

Presentazione del corso di Calcolo Numerico, canale B Ingegneria dell'Energia. ¹

A. Sommariva²

Abstract

Presentazione del corso.

Ultima revisione: 21 febbraio 2020

1. Presentazione sintetica del corso

Esistono molte definizioni di cosa sia il calcolo numerico ed in [1] ve ne è data una ampia discussione.

Tra le varie, diremo che

Il Calcolo Numerico (o Analisi Numerica) è la disciplina che sviluppa ed analizza metodi per la risoluzione di problemi della matematica e delle Scienze applicate.

Per fornire una soluzione approssimata a tali problemi, si usano algoritmi, che in questo corso implementeremo in linguaggio Matlab.

Per capire meglio l'ambito dell'Analisi Numerica, forniamo qualche esempio.

- Si consideri l'equazione

$$x^2 - 3 \sin(x) = \log(x).$$

Non è semplice determinare quale sia un valore di x^* che risolve tale problema (ammesso ce ne sia uno).

Stessa cosa dicasi per l'equazione

$$\exp(x - 2) = \sqrt{x^2 + 1}$$

Ciò nonostante è possibile approssimare numericamente, se esiste, un tale x^* .

- Si desideri determinare

$$I = \int_0^1 \exp(-x^2) dx$$

Visto che non è nota una primitiva di $\exp(-x^2)$, non possiamo utilizzare le comuni tecniche che valutano I mediante il teorema fondamentale del calcolo integrale. Ciò nonostante è possibile approssimare numericamente tale quantità.

- In fluidodinamica la *correlazione di Colebrook* è un'equazione che permette di ottenere il *coefficiente di attrito di Darcy* λ di un generico fluido in tubi lisci o ruvidi.

Questo legame matematico nasce dalla combinazione di risultati empirici a studi di flusso laminare e turbolento nelle tubature e fu sviluppata nel 1939 da Colebrook e White.

L'equazione in oggetto è

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{e}{3.51d} + \frac{2.52}{N_R \sqrt{\lambda}} \right)$$

dove

- e è la scabrezza del tubo (in metri),
- d è il diametro del tubo (in metri),
- N_R è il numero di Reynolds (cf. [3]).

e non esiste in generale una soluzione esplicita del problema.

- In ottica, per il progetto di una camera a raggi infrarossi si è interessati a calcolare l'energia emessa da un corpo nero nello spettro (infrarosso) compreso tra le lunghezze d'onda $3\mu m$ e $14\mu m$.

La risoluzione di questo problema si ottiene calcolando il valore del seguente integrale

$$I = E(T) = 2.39 \cdot 10^{-11} \int_{3 \cdot 10^{-4}}^{14 \cdot 10^{-4}} \frac{1}{x^5 \left(\exp\left(\frac{1.432}{Tx}\right) - 1 \right)} dx$$

che rappresenta l'*equazione di Plank* per l'energia, dove

- x è la lunghezza d'onda,
- T è la temperatura in gradi Kelvin del corpo nero.

Fissato T_0 , ad esempio 215, si vuole calcolare $E(T_0)$.

Nuovamente, non esistendo una primitiva esplicita dell'integranda, non è facile valutare esattamente il valore di $E(T_0)$, mentre numericamente richiede in computer moderni una frazione di secondo, con molte cifre decimali esatte.

In generale, come vedremo durante il corso, il calcolo numerico fornisce soluzioni approssimate a questi ed altri problemi della Matematica e delle Scienze Applicate.

2. Dettagli del corso

2.1. Argomenti del corso

Il corso prevede i seguenti argomenti:

- Aritmetica di macchina e analisi degli errori. Stabilità e malcondizionamento.
- Metodi iterativi per la risoluzione di equazioni nonlineari.
- Approssimazione ed interpolazione polinomiale.
- Quadratura numerica.
- Algebra lineare numerica. Soluzione di sistemi lineari mediante metodi diretti ed iterativi.

2.2. Pagina web

Nella pagina web del docente <http://www.math.unipd.it/alvise/didattica.html> si possono trovare tutte le informazioni sul corso, in particolare

- i .pdf relativi alle slides e alle note del corso,
- le soluzioni agli esercizi di laboratorio,
- i testi suggeriti,
- il registro delle lezioni,
- le istruzioni per l'esame di teoria e di laboratorio,
- come contattare il docente,
- i manuali suggeriti.

2.3. Testi di riferimento

Quali testi di riferimento, si suggeriscono:

- Quarteroni-Saleri: Introduzione al Calcolo scientifico. Esercizi e problemi risolti con Matlab.
- G. Rodriguez: Algoritmi Numerici.
- K.E. Atkinson: Elementary Numerical Analysis (in inglese).
- K.E. Atkinson: An Introduction to Numerical Analysis (in inglese).
- A. Martinez, Calcolo Numerico con Matlab. Temi d'esame di laboratorio. Testi e soluzioni. Edizioni Libreria Progetto, 2017.
- Per alcune tracce di calcolo numerico, si consideri

<https://www.math.unipd.it/~marcov/studenti.html>

2.4. Modalità d'esame

Relativamente all'esame:

- Per superare l'esame, gli studenti devono avere un **voto sufficiente sia sulla prova di teoria che di laboratorio**.
- I voti di entrambe restano validi per l'intero accademico.
- La prova di teoria consiste in una o più domande di teoria, mentre quella di Laboratorio nell'implementazione di una o più funzioni Matlab.
- Il voto della prova di laboratorio (se sufficiente) produce inoltre una possibile aggiunta al voto dello scritto, se maggiore o uguale a 18, al più di due punti.

Più in dettaglio si osserverà la seguente tabella:

Voto in trentesimi della prova di Laboratorio	18-22	23-26	27-30
Aggiunta al voto in trentesimi della prova di teoria	0	1	2

Bibliografia

- [1] I. N. Trefethen, *The definition of numerical analysis*. http://people.maths.ox.ac.uk/trefethen/publication/PDF/1992_55.pdf
- [2] Wikipedia, *Equazione di Colebrook*, https://it.wikipedia.org/wiki/Equazione_di_Colebrook
- [3] Wikipedia, *Numero di Reynolds*, https://it.wikipedia.org/wiki/Numero_di_Reynolds