

Istituzioni di Analisi 2

(programma, domande ed esercizi)

quarta settimana

Argomenti trattati

Dal libro di testo: Capitolo 8, da pag 268 a pag 276

Domande di teoria

- Quanto si deve calcolare un integrale improprio $\int_a^b f(x)dx$ è corretto calcolare

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_{a+\varepsilon}^{b-\varepsilon} f(x)dx ?$$

Se no, come si dovrebbe procedere? Supportare l'argomento con un esempio.

- Quali criteri si possono usare per calcolare un integrale improprio quando non si conosce una primitiva della funzione integranda?
- Cosa dice il *criterio del confronto*? Per quale motivo è valido?
- Cosa dice il *criterio del confronto asintotico*?
- Se ho due funzione f, g definite in $[a, b)$, positive in un intorno sinistro di b ed integrabili in $[a, \omega]$ per ogni ω in $[a, b)$, cosa posso dedurre dal fatto che

$$\lim_{x \rightarrow b^-} \frac{f(x)}{g(x)} = c$$

con c reale (necessariamente non negativo) e non nullo? Sapreste dimostrare questo fatto utilizzando il criterio del confronto?

- Cosa posso dire invece se $c = 0$? (Argomentare)
- Cosa posso dire invece se $c = +\infty$? (Argomentare)
- Dare la definizione di *integrabilità assoluta*.
- Perché si ricorre alla definizione di integrabilità assoluta?
- Esistono funzioni il cui integrale è convergente ma che non sono assolutamente integrabili?

Esercizi

- Mostrare usando un criterio del confronto che $\int 1/\log(x)^\beta dx$ diverge a $+\infty$ per ogni $\beta > 0$
- Svolgere gli esercizi proposti nelle pagine del libro trattate.
- Svolgere gli esercizi dei compiti passati in cui si deve discutere la convergenza di un integrale improprio, anche dipendente da un parametro.
- Alla pagina
<http://www.youmath.it/esercizi/es-analisi-matematica/es-sugli-integrali.html>
scegliete gli esercizi sugli argomenti di questa settimana.