

Calcolo Numerico

Tutoraggio, lezione 5

SI RACCOMANDA AGLI STUDENTI DI **commentare adeguatamente** SCRIPT E FUNCTION MATLAB.

1. Sia n un numero naturale positivo. I nodi di Chebyshev, scalati in $[a, b]$, sono definiti da

$$x_k = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} \cdot \cos\left(\frac{(2k+1)\pi}{2n+2}\right), \text{ ove } k = 0, 1, \dots, n.$$

Si definisca una function `punti_chebyshev` che fissato dall'utente n definisca l'insieme dei punti $\{x_k\}_{k=0,\dots,n}$. La funzione dovrà avere la seguente intestazione:

```
function x=punti_chebyshev(n,a,b)

% punti_chebyshev: Punti di Chebyshev (scalati in [a,b]).
%
% Dati di ingresso:
% n: numero naturale.
% a,b: estremi dell'intervallo [a,b]
%
% Dati di uscita:
% x: vettore di lunghezza (n+1), contenente i punti scalati di Chebyshev,
% unisolventi a grado "n".
```

In particolare dovrà controllare che $a < b$ altrimenti ponga "x=[];" ed esca mediante `return`.

2. Si definisca una function `esperimento_sub` avente la seguente intestazione

```
function i_err=esperimento_sub(n,f,a,b)

% Oggetto:
% errore interpolazione f in punti di Chebyshev (scalati in [a,b]).
%
% Dati di ingresso:
% n: numero naturale (grado di interpolazione).
% f: funzione da interpolare in [-1,1].
% a,b: estremi dell'intervallo [a,b]
%
% Dati di uscita:
% i_err: numero reale non negativo che rappresenta una stima del massimo
% errore di interpolazione.
```

che effettui quanto segue:

- Generi il vettore x di $n+1$ punti di Chebyshev scalati in $[a, b]$;
 - valuti la funzione f in ogni componente del vettore x definendo così il vettore di valutazioni y ;
 - utilizzando i comandi `polyfit`, calcoli il polinomio interpolatore p_n di grado n negli $n+1$ punti di Chebyshev x (scalati in $[a, b]$) mediante `p=polyfit(x,y,n)`;
 - definisca il vettore v di 1000 punti equispaziati nell'intervallo $[a, b]$ (deve contenere i punti agli estremi);
 - utilizzando `polyval`, noto p , valuti il polinomio p_n in ogni componente del vettore v , definendo così il vettore di valutazioni `pv=polyval(p,v)`;
 - valuti la funzione f in ogni componente del vettore v definendo così il vettore di valutazioni `fv`;
 - calcoli la quantità `i_err=norm(fv-pv,inf)` corrispondente a una stima del massimo errore di interpolazione.
3. Si definisca uno script `esperimento` che effettui quanto segue:
- definisca la funzione $f(x) = \sin(x)$ in $[0, 2\pi]$, ovvero `f=@(x) ...` e assegni `a=0` e `b=2*pi`;
 - salvi nel vettore `ris` di lunghezza 8 il valore di `i_err` ottenuto da `esperimento_sub` per $n(1) = 2$, $n(2) = 3$, $n(3) = 4$, ..., $n(8) = 9$;
 - registri (in modo leggibile!) sul file `errori.txt` le coppie $(n(k), ris(k))$ per $k = 1, \dots, 8$, ove `ris(k)` sia rappresentato in forma esponenziale con 1 cifra prima della virgola e 15 dopo la virgola (si usi la specifica `'w'` nel comando `'fopen'`).