

Calcolo Numerico, Appello I, Compito I

Alvise Sommariva

Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Matematica Pura e Applicata

15 giugno 2021

- si suppone che lo studente abbia letto le regole prima del compito, come richiesto;
- il compito consta di 3 quiz (5 minuti), una prima domanda (15 minuti), una seconda domanda (15 minuti);
- scrivere in buona grafia con un lessico logico-matematico appropriato, su un unico foglio **nome, cognome, numero matricola**;
- il compito e l'esaminando devono essere sempre visibili;
- non si possono usare libri o apparecchi elettronici;
- per ritirarsi, scrivere una R in grande sul foglio e aspettare seduti la fine del compito, inviando comunque la mail al docente.

- **Domanda 1:** Il metodo delle secanti definisce la successione

A: $x_{n+1} = \phi(x_n)$ con $\phi(x) = x - f(x)/f'(x)$;

B: $x_{n+1} = x_n + \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$;

C: $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$;

D: $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_{n+1} - x_n)}{f(x_{n+1}) - f(x_n)}$;

- **Domanda 2:** Quale regola $S(f) = \sum_{i=1}^M w_i f(x_i) \approx I(f) := \int_a^b f(x) dx$, $-\infty < a < b < +\infty$ ha una errore la cui formula risulta

$$I(f) - S(f) = \frac{(b-a)^3}{24} f^{(2)}(\xi) \text{ qualora } f \in C^2([a, b])?$$

A: la regola del rettangolo;

B: la regola del punto medio;

C: la regola del trapezio;

D: la regola di Cavalieri-Simpson.

- **Domanda 3:** Data una matrice quadrata A , dire quale asserto é vero, supposto L sia triangolare inferiore con elementi diagonali uguali a 1 e U triangolare superiore.

A: Ogni matrice quadrata singolare ha fattorizzazione $A = LU$.

B: Ogni matrice quadrata non singolare ha fattorizzazione $A = LU$.

C: Ogni matrice quadrata singolare ma simmetrica e definita positiva ha fattorizzazione $A = LU$.

D: Ogni matrice quadrata simmetrica e definita positiva ha fattorizzazione $A = LU$.

Domanda 1.

- Quando un sistema $Ax = b$ si dice *sovradeterminato*? In cosa consiste la soluzione ai minimi quadrati?
- Qualora il rango di A sia massimo quante soluzioni ai minimi quadrati ha il problema $Ax = b$. In cosa consistono le equazioni normali e perché sono importanti?
- Nel caso la matrice A abbia rango massimo come si può calcolare la soluzione ai minimi quadrati, conoscendo la fattorizzazione QR di A ?

Domanda 1.

- Quando un sistema $Ax = b$ si dice *sovradeterminato*? In cosa consiste la soluzione ai minimi quadrati?
- Qualora il rango di A sia massimo quante soluzioni ai minimi quadrati ha il problema $Ax = b$ e che sistema verificano?
- Nel caso la matrice A abbia rango massimo dire come si può calcolare la soluzione ai minimi quadrati, conoscendo la fattorizzazione QR di A ?

Domanda 2.

- Definizione di spline di ordine m . Cosa è una spline cubica?
- Discussione sulle condizioni necessarie per definire univocamente la spline cubica interpolante, citando alcuni classici vincoli aggiuntivi che descrivono spline particolari.

- Mandare per posta elettronica una foto del compito avente risoluzione adeguata. L'indirizzo del docente e'

alvise@math.unipd.it

- scrivere nell'oggetto della mail
 - nome,
 - cognome,
 - numero di matricola.
- il compito che verra' corretto sara' quello inviato dal candidato (dopo averlo confrontato con quello visibile nello screenshot);
- si suggerisce di non gettare il foglio del compito, ma di tenerlo con cura (potrebbe tornare utile in caso di cattiva foto!).