Calcolo Numerico, Appello II, Compito III

Alvise Sommariva

Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Matematica Pura e Applicata

29 giugno 2020

Regole base

- si suppone che lo studente abbia letto le regole prima del compito, come richiesto;
- il compito consta di 3 quiz (5 minuti), una prima domanda (15 minuti), una seconda domanda (15 minuti);
- scrivere in buona grafia con un lessico logico-matematico appropriato, su un unico foglio nome, cognome, numero matricola;
- il compito e l'esaminando devono essere sempre visibili;
- non si possono usare libri o apparecchi elettronici;
- per ritirarsi, scrivere una R in grande sul foglio e aspettare seduti la fine del compito, inviando comunque la mail al docente.

QUIZ

- **Domanda 1**: Una spline s_1 di grado 1 in un intervallo $[a, b]$

  A: è una funzione polinomiale a tratti di grado 1 tale che $s_1 \in C^1([a, b])$;
  B: è una funzione polinomiale a tratti di grado 1 tale che $s_1 \in C^2([a, b])$;
  C: è una funzione polinomiale a tratti di grado 1 tale che $s_1 \in C^0([a, b])$;
  D: è una funzione polinomiale a tratti di grado 1 senza richieste ulteriori.

- **Domanda 2**: In un sistema floating-point (normalizzato) $F(\beta, t, L, U)$ il piu' piccolo numero macchina rappresentabile e'

  A: β^{-t};
  B: β^{L-1};
  C: β^{1-L};
  D: β^{1-t}.

- **Domanda 3**: Dato un campionamento $\{x_i, y_i\}$, $i = 1, \ldots, N = 100$, dove $x_i =\neq x_j$ se $i \neq j$, nell'approssimazione polinomiale ai minimi quadrati di grado $m = 5$, si cerca $\mathcal{L}_5$ che sia un polinomio di grado 5 che

  A: minimizza $\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \mathcal{L}_5(x))^2}$ nel punto x richiesto;
  B: minimizza $\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \mathcal{L}_5(x_i))^2}$;
  C: massimizza $\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \mathcal{L}_5(x))^2}$ nel punto x richiesto;
  D: massimizza $\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \mathcal{L}_5(x_i))^2}$;

Domanda 1.

- Descrivere il problema della derivazione numerica e la formula della differenza in avanti $\delta_+(f, x, h)$ (rapporto incrementale, con $h > 0$).
- Errore delle differenze in avanti nel valutare f' in x_0 (stima in cui si utilizza opportunamente f''), ottenendola matematicamente mediante la formula di Taylor.
- Numericamente, diminuendo il passo h, si ottengono risultati sempre migliori nell'approssimare la derivata di f in x_0 con $\delta_+(f, x_0, h)$? Perché?

DOMANDE: SECONDA FASE

Domanda 1.

- Descrivere il problema della derivazione numerica e la formula della differenza in avanti $\delta_+(f, x_0, h)$ (rapporto incrementale, con $h > 0$).
- Errore delle differenze in avanti $\delta_+(f, x_0, h)$ nel valutare f' in x_0 (stima in cui si utilizza opportunamente f''), ottenendola matematicamente mediante la formula di Taylor.
- Numericamente, diminuendo il passo h, si ottengono risultati sempre migliori nell'approssimare la derivata di f in x_0 con $\delta_+(f, x_0, h)$? Perché?

Domanda 2.

- Ottenere il metodo di Newton dalla formula di Taylor, dicendo a cosa serve tale metodo.
- Teorema di convergenza <u>locale</u> del metodo di Newton (solo asserto).

Consegna dell'elaborato

- Mandare per posta elettronica una foto del compito avente risoluzione adeguata. L'indirizzo del docente e'

  alvise@math.unipd.it
- scrivere nell'oggetto della mail
  - nome,
  - cognome,
  - numero di matricola.
- il compito che verra' corretto sara' quello inviato dal candidato (dopo averlo confrontato con quello visibile nello screenshot);
- si suggerisce di non gettare il foglio del compito, ma di tenerlo con cura (potrebbe tornare utile in caso di cattiva foto!).