OK

Complemento a due (overflow)

Facile riconoscere (e correggere) l'overflow

Esempio 2: 25+18

		-32	16	8	4	2	1	
Riporto	0	1	0	0	0	0		
25		0	1	1	0	0	1	+
18		0	1	0	0	1	0	=
Somma		1	0	1	0	1	1	

-21

NO

Complemento a due (overflow)

Facile riconoscere (e correggere) l'overflow

Esempio 3: 17+(-13)

		-32	16	8	4	2	1	
Riporto	1	1	0	0	1	1		
17		0	1	0	0	0	1	+
-13		1	1	0	0	1	1	=
Somma		0	0	0	1	0	0	

4

OK

Complemento a due (overflow)

Facile riconoscere (e correggere) l'overflow

Esempio 4: (-8)+(-31)

		-32	16	8	4	2	1	
Riporto	1	0	0	0	0	1		
-8		1	1	1	0	0	1	+
-31		1	0	0	0	0	1	=
Somma		0	1	1	0	1	0	

23

NO

Errore di Overflow

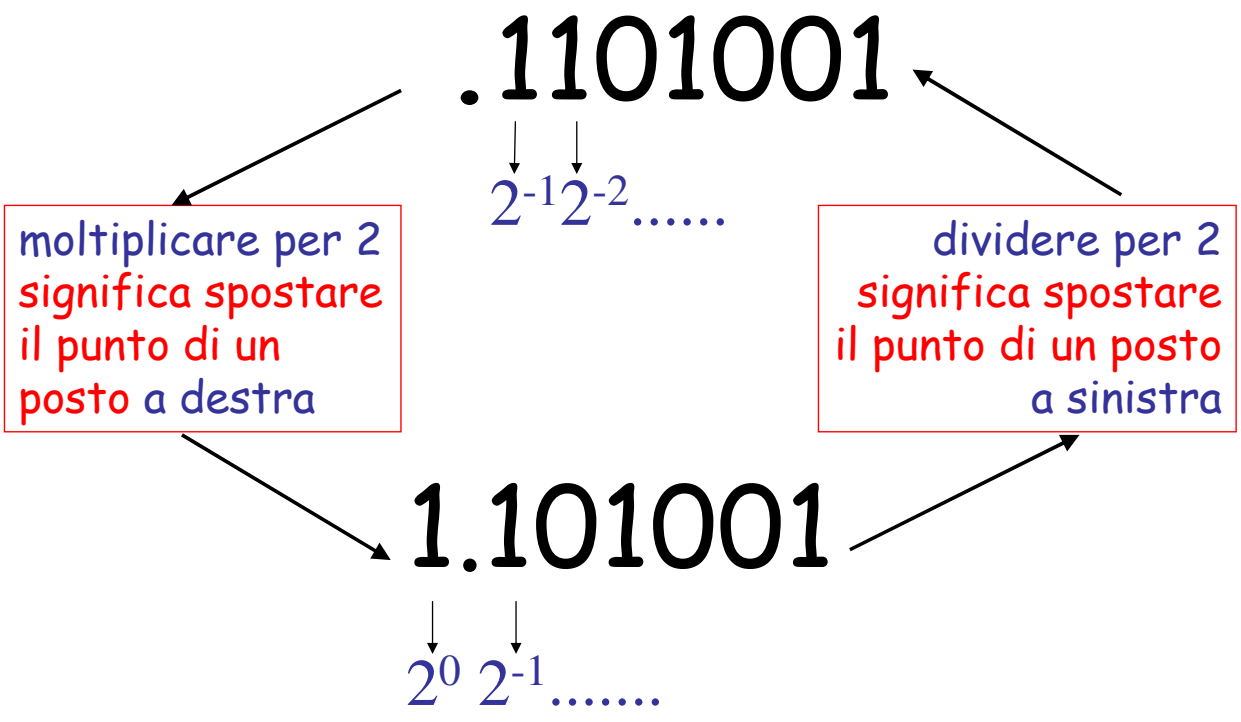
Una somma di due numeri di n cifre in complemento a 2 dà (errore di) overflow **se e solo se** i riporti in colonna *n* e *n*+1 sono diversi

Numeri decimali

Cosa significa una parte decimale binaria?

.1101001

$2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-4} + 2^{-7} = .5+.025+.0125+.00625$



- Il trucchetto di spostare la virgola x moltiplicare o dividere un numero funziona anche per le altre basi !
- Esempi:
  - $(1.234)_{10} / 10 = (.1234)_{10}$
  - $(.01234)_{10} \times 100 = (1.234)_{10}$
  - Ma anche $(463.427)_8 / 16 = (4.63427)_8$

  E così via..

Se abbiamo un valore decimale in base 10, ad esempio 0.99, come troviamo la sua rappresentazione in base 2? Ragioniamo come segue:

Supponiamo che

$(.99)_{10} = .b_1b_2b_3...b_k$ (in binario)

allora $2 \times .99 = \mathbf{1}.98 = \mathbf{b_1}.b_2...b_k$

quindi b_1 è 1

e .98 è rappresentato da $.b_2...b_k$

Quindi: per trovare la rappresentazione binaria di un valore decimale lo moltiplichiamo per 2 e osserviamo la cifra che appare nella parte intera.

Esempio: $(.59)_{10} = (?)_2$

.59×2= 1.18

.18×2= 0.36

.36×2= 0.72

.72×2= 1.44

.44x2= 0.88

.88x2= 1.76

...

$(0.59)_{10}=(.100101\ldots)_2$

E così via… dipende da quanti bit abbiamo a disposizione!

N.B. Mi posso fermare se moltiplicando per 2 ottengo una parte decimale = 0

Esempio Completo

$(18.59)_{10} = (?)_2$

$(18)_{10} = (10010)_2$

$(.59)_{10} = (.100101\ldots)_2$

Ne deriva che:

$(18.59)_{10} = (10010.100101\ldots)_2$

Osserviamo che spostando la virgola di h posti verso destra nella rappresentazione decimale di un numero N moltiplichiamo N per 10^h mentre spostandola verso sinistra di h posti N viene diviso per 10^h. Ad esempio:

$18.59 = 18.59 \times 10^0$
$= 1.859 \times 10^1$ rappresentazione normalizzata
$= 0.1859 \times 10^2$
$= 185.9 \times 10^{-1}$
$= 1859 \times 10^{-2}$

Si parla di rappresentazione in virgola mobile. Quindi in virgola mobile lo stesso numero decimale ha piu' rappresentazioni possibili. Solitamente si usa la rappresentazione normalizzata in cui la parte intera ha un'unica cifra decimale diversa da zero.

La rappresentazione in virgola mobile per i numeri binari e` del tutto analoga. Ad esempio:

$101.01 = 101.01 \times 2^0$
$= 10.101 \times 2^1$
$= 1.0101 \times 2^2$ Rappresentazione normalizzata
$= 1010.1 \times 2^{-1}$
$= 10101 \times 2^{-2}$

La rappresentazione in virgola mobile normalizzata ha sempre parte intera uguale a 1.

Per registrare un numero reale x in memoria si adotta la rappresentazione binaria in virgola mobile normalizzata:

$$x = 2^e \times 1.b_{-1}b_{-2}b_{-3}b_{-4}\ldots$$

Naturalmente non e` possibile memorizzare la sequenza possibilmente infinita di bit della parte frazionaria ma si memorizzano soltanto i primi bit. Anche per l'esponente si utilizzano un numero finito di bit. Generalmente per rappresentare un numero reale si usano 4 byte nel modo seguente:

+/-	$e_8e_7e_6e_5\ e_4e_3e_2e_1$	$b_{-1}b_{-2}b_{-3}b_{-4}\ \ldots\ b_{-21}b_{-22}b_{-23}$
1 bit	**8 bit**	**23 bit**

+/-	$e_8e_7e_6e_5\ e_4e_3e_2e_1$	$b_{-1}b_{-2}b_{-3}b_{-4}\ \ldots\ b_{-21}b_{-22}b_{-23}$

SEGNO **ESPONENTE** **MANTISSA**

Il primo bit rappresenta il segno del numero: 0 per +, 1 per -.
Gli otto bit successivi si usano per rappresentare l'esponente esp. Dovendo rappresentare sia esponenti positivi che negativi la sequenza di bit $e_8e_7e_6e_5\ e_4e_3e_2e_1$ e` la rappresentazione binaria di esp + 127. Con 8 bit si rappresentano gli interi compresi tra 0 e 255. Siccome le sequenze di bit 00000000 (0) e 11111111 (255) sono riservate (problema che non consideriamo), gli esponenti rappresentabili sono quelli per cui
$1 \leq esp + 127 \leq 254$ ovvero $-126 \leq esp \leq 127$.

Rappresentazione dei decimali

Quindi si rappresenta il numero

$$N = s\ 2^{e-127} \times 1.m$$

0	10000011	00111001011000000000000

10000011 = 131
esp = 131-127 = 4. Quindi

$2^4 \times 1.00111001011 = 10011.1001011$

$= 2^4 + 2^1 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-4} + 2^{-6} + 2^{-7}$

$= 19.5859375$

Esercizio: Fornire la rappresentazione in virgola mobile normalizzata del valore 10.543 avendo a disposizione 8 bit per l'esponente e 8 per la mantissa.

(1) Rappresentiamo 10 in binario

$10 = 2^3 + 2^1 = (1010)_2$

(2) Rappresentiamo 0.543 in binario

$0.543 \times 2 = 1.086$

$0.086 \times 2 = 0.172$

$0.172 \times 2 = 0.344$ Quindi: $0.543 = (0.10001...)_2$

$0.344 \times 2 = 0.688$

$0.688 \times 2 = 1.376$

$0.376 \times 2 = 0.752$

(3) Riassumendo:

$10.543 = (1010.100010...)_2$

(4) Rappresentazione normalizzata

$1.01010001 \times 2^3 = 1010.10001$

(5) Rappresentiamo l'esponente -3

$3 + 127 = 130$

$130 = (10000010)_2$

QUINDI:

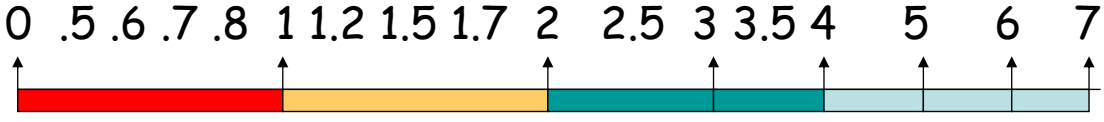
0	10000010	01010001

Quanti decimali si rappresentano?

Con 32 bit possiamo rappresentare al piu' 2^{32} valori distinti. La novità è che questi valori non sono distribuiti uniformemente come gli interi, bensì sono maggiormente concentrati tra -1 e 1 e si diradano sempre più allontanandosi dallo 0

Distribuzione disuniforme

Supponiamo 2 bit per la mantissa e 2 per l'esponente (-1,0,1,2)



Caratteri

In generale viene usata la **codifica standard ASCII**:

ogni carattere è rappresentato in 1 byte e quindi possiamo rappresentare 256 caratteri. Questo basta per:

a…z A…Z 0…9 . , ;: () etc

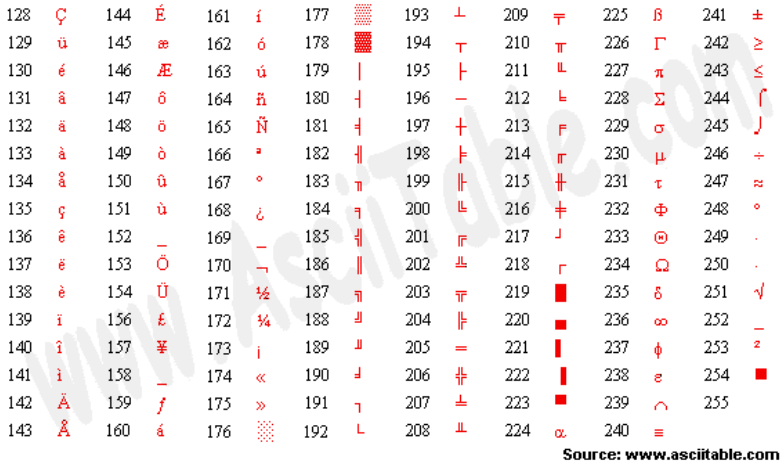
+ caratteri di controllo: Enter, Tab, etc

Tabella ASCII

Dec	Hx	Oct	Char	Dec	Hx	Oct	Html	Chr	Dec	Hx	Oct	Html	Chr	Dec	Hx	Oct	Html	Chr
0	0	000	NUL (null)	32	20	040		Space	64	40	100	@	@	96	60	140	`	`
1	1	001	SOH (start of heading)	33	21	041	!	!	65	41	101	A	A	97	61	141	a	a
2	2	002	STX (start of text)	34	22	042	"	"	66	42	102	B	B	98	62	142	b	b
3	3	003	ETX (end of text)	35	23	043	#	#	67	43	103	C	C	99	63	143	c	c
4	4	004	EOT (end of transmission)	36	24	044	$	$	68	44	104	D	D	100	64	144	d	d
5	5	005	ENQ (enquiry)	37	25	045	%	%	69	45	105	E	E	101	65	145	e	e
6	6	006	ACK (acknowledge)	38	26	046	&	&	70	46	106	F	F	102	66	146	f	f
7	7	007	BEL (bell)	39	27	047	'	'	71	47	107	G	G	103	67	147	g	g
8	8	010	BS (backspace)	40	28	050	(	(	72	48	110	H	H	104	68	150	h	h
9	9	011	TAB (horizontal tab)	41	29	051	)	)	73	49	111	I	I	105	69	151	i	i
10	A	012	LF (NL line feed, new line)	42	2A	052	*	*	74	4A	112	J	J	106	6A	152	j	j
11	B	013	VT (vertical tab)	43	2B	053	+	+	75	4B	113	K	K	107	6B	153	k	k
12	C	014	FF (NP form feed, new page)	44	2C	054	,	,	76	4C	114	L	L	108	6C	154	l	l
13	D	015	CR (carriage return)	45	2D	055	-	-	77	4D	115	M	M	109	6D	155	m	m
14	E	016	SO (shift out)	46	2E	056	.	.	78	4E	116	N	N	110	6E	156	n	n
15	F	017	SI (shift in)	47	2F	057	/	/	79	4F	117	O	O	111	6F	157	o	o
16	10	020	DLE (data link escape)	48	30	060	0	0	80	50	120	P	P	112	70	160	p	p
17	11	021	DC1 (device control 1)	49	31	061	1	1	81	51	121	Q	Q	113	71	161	q	q
18	12	022	DC2 (device control 2)	50	32	062	2	2	82	52	122	R	R	114	72	162	r	r
19	13	023	DC3 (device control 3)	51	33	063	3	3	83	53	123	S	S	115	73	163	s	s
20	14	024	DC4 (device control 4)	52	34	064	4	4	84	54	124	T	T	116	74	164	t	t
21	15	025	NAK (negative acknowledge)	53	35	065	5	5	85	55	125	U	U	117	75	165	u	u
22	16	026	SYN (synchronous idle)	54	36	066	6	6	86	56	126	V	V	118	76	166	v	v
23	17	027	ETB (end of trans. block)	55	37	067	7	7	87	57	127	W	W	119	77	167	w	w
24	18	030	CAN (cancel)	56	38	070	8	8	88	58	130	X	X	120	78	170	x	x
25	19	031	EM (end of medium)	57	39	071	9	9	89	59	131	Y	Y	121	79	171	y	y
26	1A	032	SUB (substitute)	58	3A	072	:	:	90	5A	132	Z	Z	122	7A	172	z	z
27	1B	033	ESC (escape)	59	3B	073	;	;	91	5B	133	[	[	123	7B	173	{	{
28	1C	034	FS (file separator)	60	3C	074	<	<	92	5C	134	\	\	124	7C	174			|
29	1D	035	GS (group separator)	61	3D	075	=	=	93	5D	135	]	]	125	7D	175	}	}
30	1E	036	RS (record separator)	62	3E	076	>	>	94	5E	136	^	^	126	7E	176	~	~
31	1F	037	US (unit separator)	63	3F	077	?	?	95	5F	137	_	_	127	7F	177	&#127;	DEL

Source: www.asciitable.com

Tabella ASCII



128	Ç	144	É	161	í	177	▒	193	┴	209	╤	225	ß	241	±
129	ü	145	æ	162	ó	178	▓	194	┬	210	╥	226	Γ	242	≥
130	é	146	Æ	163	ú	179	│	195	├	211	╙	227	π	243	≤
131	â	147	ô	164	ñ	180	┤	196	─	212	╘	228	Σ	244	⌠
132	ä	148	ö	165	Ñ	181	╡	197	┼	213	╒	229	σ	245	⌡
133	à	149	ò	166	ª	182	╢	198	╞	214	╓	230	µ	246	÷
134	å	150	û	167	º	183	╖	199	╟	215	╫	231	τ	247	≈
135	ç	151	ù	168	¿	184	╕	200	╚	216	╪	232	Φ	248	°
136	ê	152	_	169	_	185	╣	201	╔	217	┘	233	Θ	249	·
137	ë	153	Ö	170	¬	186	║	202	╩	218	┌	234	Ω	250	·
138	è	154	Ü	171	½	187	╗	203	╦	219	▉	235	δ	251	√
139	ï	156	£	172	¼	188	╝	204	╠	220	▄	236	∞	252	_
140	î	157	¥	173	¡	189	╜	205	═	221	▌	237	ϕ	253	²
141	ì	158	_	174	«	190	╛	206	╬	222	▐	238	ε	254	■
142	Ä	159	ƒ	175	»	191	┐	207	╧	223	▀	239	∩	255	
143	Å	160	á	176	▒	192	└	208	╨	224	α	240	≡		

Source: www.asciitable.com

Wide characters

Nel caso sia necessario rappresentare più caratteri, per esempio caratteri usati in lingue asiatiche, esiste la **codifica UNICODE** che associa 2 byte ad ogni carattere. In questo modo si possono rappresentare 65536 caratteri diversi

Qualche esercizio (tipo esame..)

1. Per il numero $(147)_{10}$ dare la versione binaria, ottale e esadecimale. E in base 7 come sarebbe?
2. Eseguire la somma $(234)_{10}+(145)_{10}$, nelle tre basi viste a lezione
3. Usando la rappresentazione in complemento a 2, quali valori interi si possono rappresentare con 5 bit?
4. Supponiamo di rappresentare gli interi in complemento a due su 5 bit. Mostrare le seguenti somme e sottrazioni: -5-8 e 10+8. Vi e` overflow? E il risultato e' corretto?
5. Fornire la rappresentazione in virgola mobile normalizzata dei valori 0.5, 1.5 e 14.64 avendo a disposizione 1 bit per il segno, 8 bit per l'esponente e 8 per la mantissa