

# ANALISI MATEMATICA 1

Commissione F. Albertini, P. Mannucci, C. Marchi, M. Motta  
Ingegneria Gestionale, Meccanica, Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 15-07-2009

## TEMA 1

### Esercizio 1

Si consideri la funzione

$$f(x) = |\arctan x|^{\arctan x}$$

- (a) Determinare il dominio di  $f$ , eventuali simmetrie, periodicità e segno.
- (b) Determinare eventuali estendibilità per continuità; nel caso proseguire nello studio della funzione estesa.
- (c) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di  $f$ .
- (d) Studiare la continuità e la derivabilità di  $f$ ; determinare gli intervalli di monotonia, i punti estremi e gli eventuali punti di massimo e di minimo, relativo e assoluto, di  $f$ . Calcolare i limiti di  $f'$ , individuando gli eventuali punti angolosi e cuspidi. (Non è richiesto lo studio della derivata seconda nè quello degli intervalli di convessità e di concavità).
- (e) Disegnare un grafico qualitativo di  $f$  in tutto il dominio.

### Esercizio 2

Data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^\alpha} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) e^{\frac{1}{\sqrt{n}}}.$$

- 1. dire per quali  $\alpha > 0$  converge assolutamente;
- 2. dire per quali  $\alpha > 0$  converge semplicemente.

### Esercizio 3

Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = e^{-x} \\ y(0) = \frac{1}{2} \\ y'(0) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Tempo: due ore e mezza.