

# ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA

Commissione P. Mannucci, A. Sommariva, a.a. 2014-2015

Corsi di laurea in Scienze Statistiche

9 luglio 2015

## TEMA 1

IAM: es 1, 2, 3, 4. IAM1, v.o.: es 1, 2. IAM2, v.o.: es 3, 4.

**Esercizio 1** (8 punti) Si consideri la funzione

$$f(x) = (\cos x)^2 + 2|\sin x|.$$

- Determinare il dominio, eventuali simmetrie o periodicità ed il segno di  $f$ ;
- determinare i limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti di  $f$ , eventuali punti in cui è possibile prolungare  $f$  per continuità;
- studiare la continuità e la derivabilità di  $f$ , studiare la monotonia e determinare gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo ed assoluto di  $f$ , calcolare i limiti di  $f'$  se significativi;
- (facoltativo) calcolare  $f''$  e determinare gli intervalli di concavità e convessità con eventuali punti di flesso.
- disegnare un grafico qualitativo di  $f$ .

**Esercizio 2** (8 punti)

Sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \log(x+1)}{2 \sin(x^2)} & x > 0 \\ ax + b & x \leq 0 \end{cases}$$

- Dire per quali valori dei parametri  $a$  e  $b$  la funzione è continua;
- dire per quali valori dei parametri  $a$  e  $b$  la funzione è derivabile; (suggerimento scrivere  $f'_+(0)$  attraverso il rapporto incrementale).

**Esercizio 3** (8 punti)

- Calcolare tutte le primitive di  $f(x) = 3x e^{-x^2}$ .
- Dopo aver calcolato

$$\int_0^{+\infty} 3x e^{-x^2} dx,$$

dire se l'integrale converge o no.

**Esercizio 4** (8 punti)

- Trovare i punti critici della funzione  $f(x, y) = \frac{(x+y)^3}{3}$  e disegnarli sul piano cartesiano. (Non è richiesto lo studio della natura dei punti critici)
- Trovare i massimi e minimi assoluti della funzione  $f(x, y)$  soggetta al vincolo  $g(x, y) = \frac{x^2}{2} + xy + y^2 - 2 = 0$ .

Tempo: due ore. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. N.B. Il punteggio degli esercizi si intende esclusi i facoltativi.