Calcolo Numerico Tutoraggio, lezione 1

SI RACCOMANDA AGLI STUDENTI DI commentare adeguatamente SCRIPT E FUNCTION MATLAB.

Problema: Sia data la sequenza

$$\begin{cases} x_{n+1} = 2^n \left(\sqrt{1 + \frac{x_n}{2^{n-1}}} - 1 \right), \ n = 1, \dots \\ x_1 > -1 \end{cases}$$
 (1)

per la quale $\lim_{\infty} x_n = \log(1 + x_1)$

Si calcolino x_1, \ldots, x_{71} e si dia una giustificazione dei risultati ottenuti.

A tale scopo:

1. Si definisca la function calcola_sequenza, che abbia la seguente intestazione

function sequenza=calcola_sequenza(x1,N)

% Calcolo di una sequenza che teoricamente converge a "log(1+x1)"

In particolare:

- (a) La function abbia come variabili di input:
 - il punto iniziale x_1 , immagazzinato nella variabile x_1 ;
 - l'indice N dell'ultima iterata da calcolare.
- (b) La function abbia come variabile di output il vettore sequenza le cui componenti sono x_1, \ldots, x_N .

Osservazione: Quali indici dobbiamo dare al ciclo-for cosicché il vettore sequenza abbia lunghezza N, in quanto contiene i valori x_1, \ldots, x_N ?

2. Si definisca la function demo_sequenza, che abbia la seguente intestazione

function demo_sequenza

% Demo di "calcola_sequenza" che la valuta relativamente ai parametri "x1=1" e "N=71".

In particolare:

- (a) Applichi la function calcola_sequenza al caso in cui $x_1 = 1$ e N = 71, e si imponga y come output della stessa
- (b) Stampi su monitor la lunghezza del vettore y in formato decimale, con 4 cifre prima della virgola. Coincide con N, come richiesto?
- (c) Stampi su monitor l'ultimo valore S del vettore y, con 1 cifra prima della virgola, 15 dopo la virgola in formato esponenziale.
- (d) Ponga sol pari al valore di $\log(1+x_1)$.
- (e) Nel vettore err si immagazzinino i valori di abs(y-sol). Perché tale comando Matlab e' corretto?
- (f) Stampi su monitor, il valore dell'ultima componente di err, con 1 cifra prima della virgola, 5 dopo la virgola in formato esponenziale.
- (g) Esegua su monitor il grafico in scala semilogaritmica delle coppie (k, \mathtt{err}_k) per $k = 1, \ldots, 71$ ognuna delle quali sia rappresentata da un puntino in nero.
- 3. Nella tabella che segue si scrivano:
 - l'ultimo valore S del vettore y, con 1 cifra prima della virgola, 15 dopo la virgola in formato esponenziale;
 - l'ultimo valore del vettore err, con 1 cifra prima della virgola, 5 dopo la virgola in formato esponenziale.

S	ultima componente di err