

# Istituzioni di Analisi 2

## (programma, domande ed esercizi)

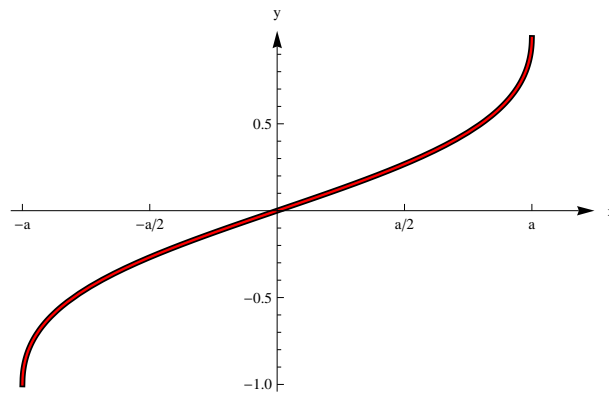
terza settimana

### Argomenti trattati

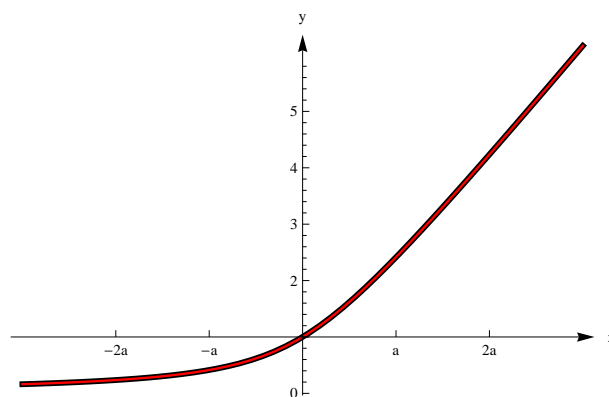
Dal libro di testo: Capitolo 8, da pag 261 a pag 268

### Domande di teoria

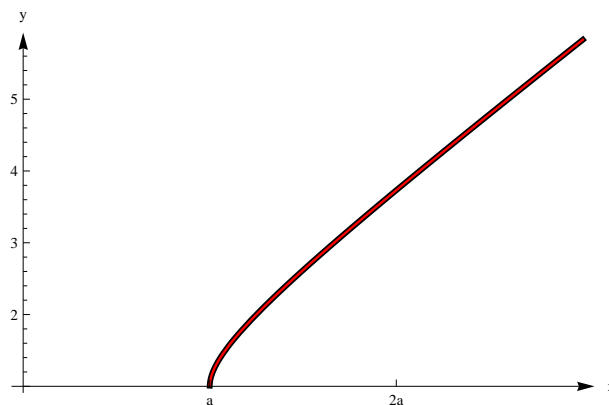
- Sia  $R(\xi, \eta)$  una *funzione razionale* di  $\xi, \eta$  (un polinomio in  $\xi, \eta$  diviso un altro polinomio di  $\xi, \eta$ ):
  - descrivere in dettaglio la sostituzione che si può usare per integrare funzioni del tipo  $R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)$ ;
  - descrivere in dettaglio la sostituzione che si può usare per integrare funzioni del tipo  $R(x, \sqrt{x^2+a^2})$ ;
  - descrivere in dettaglio la sostituzione che si può usare per integrare funzioni del tipo  $R(x, \sqrt{x^2-a^2})$ ;
  - descrivere in dettaglio la sostituzione che si può usare per integrare funzioni del tipo  $R(\cos x, \sin x)$ .
  - descrivere in dettaglio la sostituzione che si può usare per integrare funzioni del tipo  $R(x, \sqrt{a^2-x^2})$ ;
- Sapreste ricondurre l'integrale di  $R(x, ax^2+bx+c)$  ad uno dei precedenti casi?
- Se nel libro la regola di sostituzione di pag 263, punto 4 fosse stata  $x + \sqrt{x^2+c}$ , trovereste corrispondenza tra quanto fatto in classe e quanto suggerito dal libro?
- (Domanda difficile) Riuscite ad ottenere esattamente la regola di sostituzione del libro di pagina 263, punto 4? (Usate  $x = \sqrt{c} \sinh t$  oppure  $x = \sqrt{-c} \cosh t$  a seconda se  $c$  sia positivo o negativo e la sostituzione  $y = e^{-t}$ )
- mostrare che se  $x = a \sinh t$  e  $y = e^t$  allora  $y = \frac{x+\sqrt{x^2+a^2}}{a}$ . (In nero è disegnata la curva  $y = \tan\left(\frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{x}{a}\right)\right)$ , in rosso la funzione appena fornita).



- mostrare che se  $x = a \sinh t$  e  $y = e^t$  allora  $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + a^2}}{a}$ . (In nero è disegnata la curva  $y = e^{\operatorname{settsinh}(\frac{x}{a})}$ , in rosso la funzione appena fornita).



- mostrare che se  $x = a \cosh t$  e  $y = e^t$  allora  $y = \frac{x + \sqrt{x^2 - a^2}}{a}$ . (In nero è disegnata la curva  $y = e^{\operatorname{settcosh}(\frac{x}{a})}$ , in rosso la funzione appena fornita).



- Scrivere le formule di bisezione degli angoli per  $\cos x$  e  $\sin x$ .
- Dare la definizione di integrabilità in senso improprio attorno ad un punto  $x_0$  (che potrebbe possibilmente essere il simbolo  $\pm\infty$ )
- In che dominio e per quali  $\alpha$  la funzione  $x^{-\alpha}$  è integrabile in senso improprio?
- Conoscete una famiglia di funzioni che discrimini in modo più fine delle potenze di  $x$  l'integrabilità in senso improprio all'infinito?

## Esercizi

- Svolgere gli esercizi proposti nelle pagine del libro trattate
- visitate la pagina <http://www.youmath.it/esercizi/es-analisi-matematica/es-sugli-integrali.html>. Contiene molti esercizi sugli integrali. Scegliete quelli del tipo trattato in classe.