

**Calcolo Numerico (Ingegneria Energia/Meccanica, Canale B),
Prova di Teoria II, del 30 Giugno 2022**

Cognome e nome _____ Matricola _____

FIRMA PER CONSEGNARE _____

FIRMA PER RITIRARSI _____

QUIZ	1: C	2: A	3: B
------	------	------	------

Quiz:

- **Domanda 1:** Dati gli $n + 1$ punti a due a due distinti x_0, \dots, x_n e detto L_k il k -simo polinomio di Lagrange, vale

$$\mathbf{A:} L_k(x_i) = \sum_{j=0, j \neq k}^n \frac{x - x_k}{x_j - x_k}; \quad \mathbf{B:} L_k(x_i) = \prod_{j=0, j \neq k}^n \frac{x - x_j}{x_k - x_j}. \quad \mathbf{C:} L_k(x) = \prod_{j=0, j \neq k}^n \frac{x - x_j}{x_k - x_j} \quad \mathbf{D:} L_k(x) = \sum_{j=0, j \neq k}^n \frac{x - x_k}{x_j - x_k},$$

- **Domanda 2:** La regola del trapezio per il calcolo degli integrali $I_1 = \int_0^1 x dx$, $I_2 = \int_0^1 (2 + 5x) dx$

- A: fornisce il risultato esatto in entrambi i casi;
- B: fornisce il risultato esatto relativamente a I_1 ma non I_2 ;
- C: fornisce il risultato esatto relativamente a I_2 ma non I_1 ;
- D: non fornisce il risultato esatto in entrambi i casi.

- **Domanda 3:** La successione $\{x_k\}_{k=1,2,\dots}$ convergente a x^* ha ordine di convergenza esattamente 2 se

$$\mathbf{A:} e_{n+1} \leq C e_n^2 \text{ con } C > 1; \quad \mathbf{B:} \lim_k \frac{e_{k+1}}{e_k^2} = L \neq 0; \quad \mathbf{C:} \lim_k \frac{e_{k+1}}{e_k^2} = 0; \quad \mathbf{D:} e_{n+1} \geq C e_n^2 \text{ con } C > 0.$$

Teoria:

Domanda 1

- Definizione di spline di ordine m .
- Cosa é una spline cubica? Definire le splines naturali.
- Teorema sull'errore delle funzioni interpolanti a tratti di grado 1 (asserto e dimostrazione).

Domanda 2

- Definizione di metodo iterativo stazionario per la risoluzione dei sistemi lineari (mediante opportuni splitting $A = M - N$, $A = D - E - F$ da descrivere).
- Descrivere il **metodo di Jacobi** e quello di **Gauss-Seidel** per la soluzione di un sistema lineare (con particolare riferimento alle matrici M , N utilizzate);
- Definizione dell'indice di condizionamento di una matrice A . E' bene che sia un numero grande o piccolo (e perché)?

Regole base:

- Si suppone che lo studente abbia letto le regole prima del compito, come richiesto;
- la durata del compito é di 50 minuti.
- scrivere in buona grafia con un lessico logico-matematico appropriato, indicando *nome, cognome, numero matricola*;
- non si può uscire dall'aula durante l'esame;
- non si possono usare libri o apparecchi elettronici;
- per ritirarsi, scrivere una R in grande sul foglio e aspettare seduti la fine del compito, inviando comunque la mail al docente;
- il voto finale é insufficiente se lo é almeno una delle due domande di teoria o il quiz.