

Esercizio 1 Calcolare i seguenti integrali definiti:

- $\int_0^{\pi/4} e^x \cos x \, dx;$
- $\int_0^1 x(2+x^2)e^{x^2} \, dx;$
- $\int_0^1 e^x \sin^2 x \, dx;$
- $\int_1^3 (x^2+2) \log x \, dx;$
- $\int_1^3 (x+3) \log^2 x \, dx;$
- $\int_1^2 \frac{\log x}{x} \, dx;$
- $\int_0^\pi \cos x \sin(\sin x) \, dx;$
- $\int_5^7 (3x^2+2)e^{-x^3-2x} \, dx;$
- $\int_0^{\pi/4} \frac{2x}{1-\sin^2 x} \, dx;$
- $\int_0^{\pi/4} \sin x \tan^2 x \, dx;$
- $\int_0^1 \sqrt{1+\sqrt{x}} \, dx.$

Esercizio 2 Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

- $\int \frac{1}{(2x^2+12x+36)^2} \, dx;$
- $\int \frac{1}{x^2-x-2} \, dx;$
- $\int \frac{1}{(1+x^2)^4} \, dx;$
- $\int \frac{1+2e^x}{e^{2x}-2e^x+2} \, dx;$
- $\int \frac{1}{(25+x^2-6x)^3} \, dx;$
- $\int \frac{1}{4+x^4} \, dx$ (Suggerimento: $x^4+4 = (x^2+2)^2 - (2x)^2 = \dots$)

Esercizio 3 Calcolare i seguenti integrali:

- $\int_0^1 \frac{x^3}{x^3+x^2+x+1} dx;$
- $\int_0^2 \frac{1}{x^3+4x^2+5x+2} dx$ (sugg.: il denominatore è multiplo di $x+1$);
- $\int_{-1}^{-1/2} \frac{x^2+1}{x^4-2x^3+x^2} dx;$
- $\int_0^1 \frac{1}{x^4+3x^2+2} dx;$
- $\int_1^2 \frac{x^5}{x^6+2x^4+x^2} dx;$
- $\int_1^2 \frac{1}{x^5-3x^4+4x^3-12x^2+4x-12} dx$ (sugg.: raccogliere “a coppie” un fattore $x-3$);
- $\int \frac{x+2}{(x^2+6x+10)^2} dx;$
- $\int \frac{2x+5}{(4x^2+4x+3)^3} dx;$
- $\int \frac{5x^4+12x^2-3x+3}{(x^2+1)(x^3-2x^2+x-2)} dx;$
- $\int \frac{1}{x(x^2+1)^3} dx;$

Esercizio 4 Calcolare i seguenti integrali:

- $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}} dx;$
- $\int_0^1 \frac{\sqrt[4]{x+1}+\sqrt[3]{x+1}}{1+\sqrt[6]{x+1}} dx;$
- $\int_1^{64} \frac{\sqrt{x}+\sqrt[6]{x}}{\sqrt[6]{x}(\sqrt[3]{x}+1)^2x} dx;$
- $\int_1^{e^3} \frac{e^{3x}+e^x+1}{e^{2x}+2e^x+1} dx;$
- $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+x+\frac{1}{2}}} dx;$
- $\int \frac{x^2}{\sqrt{-x^2+x}} dx;$

- $\int_{2\pi/3}^{\pi/2} (\sin x) \left(3 + \frac{\sin x}{\tan(x/2)}\right) dx;$
- $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{1-\sin x} (1 + \tan^2(x/2)) dx;$
- $\int_0^{\pi/2} \sin^4 x dx;$
- $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx;$
- $\int_0^{\pi/4} e^{\tan x} \frac{\sin^2 x}{2-\sin^2(2x)+2\cos(2x)} dx;$
- $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{-x^2+2x+1}} dx;$
- $\int \frac{1}{x^2\sqrt{1-x^2}} dx;$
- $\int \frac{1}{x^2\sqrt{1+x^2}} dx;$
- $\int_{-1}^0 \frac{\sqrt{4x^2-4x}}{(x-\frac{1}{2})^2} dx;$
- $\int_1^2 \frac{\sqrt{4x^2-4x}}{(x-\frac{1}{2})^2} dx;$
- $\int_{-3}^{2\sinh 1-3} \sqrt{x^2+6x+13} dx.$

Esercizio 5 Sia $f(t) := (1 + |t|)e^{-|t|}$. Esibire la primitiva $F(x)$ di f tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0$. Trovata tale primitiva F , si calcoli $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$.
(sugg.: una primitiva è sicuramente la funzione $G(x) := \int_0^x f(t)dt$. Calcolare $G(x)$ esaminando separatamente i casi $x \geq 0$ e $x < 0$. Dopodiché, ricordare che due primitive differiscono per una costante.)

Esercizio 6 Sia $f(t) := \frac{1}{t^2\sqrt{t^2-1}}$. Esibire la primitiva $F(x)$ di f sull'intervallo $(1, +\infty)$ tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0.$$

Mostrare che $\lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = +\infty$.