

Calcolo Numerico

Tutoraggio, lezione 10

SI RACCOMANDA AGLI STUDENTI DI **commentare adeguatamente** SCRIPT E FUNCTION MATLAB.

1. Sia A una matrice con n righe e n colonne, $b \in \mathbb{R}^n$ un vettore colonna e si desideri calcolare la soluzione del sistema lineare $Ax = b$, mediante il metodo di Jacobi. Si implementi tale metodo mediante la routine Matlab `jacobi`, che abbia la seguente intestazione:

```
function [xv,step,flag]=jacobi(A,b,x0,toll,nmax)
% Dati di ingresso:
% A: matrice n x n.
% b: vettore colonna n x 1
% x0: vettore colonna n x 1
% toll: tolleranza del criterio di arresto
% nmax: numero massimo di iterazioni.
% Dati di uscita:
% xv: vettore colonna n x 1 contenente un'approssimazione della soluzione.
% step: vettore contenente gli step.
% flag: 1 il processo non e' terminato correttamente.
%       0 altrimenti.
```

- La routine controlli che il determinante di A non sia nullo (utilizzare il comando Matlab `det`), altrimenti esca forzatamente dalla routine, dopo aver posto `xv=[]`, `step=[]` e `flag=1`.
 - La routine controlli che il determinante di $M=\text{diag}(\text{diag}(A))$ non sia nullo, altrimenti esca forzatamente dalla routine, dopo aver posto `xv=[]`, `step=[]` e `flag=1`.
 - La routine ponga `xv=x0`, $N=M-A$. Di seguito si assegni $\text{inv}M=M^{-1}$ (come si calcola l'inversa in Matlab?), $B=\text{inv}M*N$, $c=\text{inv}M*b$
 - Si esegua un ciclo-for che alla k -sima iterazione (di al più `nmax`)
 - Effettui l'assegnazione `xv0=xv`.
 - Ponga in `xv` il valore `xv=B*xv0+c`.
 - Il test di arresto sia quello dello `step` ovvero si concludano le iterazioni se $\text{step}_k := \|xv-xv0\|_2 \leq \text{toll}$. Se la routine termina correttamente esca con `flag` uguale a 0 altrimenti continui a iterare il processo.
 - Se il numero di iterazioni é pari o strettamente maggiore di `nmax`, ponga `flag=1` (cosa si deve fare esternamente al ciclo for?).
2. Quindi si scriva una function `jacobi_script` che:

- Inizializzi A come una matrice con dieci righe e dieci colonne di elementi nulli.
- Definisca una matrice quadrata $A = (a_{i,j})$ di dimensione 10 che abbia elementi
$$a_{k,k} = 4 \text{ per } k = 1, \dots, 10;$$
$$a_{k,k-1} = -1 \text{ per } k = 2, \dots, 10;$$
$$a_{k-1,k} = -1 \text{ per } k = 2, \dots, 10;$$
0 altrimenti.
- Si definisca un vettore colonna b di dimensione compatibile con A ed elementi uguali a 1.
- Risolva il problema $Ax = b$ mediante il metodo di Jacobi sopra descritto con `x0` il vettore nullo delle dimensioni di b , `toll`= 10^{-8} e `nmax`=10000.
- Esegua un grafico in scala semilogaritmica delle coppie (k, step_k) e si salvi il grafico come `figura.jpg`.