

Calcolo Numerico, Appello II, Compito II

Alvise Sommariva

Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Matematica Pura e Applicata

29 giugno 2020

- si suppone che lo studente abbia letto le regole prima del compito, come richiesto;
- il compito consta di 3 quiz (5 minuti), una prima domanda (15 minuti), una seconda domanda (15 minuti);
- scrivere in buona grafia con un lessico logico-matematico appropriato, su un unico foglio **nome, cognome, numero matricola**;
- il compito e l'esaminando devono essere sempre visibili;
- non si possono usare libri o apparecchi elettronici;
- per ritirarsi, scrivere una R in grande sul foglio e aspettare seduti la fine del compito, inviando comunque la mail al docente.

- **Domanda 1:** I nodi di Chebyshev-Lobatto nell'intervallo $[a, b]$, con cui calcolare un interpolante polinomiale di grado 5, corrispondono a $x_k = (a + b)/2 + (b - a)t_k/2$ dove

 - A: $t_k = -\cos(k\pi/5)$ con $k = 0, \dots, 6$;
 - B: $t_k = -\cos(k\pi/5)$ con $k = 0, \dots, 5$;
 - C: $t_k = \cos(\frac{2k+1}{2 \cdot 5+2}\pi)$ con $k = 0, \dots, 5$;
 - D: $t_k = \cos(\frac{2k+1}{2 \cdot 6+2}\pi)$ con $k = 1, \dots, 5$;

- **Domanda 2:** Sia $\{x_n\}$ una successione di valori prodotta da un metodo numerico per la soluzione dell'equazione nonlineare $f(x) = 0$. Fissata una tolleranza ϵ , il *criterio dello step* interrompe l'iterazione quando

 - A: esclusivamente $f(x_k) = 0$;
 - B: $|x_{k+1} - x_k| \leq \epsilon$;
 - C: $|f(x_k)| \leq \epsilon$;
 - D: $|x_{k+1} - x_k| \leq \epsilon$ e $f(x_k) = 0$.

- **Domanda 3:** L'indice di condizionamento $k(A)$ di una matrice quadrata A , relativamente a una certa norma $\|\cdot\|$, corrisponde a

 - A: se A è invertibile, $k(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$, altrimenti non è determinabile;
 - B: se A è invertibile, $k(A) = \frac{\|A\|}{\|A^{-1}\|}$, altrimenti non è determinabile;
 - C: se A non è invertibile, $k(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$, altrimenti non è determinabile;
 - D: se A non è invertibile, $k(A) = \frac{\|A\|}{\|A^{-1}\|}$, altrimenti non è determinabile.

Domanda 1.

- Formula dell'errore del prodotto dei numeri macchina, ovvero determinare una maggiorazione di

$$\epsilon_{x,y}^{\otimes} = \frac{|(x \cdot y) - (x \otimes y)|}{|x \cdot y|}$$

in funzione di $\epsilon_x = |x - fl(x)|/|x|$, $\epsilon_y = |y - fl(y)|/|y|$, nelle ipotesi che $x \neq 0$, $y \neq 0$, $\frac{|fl(y)|}{|y|} \approx 1$, $fl(fl(x) \cdot fl(y)) = fl(x) \cdot fl(y)$.

- Breve dimostrazione di tale asserto.
- In cosa consiste il fenomeno detto di *cancellazione* nel caso della somma? E della sottrazione?

Domanda 1.

- Formula dell'errore del prodotto dei numeri macchina, ovvero determinare una maggiorazione di

$$\epsilon_{x,y}^{\otimes} = \frac{|(x \cdot y) - (x \otimes y)|}{|x + y|}$$

in funzione di $\epsilon_x = |x - fl(x)|/|x|$, $\epsilon_y = |y - fl(y)|/|y|$, nelle ipotesi che $x \neq 0$, $y \neq 0$, $\frac{|fl(y)|}{|y|} \approx 1$, $fl(fl(x) \cdot fl(y)) = fl(x) \cdot fl(y)$.

- Breve dimostrazione di tale asserto.
- In cosa consiste il fenomeno detto di *cancellazione* nel caso della somma? E della sottrazione?

Domanda 2.

- Definizione di ordine di convergenza di un metodo iterativo, per la soluzione dell'equazione nonlineare $f(x) = 0$.
- Teorema di convergenza del metodo di bisezione (asserto, senza dimostrazione).

- Mandare per posta elettronica una foto del compito avente risoluzione adeguata. L'indirizzo del docente e'

alvise@math.unipd.it

- scrivere nell'oggetto della mail
 - nome,
 - cognome,
 - numero di matricola.
- il compito che verra' corretto sara' quello inviato dal candidato (dopo averlo confrontato con quello visibile nello screenshot);
- si suggerisce di non gettare il foglio del compito, ma di tenerlo con cura (potrebbe tornare utile in caso di cattiva foto!).