

ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA

Commissione P. Mannucci, A. Sommariva, a.a. 2014-2015

Corsi di Laurea in Scienze Statistiche

23 giugno 2015, **TEMA 1**

IAM: es 1, es 2, es 3a, es 4a. IAM1 (v.o.): es 1, es 2. IAM2 (v.o.): es 3 a e b, es 4 a e b.

Esercizio 1 (8 punti) Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{\arctan|x^2-1|}.$$

- (a) Determinare il dominio, eventuali simmetrie o periodicità ed il segno di f ;
- (b) determinare i limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti di f , eventuali punti in cui è possibile prolungare f per continuità;
- (c) studiare la continuità e la derivabilità di f , studiare la monotonia e determinare gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo ed assoluto di f , calcolare i limiti di f' se significativi;
- (d) disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 2 (8 punti) Calcolare, al variare del parametro reale $a > 0$,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x + x^2 - x + x^5 \log x}{e^x - 1 - x^a}.$$

Esercizio 3 (8 punti) Calcolare tutte le primitive di

$$f(x) = \frac{3 - \log x}{x(\log^2 x - 1)}.$$

(SOLO per IAM2 v.o. 2009) Calcolare

$$\int_{e^2}^{e^3} \frac{3 - \log x}{x(\log^2 x - 1)} dx.$$

Esercizio 4 (8 punti) Studiare la convergenza della serie

$$\sum_1^{+\infty} \left(\frac{\sin n + n^2}{e^n + \log n} \right)^n.$$

(SOLO per IAM2 v.o. 2009) Studiare, al variare di $a > 1$, la convergenza della serie

$$\sum_1^{+\infty} \left(\frac{\sin n + n^2 + a^n}{e^n + \log n} \right)^n.$$

Tempo: IAM due ore, IAM1 e IAM2 v.o. 2009 un'ora. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA

Commissione P. Mannucci, A. Sommariva, a.a. 2014-2015

Corsi di laurea in Scienze Statistiche

23 giugno 2015, **TEMA 2**

IAM: es 1, es 2, es 3a, es 4a. IAM1 (v.o.): es 1, es 2. IAM2 (v.o.): es 3 a e b, es 4 a e b.

Esercizio 1 (8 punti) Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{\arctan|4-x^2|}.$$

- (a) Determinare il dominio, eventuali simmetrie o periodicità ed il segno di f ;
- (b) determinare i limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti di f , eventuali punti in cui è possibile prolungare f per continuità;
- (c) studiare la continuità e la derivabilità di f , studiare la monotonia e determinare gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo ed assoluto di f , calcolare i limiti di f' se significativi;
- (d) disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 2 (8 punti)

Calcolare, al variare del parametro reale $\alpha > 0$,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+x) + x^3 - x + x^4 \log x}{1 - \cos x - x^\alpha}.$$

Esercizio 3 (8 punti)

(a) Calcolare tutte le primitive di

$$f(x) = \frac{(2 - \sin x) \cos x}{1 - \sin^2 x}.$$

(b) (**SOLO per IAM2 v.o. 2009**) Calcolare

$$\int_0^{\pi/4} \frac{(2 - \sin x) \cos x}{1 - \sin^2 x} dx.$$

Esercizio 4 (8 punti)

(a) Studiare la convergenza della serie

$$\sum_1^{+\infty} \left(\frac{n^5 + \log n}{3^n + \cos n} \right)^n.$$

(b) (**SOLO per IAM2 v.o. 2009**) Studiare, al variare di $b > 1$, la convergenza della serie

$$\sum_1^{+\infty} \left(\frac{n^5 + \log n + b^n}{3^n + \cos n} \right)^n.$$

Tempo: IAM due ore, IAM1 e IAM2 v.o. 2009 un'ora. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.