Calcolo Numerico
TEST del 17 MAGGIO 2018

Cognome e nome ____ **Matricola** ____________
Informatica

Postazione ____________________

FIRMA PER CONSEGNARE ____

FIRMA PER RITIRARSI ____

SI RACCOMANDA AGLI STUDENTI DI **commentare adeguatamente** SCRIPT E FUNCTION MATLAB.

Sia f una funzione sufficientemente regolare. Il metodo di Halley, partendo da un punto iniziale x_0, genera la successione

$$x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)f'(x_n)}{2[f'(x_n)]^2 - f(x_n)f''(x_n)}$$

che sotto opportune ipotesi converge a uno zero x^* dell'equazione $f(x) = 0$.

Si implementi tale metodo mediante la routine Matlab `metodo_halley`, che abbia la seguente intestazione:

```
function [xv,fxv,n,flag]=metodo_halley(f,f1,f2,x0,toll,nmax)

% metodo_halley: Metodo di Halley.
% Uso:
% [xv,fxv,n,flag]=metodo_halley(f,f1,f2,x0,toll,nmax)
%
% Dati di ingresso:
% f: funzione per cui si studia f(x)=0.
% f1: derivata prima di f.
% f2: derivata seconda di f.
% x0: valore iniziale.
% toll: tolleranza richiesta per il valore assoluto
%       della differenza di due iterate successive.
% nmax: massimo numero di iterazioni permesse (nmax > 0).
%
% Dati di uscita:
% xv: vettore contenente le iterate (inclusa quella iniziale).
% fxv: vettore contenente le valutazioni di f in ogni elemento di xv.
% n: numero di iterazioni effettuate (lunghezza vettore xv meno 1).
% flag: 1 se il denominatore dell'iterata di Halley e' nullo;
%         2 se il numero di iterazioni e' maggiore di nmax;
%         0 altrimenti.
```

La routine abbia come input, la funzione f, la sua derivata prima f' e seconda f'' nonché la stima iniziale dello soluzione x_0, la tolleranza `toll`, e il numero massimo di iterazioni `nmax`.

Il codice deve fornire in output il vettore `xv` delle iterazioni, `fxv` contenente la valutazione di f in ogni componente di `xv`, il numero n di iterazioni compiute (ovvero la lunghezza di `xv` meno 1) e una variabile `flag` che valga 1 se $2[f'(x_k)]^2 - f(x_k)f''(x_k) = 0$ per qualche k, 2 se il numero di iterazioni supera `nmax`, e 0 altrimenti.

Quindi si implementi il codice `test_numerico` che applica il metodo di Halley per la risoluzione dell'equazione

$$x^2 - 1 + \exp(-x) = 0$$

partendo dal valore iniziale $x_0 = 0.5$. Dopo l'esecuzione della routine `metodo_Halley`, la function `test_numerico` stampi l'indice delle iterate $k = 1, 2, \ldots, n$, le approssimazioni $x_0, \ldots, x_n$ e il valore assoluto dei valori `fxv`, ovvero $|f(x_0)|, |f(x_1)|, \ldots, |f(x_n)|$, ovvero, la tripla $(k, x_k, |f(x_k)|)$ per $k = 1, 2, \ldots, n$.

Per concludere, stampi tutti i valori degli step $s_1 = |x_1 - x_0|, \ldots, s_n = |x_n - x_{n-1}|$ e in un grafico in scala semilogaritmica (mediante il comando `semilogy`) indichi le coppie $(1, s_1)$, …, (n, s_n) mediante un cerchietto rosso, unite con una linea continua nera.