

**Esercizio 1** Dire se esistono ed eventualmente trovare massimi e minimi assoluti delle seguenti funzioni sui vincoli indicati:

- $xy$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 + xy = 1\}$ ;
- $x^2y$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2y^2 = 6\}$ ;
- $x^2 + y^2$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 20\}$ ;
- $\sqrt{x^2 + y^2} + y^2$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 9\}$ ;
- $y(x - x^2)$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y - 3x = 0\}$ ;
- $2x^2 + 4y$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + y^2 = 4\}$ ;
- $x - y - 1$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 8\}$ ;
- $4x + 2y - 1$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 25y^2 = 16\}$ ;
- $xy^3$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + \frac{3}{2}y^2 = 1\}$ ;
- $\frac{y}{x}$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 10\}$ ;
- $\cos(x + y)$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - y)^2 = 0\}$ ;
- $(x - 1)^2 + (y - 1)^2$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| = 4\}$ .

**Esercizio 2** Dire se esistono ed eventualmente trovare massimi e minimi assoluti delle seguenti funzioni sui domini indicati:

- $x^4 + y^4 - 8(x^2 + y^2)$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9\}$   
 $(0, \pm 3), (\pm 3, 0), (2, \pm 2), (-2, \pm 2)$ ;
- $2x^2 + y^2 - x$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$   
 $(1/4, 0), (-1, 0)$ ;
- $3x^2 + 4y^2 - 6x - 12$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$   
 $(1, 0), (-2, 0)$ ;
- $e^{xy}$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq 3\}$   
 $(2, 3), (-2, 3)$ ;
- $(x - 2)(y - 1)$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 3, \frac{1}{x} \leq y \leq 2\}$   
 $(3, 2), (1, 2)$ ;
- $(e^x - x)(y + 7)^2$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq -2, \}$   
 $(0, -2)$ ;

- $(x^4 - 2x^2 + 2) \cos y$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 2, -\frac{\pi}{6} \leq y \leq \frac{\pi}{3}\}$   
 $(\pm 1, \pi/3), (\pm 2, 0)$ ;
- $xy$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 3, -2 \leq y \leq 1\}$   
 $(3, 1), (3, -2)$ ;
- $x \cos y$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq -x^2 + 1\}$   
 $(-1, 0), (1, 0)$ ;
- $-\frac{x}{y^2}$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, y \leq 2, (2-x)y^2 \geq 1\}$   
 $(1, 1)$ , e tutti i punti del tipo  $(0, y)$ ;
- $\arctan(x + y^2)$  su  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 2, x + y \leq 0\}$   
 $(-2, 2), (0, -1)$ .

I punti indicati sono di massimo e/o di minimo della funzione (qualora questi esistano).