

Istituzioni di Analisi Matematica 1-2014-15

P. Mannucci, A. Sommariva

Esercizi sui limiti con gli sviluppi di Taylor

1. Calcolare, per ogni valore reale del parametro α , il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^x - \sin(\alpha x) - 1 + x^3}{1 - \cos(\sqrt{x}) - \frac{1}{2} \log(1+x)}.$$

2. Determinare l'ordine di infinitesimo di $x \sin x - x^2$ e calcolare il seguente limite :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \sin x - x^2}{(1 - \cos x)x}.$$

3. Calcolare per ogni valore reale del parametro α il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arctan(x + x^2) - x}{x^\alpha - \sin(x^2)}.$$

4. Determinare il valore dei parametri a, b reali affinché la funzione seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x + \cos x - e^{x^2/2}}{2x} & x > 0, \\ 2ae^x - 3bx & x \leq 0 \end{cases}$$

- (a) sia continua in $\mathbb{R}$;
(b) sia derivabile in $\mathbb{R}$.

5. Calcolare il limite seguente, per ogni valore reale del parametro α :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \tan\left(\frac{1}{n^3}\right) - e^{\frac{1}{n^3}}}{\left(e^{\frac{1}{n^2}} - 1\right)^{\frac{1}{n^\alpha}}}$$