Calcolo Numerico
Tutoraggio, lezione 8

Autore: Francesca Tedeschi

Tempo previsto: 70 minuti. **Difficoltá**: ●●●◐○

Si raccomanda agli studenti di **commentare adeguatamente** script e function Matlab.

Si crei uno script che valuti i polinomi di Lagrange L_k, relativamente alle coppie (x_j, y_j), $j = 1, \ldots, m$ e verifichi che per ognuno di essi $L_k(x_j) = \delta_{k,j}$.

In particolare:

1. si definisca una function `L_k` che valuta il k-simo polinomio di Lagrange di grado $m-1$

$$L_k(s) = \prod_{j=1, j\neq k}^{m} \frac{s - x_j}{x_k - x_j} = \frac{(s-x_1)\ldots(s-x_{k-1})(s-x_{k+1})\ldots(s-x_m)}{(x_k-x_1)\ldots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\ldots(x_k-x_m)}.$$

relativamente alle coppie (x_j, y_j), $j = 1, \ldots, m$, nel punto "s".

- la funzione "L_k" abbia la seguente intestazione

```
function t=L_k(k,x,s)

% Oggetto:
% Funzione che valuta nel punto "s" il "k"-simo polinomio di Lagrange
% relativamente al set di punti x(i) con i=1,...,m.
%
% Input:
% k: indice del polinomio di Lagrange
% x: ascisse di interpolazione;
% s: punto di valutazione;
%
% Output:
% t: valore assunto dal k-simo polinomio di Lagrange, nel punto "s".
```

- ponga `m` la lunghezza del vettore `x`;
- definisca il vettore `inum` composto degli indici da 1 a m diversi da k; a tal proposito si usi un opportuno `ciclo-for` con una certa istruzione condizionale, o in alternativa ci si aiuti col comando `setdiff` di Matlab (si veda l'help!);
- si ponga `xnum=x(inum)`, `argprod=s-xnum`, `num=prod(argprod)` e si rifletta su cosa si é calcolato e perché;
- si ponga `xk=x(k)`, `argprod=xk-xnum`, `den=prod(argprod)` e si rifletta cosa viene calcolato e perché;

- si ponga `y=num/den` (perchè non si e' usato il "."?).

2. Si definisca una routine `controlla_Lk` che verifichi che $L_k(x_j) = \delta_{k,j}$. A tal proposito:

   - la funzione "`controlla_Lk`" abbia la seguente intestazione

   ```
   function errore=controlla_Lk(k,x)

   % Oggetto:
   % Funzione che valuta "quanto" L_k(x_j)=delta(i,j)
   %
   % Input:
   % k: indice del polinomio di Lagrange
   % x: ascisse di interpolazione;
   %
   % Output:
   % errore: massimo errore max(abs(L_k(x_j)-delta(i,j))).
   ```

   - La routine ponga nel vettore `v` i valori assunti dalla function `L_k` in ognuna delle componenti di `x`, ovvero $v_i = L_k(x_i)$, con $i = 1, \ldots, m$.
   - Di seguito definisca il vettore `ek`, avente la stessa dimensione di `v` ed uguale al vettore nullo, eccetto per la k-sima componente che è posta uguale a 1.
   - Valuti `errore=norm(v-ek,inf)` (cosa abbiamo fatto esattamente in questa routine?).

3. Si definisca una funzione `demo_Lagrange`, che

   - Ponga quale `x` il vettore di 10 punti equispaziati nell'intervallo $[0, 1]$;
   - Ponga in `err(k)=controlla_Lk(k,x)`, con $k = 1, \ldots, 10$.
   - Valuti il massimo errore `errore_finale=max(err)` (cosa rappresenta questa quantitá? é bene che sia un numero piccolo o grande?).
   - Si scriva qui sotto il valore di `errore_finale`, con 1 cifra prima della virgola, 5 dopo la virgola, in formato esponenziale.

`errore_finale`