Calcolo Numerico
Tutoraggio, lezione 2

SI RACCOMANDA AGLI STUDENTI DI **commentare adeguatamente** SCRIPT E FUNCTION MATLAB.

Problema: Dalla formula di Taylor centrata nell'origine, si ottiene che

$$\exp(x^2) \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{(x^2)^k}{k!}.$$

Dopo aver valutato *a mano*

$$I_n := \int_0^{1/4} \sum_{k=0}^{n} \frac{(x^2)^k}{k!} dx = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} \int_0^{1/4} x^{2k} dx \approx I := \int_0^{1/4} \exp(x^2) dx \tag{1}$$

si implementi una routine che valuta I_n, per n prefissato.

Inoltre, visto che $I \approx 2.553074606441994e-01$ si valuti I_n per $n = 1, 2, \ldots, 20$ e si faccia il grafico delle coppie $(n, |I - I_n|)$.

A tale scopo:

1. Si definisca la function `calcola_In`, che abbia la seguente intestazione

   ```
   function S=calcola\_In(n)
   % Calcolo di \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} \int_0^{1/4} (x^2)^k
   ```

   In particolare:

   (a) La function abbia come variabili di input:
   - il numero intero n, per cui $S = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} \int_0^{1/4} x^{2k} dx$.

   (b) La function abbia come variabile di output lo scalare `S` pari a $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} \int_0^{1/4} x^{2k} dx$.

   Si osservi che

   (a) $k!$ puó essere calcolato mediante il comando `gamma(k+1)` (si osservi che `gamma` é una funzione vettoriale;

   (b) $\int_0^{1/4} x^{2k} dx = \frac{(1/4)^{2k+1}}{2k+1}$.

2. Si definisca la function `demo_errore_In`, che abbia la seguente intestazione

   ```
   function demo_errore_In
   % Demo di "calcola_In" che la valuta "In" per n=1,2,...,20.
   ```

   In particolare:

   (a) Applichi la function `calcola_In` al caso in cui $k = 1, 2, \ldots, 20$, e salvi i valori ottenuti nel vettore S, ovvero $S(k)$ risulta il valore ottenuto dal calcolo di I_k mediante la routine `calcola_In` con input pari a "k".

   (b) Stampi su monitor le coppie $(k, S(k))$ per $k = 1 : 20$, con k in formato decimale con 2 cifre prima della virgola e nessuna dopo la virgola, $S(k)$ in formato esponenziale con 1 cifra prima della virgola e 15 dopo la virgola.

   (c) Si assegni a `sol` il valore $2.553074606441994e-01$.

   (d) Nel vettore `err` si immagazzinino i valori di `abs(S-sol)`. Perché tale comando Matlab e' corretto?

   (e) Stampi su monitor, il valore dell'ultima componente di `err`, con 1 cifra prima della virgola, 5 dopo la virgola in formato esponenziale.

   (f) Esegua su monitor il grafico in scala semilogaritmica delle coppie $(k, \texttt{err}_k)$ per $k = 1, \ldots, 20$ ognuna delle quali sia rappresentata da un puntino in nero.

3. Nella tabella che segue si scrivano:

   - l'ultimo valore del vettore`S`, ovvero I_{20}, con 1 cifra prima della virgola, 15 dopo la virgola in formato esponenziale;
   - l'ultimo valore del vettore `err`, ovvero $|I - I_{20}|$, con 1 cifra prima della virgola, 5 dopo la virgola in formato esponenziale.

I_{20}	$\lvert I - I_{20} \rvert$