

Calcolo Numerico (Ingegneria Energia/Meccanica, Canale B)
Prova di Laboratorio I, del 23 Giugno 2022

Cognome e nome _____ Matricola _____

Postazione _____

FIRMA PER CONSEGNARE _____

FIRMA PER RITIRARSI _____

1. SI RACCOMANDA AGLI STUDENTI DI **commentare adeguatamente** SCRIPT E FUNCTION MATLAB.

2. OGNI PORZIONE DI CODICE **deve avere** QUALE PRIMA RIGA UN COMMENTO MEDIANTE % CON NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA E POSTAZIONE.

1. Si implementi mediante la routine **differenze_centrali** la formula delle differenze centrali

$$f^{(2)}(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2} \quad (1)$$

in cui si suppone $f \in C((a, b))$, $x_0 - h, x_0 + h \in (a, b)$.

A tal proposito,

- Si crei una function di nome **differenze_centrali.m** che implementi tale formula, avente come input:
 - (a) la funzione f ,
 - (b) il punto x_0 ,
 - (c) il passo h della formula delle differenze centrali;
 - (d) gli estremi a, b , dell'intervallo $[a, b]$ di definizione della funzione f ;
- la stessa function deve dare in output
 - (a) l'approssimazione y di $f^{(2)}(x_0)$ fornita dalle differenze centrali;
 - (b) **err_est** pari alla stima dell'errore compiuto;

• la function deve avere la seguente intestazione:

```
function [y, err_est] = differenze_centrali (f,x0,h,a,b)
% Uso:
%   function [y, err_est] = differenze_centrali (f,x0,h,a,b)
%
% Dati di ingresso:
% f:      funzione vettoriale;
% x0: punto in cui si vuole approssimare D^2f(x0);
% h: passo della formula delle differenze centrali;
% a,b: estremi dell'intervallo [a,b] di definizione della funzione
%
% Dati di uscita:
% y:      approssimazione di D^2f(x0).
% . err_est: stima dell'errore assoluto compiuto.
```

• se $x_0 - h \leq a$ oppure $x_0 + h \geq b$, si ponga $y = \text{NaN}$, si scriva su monitor

non si puo' applicare il metodo delle differenze centrali

e si esca immediatamente dalla routine;

• lo script assegni a y il valore

$$y = \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2}.$$

• lo script ponga H uguale a $h/100$ e assegni a yH il valore

$$yH = \frac{f(x_0 + H) - 2f(x_0) + f(x_0 - H)}{H^2}.$$

• lo script ponga **err_est** uguale al valore assoluto della differenza di y con yH .

2. Si scriva una function **demo_differenze_centrali** in cui

- mediante un comando del tipo **f=@(x) ...** definisca la funzione vettoriale $f(x) = \exp(x) - \cos(x)$;
- mediante un comando del tipo **D2f=@(x) ...** definisca la funzione vettoriale $f^{(2)}(x)$ (calcolarla esplicitamente *a mano* e quindi definirla come funzione Matlab);
- si assegni ad x un set di 100 punti equispaziati nell'intervallo $[0, 1]$;
- si ponga a uguale a -1 , b uguale a 2 ;
- si ponga h uguale a 10^{-3} ;

(continua →)

- definisca un ciclo-for in cui l'indice di iterazione k varia da 1 a 100 e alla k -sima iterazione di tale ciclo,
 - (a) si ponga x_k uguale a alla k -sima componente di x
 - (b) si applichi l'algoritmo `differenze_centrali` relativamente f , x_k , h , a , b e si ponga in $y_2(k)$ il risultato ottenuto relativamente all'approssimazione e in $err_est(k)$ la stima dell'errore compiuto;
- terminato il ciclo-for, si valuti vettorialmente D_2f in x e si ponga il risultato in D_2fx ;
- si ponga in ae il valore assoluto della differenza di D_2fx con y_2 ;
- si ponga in max_ae il massimo valore del vettore ae ;
- si ponga in max_est il massimo valore del vettore err_est ;
- si stampino su monitor i valori assunti da max_ae e max_est , con una cifra prima della virgola, tre dopo la virgola, in formato esponenziale;
- si esegua il grafico in scala semilogaritmica avente per ascisse x e ordinate ae , con una linea rossa, e un $+$ in rosso per ogni coppia $(x(k), ae(k))$, $k = 1, \dots, 100$;
- nella tabella che segue si scrivano i valori stampati su monitor di max_ae e max_est

<code>max_ae</code>	1.814e-07
<code>max_est</code>	9.869e-06