FAC-SIMILE DI I APPELLO DI FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2

Ing. dell'Energia e dei Processi Industriali e dei Materiali (II Squadra)

COGNOME E NOME: ....

MATRICOLA: ....

1	2	3	4

N.B. *Gli esercizi n.* **3,4** *sono relativi alla* **SECONDA PROVA PARZIALE**.

ESERCIZIO 1. Si consideri la curva γ di equazione (in coordinate polari) $\rho = \operatorname{sen}^2(\theta)$, $\theta \in [0, 2\pi]$.
(i) [*3 punti*] Si scriva una parametrizzazione della curva e si calcoli il versore tangente in un suo punto.

(ii) [*4 punti*] Si calcoli l'integrale curvilineo (di 1^a specie)

$$\int_\gamma \frac{x}{\sqrt[3]{y^2}} ds =$$

(indicando i passaggi fondamentali).

ESERCIZIO 2. Si consideri l'insieme

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, (x-1)^2 + y^2 + z^2 \leq 1,\; x \geq 1 + \sqrt{y^2 + z^2} \right\},$$

e la funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y, z) = \ln x$.

(i) [*3 punti*] Determinare la frontiera ∂D di D.

$\partial D =$

(ii) [*1 punto*] Stabilire se f ammette massimo e minimo assoluto (fornendone motivazioni).

(iii) [*4 punti*] Calcolare gli estremi di f vincolati su ∂D:

e specificare i corrispondenti punti di massimo e minimo vincolato (indicando i passaggi fondamentali).

(iv) [*2 punti*] Calcolare gli estremi di f

$\inf_D f =$ $\sup_D f =$

e determinare la sua immagine:

$f(D) =$

ESERCIZIO 3. Si consideri la regione

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, 2\sqrt{x^2 + y^2} \le z \le 1 + x^2 + y^2 \right\}.$$

(i) [*3 punti*] Scrivere una parametrizzazione della frontiera ∂D di D e tracciare un disegno qualitativo di D.

(ii) [*2 punti*] Determinare il versore normale uscente nei punti regolari della superficie ∂D.

(iii) [*6 punti*] Calcolare il flusso Φ del campo vettoriale $F(x, y, z) = (z, x^2 y, y^2 z)$ uscente da ∂D (indicando i passaggi fondamentali):

$$\Phi =$$

ESERCIZIO 4. Si consideri l'equazione differenziale

$$\big(1+e^{3x}\big)y' - ye^{3x} = 0\,.$$

(i) [*4 punti*] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni)

$\varphi(c;x) =$

(ii) [*2 punti*] Determinare la soluzione $x \mapsto \phi(x)$, $x > 0$, del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \big(1+e^{3x}\big)y' - ye^{3x} = 0\,, \\ y(\ln 2) = 3\,, \end{cases}$$

$\phi(x) =$