Equazioni differenziali ordinarie.

Alvise Sommariva

Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Matematica

7 giugno 2016

Metodi di Eulero esplicito in Matlab

Di seguito descriviamo i codici Matlab di **Eulero esplicito** e **Eulero implicito**, eseguiti da Atkinson, Han, Steward.

```
function [t,y]=eulero_esplicito(t0,y0,t_end,h,fcn)
n = fix((t_end-t0)/h)+1;
t = linspace(t0,t0+(n-1)*h,n)';
y = zeros(n,1);
y(1) = y0;
for i = 2:n
    y(i) = y(i-1) + h*feval(fcn,t(i-1),y(i-1));
end
```

Metodo di Eulero implicito in Matlab

```
function [t,y]=eulero_implicito(t0,y0,t_end,h,fcn,tol)
n = fix((t_end-t0)/h) + 1;
t = linspace(t0,t0+(n-1)*h,n)';
y = zeros(n,1); y(1) = y0;
for i=2:n
    yt1 = y(i-1) + h*feval(fcn,t(i-1),y(i-1));
    count = 0; diff = 1;
    while diff > tol && count < 10
        yt2 = y(i-1) + h*feval(fcn,t(i),yt1);
        diff = abs(yt2-yt1); yt1 = yt2; count=count+1;
    end
    if count >= 10
        disp('Not converging after 10 steps at t = ')
        fprintf('%5.2f\n', t(i))
    end
    y(i) = yt2;
end
```

Metodo di Eulero implicito in Matlab

Osserviamo che

- la routine in questione risolve l'equazione del metodo di Eulero implicito

$$z = u_n + hf(x_{n+1}, z)$$

tramite l'applicazione del metodo di **punto fisso**.

- quale **valore iniziale** del metodo di punto fisso si sceglie il valore fornito da **Eulero esplicito**.

Esercizio 1. Eulero esplicito

Esercizio

Si risolva utilizzando il metodo di Eulero esplicito con passi h uguali rispettivamente a 0.2, 0.1, 0.05

$$\begin{cases} y'(x) = (\cos(y(x)))^2, & 0 \leq x \leq 10 \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

la cui soluzione è $Y(x) = \tan^{-1}(x)$.

Si calcolino (o plottino in scala semi-logaritmica)

- l'errore assoluto rispetto la soluzione esatta;
- l'errore relativo rispetto la soluzione esatta.

Per selezionati valori di x , ad esempio $x = 10$, si osservi il rapporto per cui l'errore decresce quando h è dimezzato.

Esercizio 2. Crank-Nicolson

Esercizio

Modificando opportunamente il metodo di Eulero implicito, si implementi il metodo di Crank-Nicolson.

Esercizio 3. Assoluta stabilità

Esercizio (Facoltativo)

Approssimare per $\lambda = -100$ il valore assunto dalla soluzione $\bar{y}$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \lambda y(x), & x \geq 0 \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad (2)$$

nel punto $x = 100$.

A tal proposito

- Si utilizzi il metodo di Eulero esplicito. con passi $h = 0.1$, $h = 0.05$, $h = 0.02$, $h = 0.01$, $h = 0.001$.
- Al variare di h verificare quando $|1 + h\lambda| < 1$.

Esercizio 4. Metodi di Adams

Facoltativo.

- Implementare i metodi di Adams-Bashforth e Moulton per $p = 3$.
- Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = (\cos(y(x)))^2, & 0 \leq x \leq 10 \\ y(0) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

la cui soluzione è $Y(x) = \tan^{-1}(x)$.

Approssimare con tali metodi la soluzione di (3) nell'intervallo $[0, 10]$, in N punti equispaziati x_n , con $N = 8, 16, 32$, descrivendone con un plot l'errore assoluto $\|u_n - u_n\|_\infty$ (dove $u_n = y(x_n)$ e u_n l'approssimazione fornita dal metodo numerico).

Quali valori iniziali si considerino quelli propri della soluzione esatta $Y(x) = \tan^{-1}(x)$ nei punti richiesti.