

**Esempio di parte B del compito di
Istituzioni di Analisi Matematica**
(giustificare le risposte, 2 ore di tempo)

P. Mannucci, A. Sommariva

Gennaio 2015.

1. (8 punti) Studiare la funzione

$$f(x) = \arcsin \left(\frac{1}{|x+1|} \right)$$

(Dominio, segno, eventuali simmetrie, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, continuità e derivabilità, crescita e decrescita, eventuali minimi e massimi relativi ed assoluti, eventuali attacchi di f' , abbozzo del grafico. Non è richiesto lo studio di f'' .)

2. (8 punti) Studiare la convergenza assoluta e la convergenza (semplice) della seguente serie, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{e^{n(\alpha-1)}}{n}.$$

3. (7 punti) Calcolare l'integrale

$$\int_1^2 \frac{1}{(1+2\log x + \log^2 x)x} dx.$$

Facoltativo: dire se $\int_2^{+\infty} \frac{1}{(1+2\log x + \log^2 x)x} dx$ converge.

4. (7 punti)

Determinare il valore dei parametri a, b reali affinché la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x + \cos x - e^{-x^2}}{2x} & x > 0, \\ 2ae^x - 3bx & x \leq 0 \end{cases}$$

- (a) sia continua in \mathbb{R} ;
- (b) (facoltativo) sia derivabile in \mathbb{R} .

Ci possono essere esercizi sugli argomenti trattati a lezione, di difficoltà simile a quelli fatti a lezione o assegnati per casa. In particolare esercizi su:

- 1) Studi di funzione.
- 2) Limiti, continuità e derivabilità di funzioni.
- 3) Limiti di successioni.
- 4) Serie.
- 5) Integrali indefiniti, definiti e generalizzati.
- 6) Derivate parziali, piani tangenti, derivate direzionali, ricerca di max e min liberi e vincolati per funzioni di due variabili.