

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria

Prof. F. Albertini, P. Mannucci, C. Marchi, M. Motta

Prova di autovalutazione di Analisi Matematica 1, parte A

Vicenza, 4 dicembre 2008

ATTENZIONE:

- l'Es. 4 è facoltativo (la valutazione complessiva dei primi 3 esercizi è 28/30)
- Tempo assegnato: 2 ore e 1/2 per svolgere gli esercizi 1,2,3; 3 ore per svolgere gli esercizi 1,2, 3 e 4.

Esercizio 1 Si consideri la funzione

$$f(x) = \arccos |e^x - 1|$$

- (a) Determinare il dominio e il segno di f .
- (b) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .
- (c) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f .
- (d) Calcolare i limiti di f' , se significativi.
- (e) Studiare convessità e flessi di f .
- (e) Disegnare un grafico qualitativo di f in tutto il dominio.

Esercizio 2 Si consideri la successione

$$a_n = \frac{2n^2 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) - 4n \arctan n + \sqrt{n} \log(1 + 2n)}{n^2 \cos n - 3n^2}$$

- (a) Calcolare $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$
- (b) Determinare, se esiste, l'ordine di infinitesimo (o infinito) di a_n .

Esercizio 3 Calcolare per ogni valore reale del parametro α il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x^2-x} - 2^x + 2(\log 2)x + x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\sin(\alpha x^2) + (\cos x - 1)^2 + e^{-3/x^2}}.$$

Esercizio 4 (Facoltativo) Determinare il valore dei parametri a, b reali affinché la funzione seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x + \cos x - e^{x^2/2}}{2x} & x > 0, \\ 2ae^x - 3bx & x \leq 0 \end{cases}$$

- (a) sia continua in $\mathbb{R}$;
- (b) sia di classe C^1 in $\mathbb{R}$.