

# Calcolo Numerico, Appello II, Compito online

Alvise Sommariva

Università degli Studi di Padova

30 giugno 2022

## Regole base

- si suppone che lo studente abbia letto le regole prima del compito, come richiesto;
- il compito consta di 3 quiz (5 minuti), una prima domanda (15 minuti), una seconda domanda (15 minuti);
- scrivere in buona grafia con un lessico logico-matematico appropriato, su un unico foglio **nome, cognome, numero matricola**;
- il compito e l'esaminando devono essere sempre visibili;
- non si possono usare libri o apparecchi elettronici;
- per ritirarsi, scrivere una R in grande sul foglio e aspettare seduti la fine del compito, inviando comunque la mail al docente;
- il voto finale é insufficiente se lo é almeno una delle due domande di teoria.

- **Domanda 1:** Quale regola  $S(f) = \sum_{i=1}^M w_i f(x_i) \approx I(f) := \int_a^b f(x) dx$ ,  $-\infty < a < b < +\infty$  ha una errore la cui formula risulta  $I(f) - S(f) = \frac{-h^5}{90} f^{(4)}(\xi)$ ,  $\xi \in (a, b)$ ,  $h = (b - a)/2$ , qualora  $f \in C^4([a, b])$ ?

- A: la regola del trapezio;
- B: la regola di Cavalieri-Simpson.
- C: la regola del rettangolo;
- D: la regola del punto medio;

- **Domanda 2:** Il metodo delle secanti definisce la successione

- A:  $x_{n+1} = x_n - f(x_n) \cdot \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$
- B:  $x_{n+1} = x_n - f'(x_n) \cdot \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$
- C:  $x_{n+1} = x_n - f(x_n) \cdot \frac{f(x_{n+1}) - f(x_n)}{x_{n+1} - x_n}$
- D:  $x_{n+1} = x_n + f'(x_n) \cdot \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$

- **Domanda 3:** La complessità computazionale per il calcolo della fattorizzazione  $PA = LU$  di una generica matrice  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  é

- A: circa  $n^3/3$  operazioni moltiplicative;
- B: circa  $n^3/6$  operazioni moltiplicative;
- C: circa  $n^2/2$  operazioni moltiplicative.
- D: circa  $n^2/3$  operazioni moltiplicative;

### Domanda 1.

- Date le coppie  $(x_i, f(x_i))_{i=0, \dots, n}$ , come si ottengono le formule di quadratura algebriche interpolatorie?
- Come sono i pesi  $w_k$  delle formule interpolatorie in relazione ai polinomi di Lagrange? Perché si ottiene tale risultato?
- Quando é che una formula di quadratura ha grado di precisione esattamente  $N$ ?
- Definire le formule di Newton-Cotes chiuse. Qual'é almeno il loro grado precisione in relazione al numero di nodi?

## DOMANDE: SECONDA FASE

### Domanda 1.

- Date le coppie  $(x_i, f(x_i))_{i=0, \dots, n}$ , come si ottengono le formule di quadratura algebriche interpolatorie?
- Come sono i pesi  $w_k$  delle formule interpolatorie in relazione ai polinomi di Lagrange? Perché si ottiene tale risultato?
- Quando è che una formula di quadratura ha grado di precisione esattamente  $N$ ?
- Definire le formule di Newton-Cotes chiuse. Qual'è almeno il loro grado di precisione in relazione al numero di nodi?

### Domanda 2.

- Definizione di differenza in avanti  $\delta_+(f, x, h)$  per l'approssimazione di  $f'(x_0)$ .
- Definizione di rapporto incrementale simmetrico  $\delta_2(f, x, h)$  per l'approssimazione di  $f'(x_0)$ .
- Asserto e dimostrazione del teorema dell'errore di  $\delta_+(f, x, h)$  rispetto a  $f'(x)$  (ovvero che asserisce, sotto certe ipotesi da introdurre,  $\delta_+(f, x, h) = f'(x) + \dots$ ).

- Mandare per posta elettronica una foto del compito avente risoluzione adeguata. L'indirizzo del docente e'

[alvise@math.unipd.it](mailto:alvise@math.unipd.it)

- scrivere nell'oggetto della mail
  - nome,
  - cognome,
  - numero di matricola.
- il compito che verra' corretto sara' quello inviato dal candidato (dopo averlo confrontato con quello visibile nello screenshot);
- si suggerisce di non gettare il foglio del compito, ma di tenerlo con cura (potrebbe tornare utile in caso di cattiva foto!).