Matrici in Matlab.

Alvise Sommariva

Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Matematica

May 16, 2017

Introduzione

Sia $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ una matrice $m \times n$ con componenti $a_{i,j}$ numeri reali. Il proposito è di mostrare

- come definire una matrice,
- come selezionare un elemento particolare.

Definizione di alcune matrici

Iniziamo con il mostrare alcune matrice particolari:

- la matrice $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ con componenti tutte nulle è descritta da `A=zeros(m,n)`;
- la matrice $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ identica, cioè con componenti tutte nulle ad eccezione di quelle sulla diagonale che sono uguali a 1, cioè $a_{i,j} = \delta_{i,j}$ dove $\delta_{i,j}$ è l'operatore di Kronecker, è descritta da `A=eye(m,n)`;
- la matrice $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ con componenti tutte uguali a 1 è descritta da `A=ones(m,n)`;
- la matrice $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ con componenti numeri casuali in $(0, 1)$ è descritta da `A=rand(m,n)`.

In tutti questi casi, se invece di due variabili m, n se passa una sola come input, si ottiene di default una matrice quadrata di quelle dimensioni.

Esempio

Alcuni esempi:

```
>> A=zeros(2)
A =
     0     0
     0     0
>> B=eye(2)
B =
     1     0
     0     1
>> C=ones(2,3)
C =
     1     1     1
     1     1     1
>> D=rand(2)
D =
    0.8147    0.1270
    0.9058    0.9134
>>
```

Esempio

Per selezionare l'elemento $a_{i,j}$ si utilizza il comando `a(i,j)`.

```
>> A=rand(3)
A =
    0.4854    0.4218    0.9595
    0.8003    0.9157    0.6557
    0.1419    0.7922    0.0357
>> A(2,3)
ans =
    0.6557
>> A(2,3)=1; A  % Assegnazione A(2,3)=1.
A =
    0.4854    0.4218    0.9595
    0.8003    0.9157    1.0000
    0.1419    0.7922    0.0357
>>
```

Esempio

Per selezionare l'elemento $a_{i,j}$ si utilizza il comando `a(i,j)`.

```
>> A=rand(3)
A =
    0.4854    0.4218    0.9595
    0.8003    0.9157    0.6557
    0.1419    0.7922    0.0357
>> A(2,3)
ans =
    0.6557
>> A(2,3)=1; A  % Assegnazione A(2,3)=1.
A =
    0.4854    0.4218    0.9595
    0.8003    0.9157    1.0000
    0.1419    0.7922    0.0357
>>
```

Assegnazione matrice

Il più delle volte, l'assegnazione di una matrice di piccole dimensioni è effettuata manualmente. Supponiamo di voler assegnare ad A la matrice

$$\left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{array}\right)$$

In ambiente Matlab/Octave

```
>> A=[1 2; 3 4]
A =
     1     2
     3     4
>>
```

Osserviamo che abbiamo definito la matrice riga per riga, passando da una riga alla successiva mediante ;.

Prodotto matrice vettore

Se A è una matrice $m \times n$ e x un vettore colonna $n \times 1$, il prodotto matrice/vettore Ax si effettua con il comando $*$ come segue:

```
>> A=[1 2; 3 4]; % matrice 2 x 2.
>> x=[2; 4]; % vettore 2 x 1.
>> A*x
ans =
    10
    22
>>
```

Ricordiamo che se $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ allora

$$(A * x)_i = \sum_{j=1}^{n} a_{i,j} \cdot x_j$$

per $i = 1, \ldots, m$.

Comandi tril e triu

I comandi `tril` e `triu` permettono di determinare rispettivamente la parte triangolare inferiore e superiore di una matrice, come si evince dal loro `help`. Vediamone un esempio.

```
>> A=rand(3)
A=
    0.8147    0.9134    0.2785
    0.9058    0.6324    0.5469
    0.1270    0.0975    0.9575
>> B=tril(A)
B =
    0.8147         0         0
    0.9058    0.6324         0
    0.1270    0.0975    0.9575
>> C=triu(A)
C =
    0.8147    0.9134    0.2785
         0    0.6324    0.5469
         0         0    0.9575
>>
```

Comandi tril e triu

Ricordando che il comando `norm` indica la norma di una matrice e che $norm(A) = 0$ se e solo se la matrice A è nulla, possiamo facilmente stabilire se una matrice è triangolare inferiore o superiore.

```
>> A=rand(2)
A =
    0.7431    0.6555
    0.3922    0.1712
>> L=tril(A)
L =
    0.7431         0
    0.3922    0.1712
>> norm(A-L)
ans =
    0.6555
>>% la norma non e' nulla e quindi la matrice non e' triangolare inf.
```

Comandi `tril` e `triu`

```
>> D=[1 2; 0 4] % Matrice triangolare superiore
D =
     1     2
     0     4
>> norm(D-triu(D))
ans =
     0
>>
```

Si evince che $D - triu(D) = 0$ cioè $D = triu(D)$ e quindi D è triangolare superiore.

Il comando backslash

Supponiamo che $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sia una matrice non singolare (cioè $det(A) \neq 0$) e che $b \in \mathbb{R}^{n \times 1}$. Il comando backslash permette di risolvere il sistema $Ax = b$, ovvero cercare x tale che $norm(A * x - b) = 0$.

```
>> A=[1 2; 0 4];
>> det(A) % A non singolare
ans =
     4
>> b=[1; 2];
>> x=A\b
x =
         0
    0.5000
>> norm(A*x-b)
ans =
     0
>>
```

Esercizi

Differenze divise

Il seguente pseudocodice implementa le differenze divise (derivato da p.292 testo). Implementarlo in Matlab/Octave.

- Si osservi che il vettore di ascisse `x` ha *n* componenti.
- Inizializzare opportunamente la matrice `c`, ponendola con componenti nulle.

```
[c] = Diff divise (x, y)
n=length(x); c=zeros(n);
% prima colonna
for i = 1, . . . , n
   c(i,1) = y(i)
end for i
% colonne successive
for j = 2, . . . , n
   for i = 1, . . . , n - j+1
      c(i,j) = (c(i+1,j-1) - c(i,j-1))/(x(i+j-1) - x(i))
   end for i
end for j
```

Differenze divise

Siano dati i seguenti nodi ed i relativi valori di una certa funzione f

$$\begin{array}{c|cccc|} x & 3 & 1 & 5 & 6 \\ \hline f(x) & 1 & -3 & 2 & 4 \end{array}$$

Riprodurre la tabella del seguente esempio (Esempio 6.2 p.274)

$$\begin{array}{c|cccc|} 3 & 1 & 2 & (-3/8) & 7/40 \\ 1 & (-3) & 5/4 & 3/20 & \\ 5 & 2 & 2 & & \\ 6 & 4 & & & \end{array}$$

- Notare che se x ha 4 ascisse allora, la tabella centrale è una matrice 4×4.
- Da questa tabella, qual'e' il polinomio interpolatore nella formulazione di Newton?