

Introduzione a Matlab

1 Ambienti software dedicati al calcolo numerico

Al fine di implementare gli algoritmi e verificarne il funzionamento, necessita evidentemente un ambiente di programmazione. Tra quelli che hanno avuto maggior successo in Analisi Numerica citiamo il Fortran, il C++, Phyton, Matlab (o le sue alternative freeware GNU Octave o Scilab).

In generale, accanto a uno qualsiasi di questi linguaggi troviamo librerie di calcolo scientifico, che in qualche senso da definire sono *codici* che un utente può utilizzare per risolvere problemi dell'Analisi Numerica più velocemente ed efficacemente. I programmi di queste librerie sono stati implementati con cura da specialisti, cosicchè l'utente finale deve solo richiamarli, qualora lo ritenga opportuno.

In questo corso utilizzeremo MATLAB (sigla per Matrix Laboratory). Tale programma di tipo commerciale ha avuto origine nel 1983 ed ha avuto successo per la semplicità dei suoi comandi. All'url

<http://www.mathworks.com>

si possono trovare maggiori precisazioni sul suo utilizzo.

Come anticipato, esistono dei linguaggi la cui struttura è molto simile a MATLAB: GNU Octave o Scilab. Tra questi ultimi, GNU Octave presenta così tante similitudini da essere utilizzato con codici MATLAB con alte probabilità di non presentare alcun errore di sintassi. Per dettagli tecnici si consulti

<http://octave.sourceforge.net/>

GNU Octave può trovarsi gratuitamente in molte release di Linux, come ad esempio Quantian. Per dettagli si veda

<http://dirk.eddelbuettel.com/quantian.html/>

L'installazione su PC con Windows o MacOS risulta più complicata. Si considerino le distribuzioni per PC

<http://www.math.mcgill.ca/loisel/octave-workshop/>

<http://octave.sourceforge.net/>

e per MAC

<http://wiki.octave.org/wiki.pl?OctaveForMac>

1.1 Il Workspace di Matlab

I programmi scritti in linguaggio Matlab (o GNU Octave), vanno necessariamente salvati in un file di testo avente estensione *.m* (detto comunemente *m-file*).

Per familiarizzare con tali ambienti, si apra una finestra di tipo *terminale* e si digiti da tale *shell* il comando `matlab` (o in alternativa `octave`).

L'ambiente di calcolo, che si presenta con una linea di comando del tipo `>>` permette di eseguire programmi che appartengono all'ambiente e programmi costruiti dall'utente, semplicemente digitando il nome dell'*m-file* che li contiene, senza estensione, sulla riga di comando e premendo il tasto ENTER. Così se il programma è salvato nel file `mioprogramma.m` e vogliamo lanciarlo con Matlab/Octave, digiteremo su shell solamente `mioprogramma`.

Per essere eseguiti i programmi devono essere visibili dall'ambiente di lavoro di Matlab/Octave (il cosiddetto *workspace*).

Per capire questo punto si digiti sulla *shell* di Matlab/Octave il comando `ls`. Immediatamente vengono listati i files nella cartella corrente. Per cambiare cartella basta digitare sulla shell di Matlab/Octave un comando del tipo `cd altracartella` dove `altracartella` è una directory in cui vogliamo muoverci. Il comando `cd .` muove Matlab/Octave in una cartella contenente la directory attuale. Matlab/Octave vede tutti i file che può listare con `ls`.

L'ambiente mantiene disponibili in memoria tutte le variabili che sono state inizializzate dal momento dell'ingresso nell'ambiente in poi, sia tramite singoli comandi che tramite istruzioni contenute nei programmi eseguiti, entrambi impartiti dalla linea di comando dell'ambiente. Questa è una sostanziale differenza rispetto alla programmazione in C o in FORTRAN, dove le variabili vengono allocate all'inizio dell'esecuzione del programma e poi de-allocate (cioè cancellate) al termine dell'esecuzione stessa. Una conseguenza immediata di questo fatto è che, ad esempio, in un ambiente come il Matlab non è necessario salvare esplicitamente su file i valori delle variabili che si vogliono osservare (es. graficare) dopo l'esecuzione del programma.

In termini grossolani, ciò significa che se il programma che abbiamo appena fatto girare conteneva la variabile `n`, una volta terminata l'esecuzione il valore di `n` è memorizzato e richiamabile dalla shell di Matlab/Octave. Per capire questo si digiti `a=atan(0.2)`; e si preme ENTER. Quindi `a` e si preme nuovamente ENTER. Se tutto è stato eseguito correttamente viene scritto su monitor

```
>> a=atan(0.2);
>> a

a =

    0.1974

>>
```

segno che la variabile `a` dopo essere stata assegnata è mantenuta in memoria.

Un'altra caratteristica molto importante di questo ambiente è avere un meccanismo di *help* in linea, disponibile per tutti i comandi ed i programmi che siano

visibili ed eseguibili dal workspace (quindi anche quelli costruiti dall'utente). A tal proposito basta scrivere da shell

```
help nomeprogramma
```

per produrre la stampa a video delle prime righe commentate del file *programma.m*.

Per esempio digitando `help sin` e premendo ENTER otteniamo da Matlab 6

```
>>help sin
```

```
SIN      Sine.
        SIN(X) is the sine of the elements of X.
```

```
Overloaded methods
        help sym/sin.m
```

1.2 La grafica di Matlab

Non è sufficiente produrre dei (buoni) risultati numerici, bensì è anche necessario poterli osservare a valutare in modo adeguato. Solitamente questa operazione richiede la produzione di qualche tipo di grafico, per cui l'esistenza di capacità grafiche è un elemento fondamentale di un ambiente di calcolo. Matlab possiede capacità grafiche evolute ed Octave si appoggia a Gnuplot (applicativo anch'esso open-source). A tal proposito consideriamo il seguente esempio (studio della funzione $\sin(1/x)$ nell'intervallo $[eps, 1)$, dove $eps = 2.2204e - 016$)

```
x=eps:0.01:1;
y=sin(1./x);
plot(x,y, '.');
```

Per scrivere tale programma, si digiti su shell Unix/Linux

```
pico studiofunzione.m
```

e quindi si copi il codice utilizzando tale editor. Quindi si digiti contemporaneamente CTRL ed X e si preme il tasto ENTER. Quindi dalla shell di Matlab/Octave si scriva `studiofunzione`. Se tutto è stato eseguito correttamente viene visualizzato il grafico della funzione.

1.3 L'esecuzione dei programmi

Matlab e Octave effettuano la dichiarazione automatica delle strutture dati: quando viene usata una variabile per la prima volta, essi creano automaticamente lo spazio in memoria per contenerla. Questo meccanismo è molto comodo per il programmatore e non è comune nei linguaggi di programmazione. Ciò significa che non bisogna dire ad esempio che la variabile n è un numero reale, poichè Matlab/Octave non lo richiedono. A verificare la correttezza sintattica dei programmi ci pensa l'interprete, ma per verificare che lo svolgimento dei calcoli sia quello desiderato, è necessario confrontare un'esecuzione su un problema di piccole dimensioni con i calcoli a mano.

Per chi volesse saperne di più, si consultino ad esempio

http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/matlab/learnmatlab.pdf
<http://www.mathworks.com/moler/>

2 Matlab: operazioni con matrici e vettori

In questa sezione, mostreremo alcuni comandi di MATLAB che risulteranno utili per implementare gli algoritmi descritti in seguito.

2.1 Operazioni aritmetiche e funzioni elementari predefinite

+	addizione
-	sottrazione
*	prodotto
/	divisione
^	potenza

Mostriamo un primo esempio sull'utilizzo di tali operazioni in Matlab.

```
>>format short
>>(2+3*pi)/2
ans =
5.7124
>>format long
>>(2+3*pi)/2
ans =
5.71238898038469
>>format long e
>>(2+3*pi)/2
ans =
5.712388980384690e+000
```

Altre funzioni elementari comunemente usate sono

abs	valore assoluto
sin	seno
cos	coseno
tan	tangente
exp	esponenziale
sqrt	radice quadrata
log10	logaritmo base 10
log	logaritmo
floor	arrotondamento
ceil	arrotondamento
acos	arco coseno
cosh	coseno iperbolico

2.2 Assegnazioni

Si consideri l'esempio

```
>>a=3-floor(2.3)
ans =
    1
>>a=3-ceil(2.3)
ans =
    0
>>b=sin(2*pi);
```

Si noti che il “;” ha come effetto che non mette in display il valore della variabile b .

Se digitiamo il comando senza “;” il valore della variabile b verrà visualizzato come segue

```
>>a=sin(2*pi)
a =
-2.4493e-016
```

Si osservi che il risultato non è 0 come ci si aspetterebbe, ma comunque un valore molto piccolo in modulo.

2.3 Definizione di una funzione

In Matlab l'utente può definire una funzione scrivendo un M-file, cioè un file con l'estensione `.m`. Per scrivere una funzione nella shell di Linux si digiti `pico fun.m`. Per salvare il file premere contemporaneamente CTRL e X. Mostriamo di seguito un esempio di funzione.

```
function y=fun(x)
y=5+sin(x);
```

Di conseguenza

```
y=fun(pi);
```

assegna alla variabile di input x il valore π e alla variabile di output y il valore $5 + \sin(\pi)$.

Ovviamente Matlab segnala errore se alla variabile di output y non è assegnato alcun valore. Per convincersene si scriva la funzione

```
function y=fun(x)
z=5+sin(x);
```

e da shell si esegua il comando

```
y=fun(pi);
```

come risultato Matlab avvisa su shell

Warning: One or more output arguments not assigned during call to 'fun'.

Alcune osservazioni:

- Ricordiamo che è fondamentale salvare il file in una directory appropriata e che se la funzione è chiamata da un programma al di fuori di questa directory una stringa di errore verrà visualizzata nella shell

```
??? Undefined function or variable 'fun'.
```

Le funzioni predefinite da Matlab sono visibili da qualsiasi directory di lavoro. Quindi se il file *fattoriale.m* creato dall'utente è nella cartella *PROGRAMMI* e viene chiamato dalla funzione *binomiale.m* che fa parte di una cartella esterna *ALTRO* (ma non di *PROGRAMMI*), Matlab segnala l'errore compiuto. Se invece *binomiale.m* chiama la funzione Matlab predefinita *prod.m*, la funzione *binomiale.m* viene eseguita perfettamente.

- L'uso delle variabili è locale alla funzione. In altre parole se scriviamo

```
s=fun(pi);
```

durante l'esecuzione della funzione di *fun* viene assegnata alle variabili *x*, *y* un'extra allocazione di memoria che viene rilasciata quando si esce da *fun*. Uno degli effetti è che il programma

```
>>y=(2*pi);
>>x=fun(y)
```

viene eseguito correttamente nonostante ci sia un'apparente contrasto tra le *x* ed *y* della parte in shell di Matlab con le variabili *x* ed *y* della funzione *fun*, che peraltro hanno un significato diverso (alla *x* del programma viene assegnata in *fun* la variabile locale *y*!).

- Spesso risulta necessario avere più variabili di input o di output in una funzione. Per capirne la sintassi si consideri l'esempio

```
function [s,t] = fun2(x,y)
    s=(x+y);
    t=(x-y);
```

- Per ulteriori dubbi sulla programmazione di una funzione si esegua da shell il comando

```
>>help function
```

Osservazione: spesso nell'help di Matlab le funzioni sono in maiuscolo, ma quando debbono essere chiamate si usi il minuscolo. Per esempio, si digiti su shell

```
>>help sum
```

Quale risposta abbiamo

```
SUM(X,DIM) sums along the dimension DIM.
```

mentre

```
>>a=[1 2];
>>SUM(a);
??? Capitalized internal function SUM; Caps Lock may be on.
>>sum(a)
ans =
     3
```

Conseguentemente il comando (vettoriale) `sum` che somma tutte le componenti di un vettore non può essere scritto in maiuscolo.

2.4 Operazioni con le matrici

Esistono vari modi per definire una matrice A . Se ad esempio

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

un primo metodo è via l'assegnazione diretta

```
A=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
```

un secondo ciclo `for` (come vedremo successivamente)

```
for i=1:3
  for j=1:3
    a(i,j)=3*(i-1)+j;
  end
end
a
```

Per implementare questi due cicli `for` innestati si scriva il programma su un file `ciclofor.m` e lo si lanci dalla shell di Matlab/Octave con il comando `ciclofor`.

Il primo va bene per matrici di piccole dimensioni essendo poche le componenti da scrivere *manualmente*. Il secondo è più adatto a matrici strutturate come la matrice di Hilbert che ha componenti (rispetto alle righe e alle colonne) $a_{i,j} = (i+j-1)^{-1}$.

Osserviamo che il comando `a(i,j)` permette di selezionare la componente (i,j) della matrice A . Ad esempio:

```
>>A=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
>>A(2,3)
ans =
     6
```

Tra le più comuni operazioni tra matrici ricordiamo

```
C=A'
C=A+B
C=A-B
C=A*B
C=A.*B
```

che assegnano alla variabile C rispettivamente la trasposta della matrice A , la somma, la sottrazione, il prodotto e il prodotto puntuale, cioè componente per componente di due matrici A, B (non necessariamente quadrate). Così se ad esempio

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

e $C=A.*B$ allora C è la matrice

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 21 & 32 \end{pmatrix}$$

Osserviamo che quello citato non corrisponde all'usuale prodotto di matrici. Infatti, se

1. A ha m righe ed n colonne,
2. B ha n righe ed p colonne,

allora $C = A * B$ è una matrice con m righe e p colonne tale che $C = (c_{i,j})$ con

$$c_{i,j} = \sum_{k=1}^n a_{i,k} \cdot b_{k,j}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, p.$$

Vediamo il nostro caso particolare. Se $D = A * B$ abbiamo

$$D = \begin{pmatrix} (1 \cdot 5 + 2 \cdot 7) & (1 \cdot 6 + 2 \cdot 8) \\ (3 \cdot 5 + 4 \cdot 7) & (3 \cdot 6 + 4 \cdot 8) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{pmatrix}$$

Eseguiamo dalla shell di Matlab/Octave

```
A=[1 2; 3 4]; B=[5 6; 7 8]; D=A*B
```

Si ottiene

$$D = \begin{pmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{pmatrix}$$

Ricordando che in generale l'usuale prodotto (indicato con *) tra due matrici non è commutativo ci aspettiamo che $D = A * B$ non coincida con $F = B * A$. E infatti da $F=B*A$ otteniamo

$$F = \begin{pmatrix} 23 & 34 \\ 31 & 46 \end{pmatrix}$$

Altri comandi di comune utilizzo sono

<code>rand(m,n)</code>	matrice di numeri random di ordine m per n
<code>det(A)</code>	determinante della matrice A
<code>size(A)</code>	numero di righe e colonne di A
<code>hilb(n)</code>	matrice di Hilbert di ordine n
<code>eye(n)</code>	matrice identica di ordine n
<code>zeros(n)</code>	matrice nulla di ordine n
<code>ones(n)</code>	matrice con componenti 1 di ordine n
<code>diag(A)</code>	vettore diagonale della matrice A
<code>inv(A)</code>	inversa di A
<code>norm(A)</code>	norma di A (anche vettori!)
<code>cond(A)</code>	condizionamento di A
<code>eig(A)</code>	autovalori di A

2.5 Operazioni con i vettori

Pensando i vettori riga (o colonna) come particolari matrici, ci si rende conto che le operazioni appena introdotte possono essere usate pure nel caso vettoriale. In altri termini, se u e v sono vettori,

```
c=u'
c=u+v
c=u-v
c=u.*v
```

assegnano alla variabile c rispettivamente la trasposta del vettore a , la somma, la sottrazione e il prodotto puntuale (cioè componente per componente) di due vettori a, b . Se u e v sono due vettori colonna la scrittura $c=u' * v$ calcola l'usuale prodotto scalare u e v . Ricordiamo che se

$$u = (u_i)_{i=1,\dots,m} \quad v = (v_i)_{i=1,\dots,m}$$

allora

$$u * v = \sum_{i=1}^m u_i \cdot v_i.$$

Osserviamo subito che in Matlab invece di $u * v$ scriviamo $c=u' * v$.

Vediamo qualche esempio

```

>> u=[1; 2]
u =
     1
     2

>> v=[3; 4]
v =
     3
     4

>> u'
ans =
     1     2

>> u+v
ans =
     4
     6

>> u-v
ans =
    -2
    -2

>> u.*v
ans =
     3
     8

>> u'*v
ans =
    11

>> v'*u
ans =
    11

>>

```

Dati una matrice quadrata non singolare A di ordine n e un vettore colonna $b \in R^n$, il comando $x = A \setminus b$ calcola la soluzione del sistema lineare $Ax = b$.

In molti casi risulta utile generare vettori del tipo

$$x_k = x_0 + k \cdot \dots, k = 0, \dots, N.$$

Vediamone alcuni esempi e i relativi comandi Matlab:

- il vettore riga $u = [0; 1; 2; 3; 4]$ può essere definito dal comando Matlab

```
u=0:4;
```

- il vettore riga $v = [0; 2; 4]$ puo' essere definito dal comando Matlab

```
v=0:2:4;
```

- il vettore riga $v = [0; 0.2; 0.4; 0.6]$ puo' essere definito dal comando Matlab

```
v=0:0.2:0.6.
```

Uno delle istruzioni Matlab di uso più comune è `length` che calcola il numero di elementi di un vettore. Conseguentemente

```
>> x=[0; 1; 2];
>>length(x)
ans =
     3
```

Qualora risulti necessario si interroghi l'help di Matlab, ed in particolare i toolbox `elmat`, `matfun`. Inoltre si confronti con quanto descritto più estesamente in [1], p. 1015 e seguenti.

2.6 Grafici

```
>> x=0:0.1:pi
>> y=cos(x);
>> plot(x,y,'r-');
```

Attenzione: usare l'invio per passare da una riga alla successiva.

Viene eseguito il plot della funzione $\cos(x)$ campionandola nei punti $x = 0 + k \cdot 0.1$ tra 0 e π (si noti π che fa parte di tale vettore, non essendo multiplo di 0.1). Osserviamo che *r* sta per *rosso*, e *-* esegue l'interpolazione lineare a tratti tra i valori assunti dalla funzione. In alternativa si provino

```
>> plot(x,y,'k+');
>> plot(x,y,'m-o');
```

Nelle prime versioni di Octave la funzione `plot` può avere delle stringhe relative al terzo componente che possono risultare diverse rispetto al corrispettivo in Matlab.

2.7 Loops e Condizionali

==	uguale
~=	non uguale
<	minore
>	maggiore
<=	minore uguale
>=	maggiore uguale

~		non
&		and
		or

```
for (loop variable == loop expression)
...
end
```

```
if (loop variable == loop expression)
...
else
...
end
```

```
while (loop variable == loop expression)
...
end
```

Esempio:

```
s=0;
for j=1:10
    s=s+j;
end
```

Esempio:

```
s=1; j=1;
while j < 10
    s=s*j;
    j=j+1;
end
```

Esempio:

```
a = 50;
if a > 0
    s=1;
else
    if a < 0
        s=-1;
    else
        s=0;
    end
end
fprintf('a: %5.5f s: %1.0f',a,s);
```

2.8 Display

Per il display di un risultato si utilizzano `disp`, `fprintf`. Per maggiori dettagli si provi ad esempio

```
>>help disp
```

Per capire come si usi il comando `fprintf` si consideri il programma

```
% ESEMPIO SUL COMANDO fprintf.
x = 0:.1:1; y = exp(x);
for index=1:length(x)
    fprintf('\n \t [x]: $\\%2.2f [y]: $\\%2.2e', x(index), y(index));
end
```

Commentiamo il codice e conseguentemente l'utilizzo di `fprintf`.

- `% ESEMPIO SUL COMANDO fprintf`: il `%` stabilisce che e' un commento al programma.
- `x = 0:0.1:1; y = exp(x)`: si crea il vettore riga

$$x = [0, 0.1, \dots, 0.9, 1]$$

e in seguito si valuta puntualmente la funzione esponenziale in x . In altri termini

$$y = [\exp(0), \exp(0.1), \dots, \exp(0.9), \exp(1)].$$

Le funzioni elementari precedentemente introdotte come `abs`, `sin`, ..., `cosh` godono pure di questa proprietà e rendono Matlab un linguaggio di tipo *vettoriale*. Dal punto di vista pratico il vantaggio è che molte operazioni possono essere eseguite senza utilizzare il ciclo `for`. Per capire questa adeguatamente particolarità si esegua una programma Matlab che calcoli il vettore $y = [\exp(0), \exp(0.1), \dots, \exp(0.9), \exp(1)]$ con un ciclo `for`.

- `for index=1:length(x)`: istruzione del ciclo `for`. Si noti che si itera per *index* che va da 1 fino alla lunghezza del vettore x , cioè 11.
- `fprintf('\n \t [x]: %2.2f [y]: %2.2e', x(index), y(index));`
: in questa parte si effettua componente per componente il display dei valori nei vettori x e y . Il significato di `%2.2f` è che della componente di indice *index* del vettore x vengono messe in display *due cifre prima della virgola e due cifre dopo la virgola* in notazione decimale. Il significato di `%2.2e` è che della componente di indice *index* del vettore y vengono messe in display *due cifre prima della virgola e due cifre dopo la virgola* in notazione esponenziale. Per capire cosa sia quest'ultima rappresentazione (quella decimale è comunemente utilizzata fin dalle scuole elementari), si digiti su shell (usare l'invio per passare da uno `>>` al successivo). Per quanto concerne `\n` e `\t`, il primo manda a capo prima di stampare qualcosa su schermo, il secondo crea uno spazietto.

```
>>format short e
>>100*pi
ans=
3.1416e+002
```

Il numero $\pi = 314.159265358979\dots$ viene rappresentato come $3.1416e \cdot 10^2$. Questa notazione è particolarmente utile per rappresentazioni di errori. Digtiamo su shell (senza contare gli 0!)

```
>>c=0.0000000000013
>>fprintf(' [VALORE]: %.18f', c)
[VALORE]: 0.000000000001300000
```

Non risulta molto chiaro a prima vista capire quanti 0 ci siano, mentre ciò risulta ovvio scrivendo

```
>>fprintf(' [VALORE]: %.2e', c)
[VALORE]: 1.30e-012
```

- end: fine del ciclo for.

2.9 Altri comandi

1. Per l'esecuzione di un programma `mioprogramma.m` creato dall'utente si digiti dalla shell di Matlab (con Matlab avente quale directory attuale quella contenente il file `mioprogramma.m`)

```
>>mioprogramma
```

2. Per ulteriori toolboxes predefinite in Matlab si digiti

```
>>help
```

3. il comando `cputime` permette come segue di sapere il tempo impiegato da un processo. Si consideri a tal proposito la porzione di codice

```
puntoiniziale=cputime;
s=0; for i=1:100 s=s+i; end
puntofinale=cputime;
tempoimpiegato=puntofinale-puntoiniziale;
```

Il valore della variabile `tempoimpiegato` consiste del tempo impiegato per svolgere le istruzioni

```
s=0; for i=1:100 s=s+i; end
```

2.10 Alcuni semplici esercizi con le matrici e i vettori

1. **Facoltativo.** Si implementi una funzione `fatt` che calcola il fattoriale `fatt` di un numero naturale n , ricordando che

$$\text{fatt}(n) := n! := 1 \cdot \dots \cdot n.$$

La si utilizzi per calcolare mediante un ciclo `for` i fattoriali dei numeri naturali n tra 1 e 20. Si visualizzino i risultati ottenuti. Per gli stessi numeri naturali si usi la funzione di Matlab `gamma` per valutare $\Gamma(n)$. Che relazione sussiste tra $\Gamma(n)$ e `fatt(n)`?

Facoltativo: si utilizzi la funzione fattoriale per calcolare il binomiale

$$A = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

2. **Facoltativo.** Si considerino le matrici di Hilbert A_j per $j = 1, 2, \dots, 20$. Si osservi che la loro costruzione risulta facilitata dal comando `hilb` (si chiami l'`help` di Matlab per ulteriori informazioni). Utilizzando un ciclo `for`, si calcoli al variare di j il determinante $\det(A_j)$ (via il comando `det`). Immagazzinare $\det(A_j)$ in un vettore e visualizzare al variare di j tale risultato sul monitor (via il comando `fprintf`). Cosa succede se al posto di `det(A)` utilizzo `prod(eig(A))`? Ricordare che `eig(A)` fornisce il vettore degli n autovalori $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ della matrice quadrata A (avente n righe e n colonne) e che

$$\det(A) = \lambda_1 \cdot \dots \cdot \lambda_n.$$

References

- [1] V. Comincioli, *Analisi Numerica, metodi modelli applicazioni*, Mc Graw-Hill, 1990.
- [2] The MathWorks Inc., *Numerical Computing with Matlab*, <http://www.mathworks.com/moler>.