

PROGRAMMA con domande per la PARTE A -Definitivo

Analisi Matematica 1

A.A. 2014-2015

Paola Mannucci, Alvise Sommariva

Corsi di laurea in Scienze Statistiche

1. Dare la definizione di: maggioranti e minoranti, massimo e minimo, estremo superiore ed estremo inferiore.
2. Dare la definizione di estremo superiore ed estremo inferiore. Enunciare la caratterizzazione di sup e inf per insiemi di numeri reali.
3. Dare la definizione di funzione iniettiva e di funzione inversa.
4. Dare la definizione di funzione limitata; funzione monotona; funzione simmetrica e funzione periodica. Loro grafici. (Facoltativo: esibire qualche esempio)
5. Dare la definizione topologica (con gli intorni) di limite di funzione.
6. Dare la definizione topologica di limite di funzione nel caso

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -5,$$

scrivendo esplicitamente gli intorni.

(Questa domanda potrà essere chiesta con altri valori al posto di 2 e -5, tra i quali anche $+\infty$ o $-\infty$.)

7. Dare la definizione di limite destro e sinistro per funzioni. (Facoltativo: dare qualche esempio)
8. Enunciare il Teorema dell'unicità del limite per le funzioni.
9. Dare la definizione di funzione monotona; enunciare il Teorema sui limiti destro e sinistro delle f monotone.
10. Enunciare il Teorema della permanenza del segno per funzioni.
11. Enunciare il Teorema del confronto (detto anche dei due Carabinieri) per funzioni.
12. Enunciare il teorema di cambiamento di variabile (o di limite di funzione composta) nei limiti.
13. Definizione di f continua in x_0 . Classificazione dei punti di discontinuità di f.
14. Dare la definizione di asintoti orizzontali, verticali e obliqui, con la caratterizzazione degli asintoti obliqui.
15. Dimostrare che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, ed enunciare almeno una delle sue conseguenze (limiti notevoli derivati).

16. Dimostrare che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$.
17. Dimostrare che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$.
18. Definizione di successione e di limite per una successione.
19. Definizione di successioni convergenti, divergenti ed irregolari.
20. Enunciare il Criterio del rapporto (o della radice) per le successioni.
21. Dare la definizione di funzione continua e enunciare il Teorema degli zeri.
22. Dare la definizione di funzione continua ed enunciare il Teorema di Weierstrass.
23. Enunciare il Teorema dei valori intermedi per funzioni continue.
24. Dare la definizione di derivata in un punto. (Facoltativo: interpretazione geometrica (come coefficiente angolare..)).
25. Dare la definizione di funzione continua e di funzione derivabile in un punto. Enunciare e dimostrare la relazione tra derivabilità e continuità.
26. Dare la definizione di derivata destra e sinistra e di punti angolosi, flessi a tangente verticale.
27. Dimostrare che se $f(x) = \sin x$ la sua derivata è $f'(x) = \cos x$.
28. Dimostrare che se $f(x) = e^x$ la sua derivata è $f'(x) = e^x$.
29. Enunciare il teorema sulla derivata della funzione composta.
30. Enunciare il teorema sulla derivata della funzione inversa.
31. Dimostrare che se $f(x) = \arcsin x$ la sua derivata è $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
32. Dare la definizione di punto di minimo e di massimo relativo per f. Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.
33. Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange (o del Valor Medio).
34. Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle.
35. Enunciare e dimostrare il Criterio di monotonia (relazione tra derivata prima e monotonia).
36. Enunciare e dimostrare il Teorema della derivata nulla (caratterizzazione funzioni costanti).
37. Enunciare il Teorema di De l'Hôpital.
38. Definizione di funzione concava o convessa e di punto di flesso. Enunciare il Teorema di caratterizzazione di funzioni convesse per funzioni due volte derivabili. convessità.
39. Dare la definizione del polinomio di Taylor e enunciare la Formula di Taylor con resto con gli "o piccoli" (di Peano).

40. Dare la definizione di somma di Riemann e di integrale definito di f .
41. Enunciare il Teorema della media integrale.
42. Dare la definizione di funzione integrale. Enunciare e dimostrare il Teorema fondamentale del calcolo integrale.
43. Dare la definizione di primitiva di f . Dimostrare che se F è una primitiva di f allora anche $F + k$ (k costante) è una primitiva di f .
44. Dare la definizione di primitiva di f . Dimostrare che se F_1 e F_2 sono due primitive di f allora $F_1 = F_2 + k$ (k costante).
45. Enunciare e dimostrare il Corollario del Teorema fondamentale del calcolo integrale: data G primitiva di f , $\int_a^b f(x) dx = \dots$
46. Dare la definizione di integrale generalizzato su intervalli illimitati per funzioni non negative.
47. Dare la definizione di integrale generalizzato su intervalli limitati per funzioni non negative.
48. Enunciare il criterio del confronto per gli integrali generalizzati su intervalli illimitati (o limitati, a scelta).
49. Enunciare il criterio del confronto asintotico per gli integrali generalizzati su intervalli illimitati (o limitati, a scelta).
50. Dare la definizione di serie convergente, divergente ed irregolare (Facoltativo: fornire qualche esempio).
51. Definizione di serie geometrica. Enunciare e dimostrare quando converge/diverge/ è irregolare.
52. Definizione di serie armonica e di serie armonica generalizzata. Enunciare le loro proprietà di convergenza.
53. Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie.
54. Enunciare e dimostrare la proprietà delle serie a termini non negativi (non è mai irregolare..).
55. Enunciare i criteri della radice e del rapporto per le serie.
56. Enunciare il criterio del confronto asintotico per le serie.
57. Serie a termini di segno variabile: definizione di convergenza assoluta. Dire in che rapporto è che la convergenza assoluta con la convergenza (semplice).
58. Definizione di serie a termini di segno alterno. Enunciare il criterio di convergenza delle serie con termini di segno alternato (di Leibniz).
59. Definizione di funzione da $D \subseteq \mathbf{R}^2$ in $\mathbf{R}$ e definizione di intorno sferico per $(x, y) \in \mathbf{R}^2$.

60. Dare la definizione di derivata parziale e di gradiente per una funzione di due variabili.
61. Dare la definizione di derivata direzionale per una funzione di due variabili, enunciare la formula del gradiente.
62. Dare la definizione di f differenziabile per una funzione di due variabili.
63. Dare la definizione di piano tangente al grafico di f , funzione di due variabili.
64. Dimostrare che se una funzione è differenziabile in un punto allora è continua in quel punto.
65. Enunciare il Teorema del differenziale totale.
66. Definizione di punto critico di una funzione in due variabili. Condizione necessaria per l'esistenza di punti di estremo locale nei punti in cui la funzione è differenziabile.
67. Condizioni sufficienti per individuare la natura dei punti critici attraverso lo studio del segno dell'Hessiana.
68. Definizione di estremo locale vincolato. Definizione di punto regolare vincolato.
69. Estremi vincolati: il metodo dei moltiplicatori di Lagrange e il metodo diretto se il vincolo è esplicitabile.
70. Enunciare il Teorema dei moltiplicatori di Lagrange.

OSSERVAZIONI

- Questo è il programma per la Parte A della prova scritta. Per l'eventuale parte orale ogni studente deve fare riferimento al programma dettagliato del corso relativo al proprio canale.
- Le dimostrazioni si intendono con le ipotesi assunte a lezione.