FAC-SIMILE DI APPELLO DI
FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2

Ing. dell'Energia, Chimica e dei Materiali (II Squadra)

Cognome e Nome: ....

Matricola: ....

1	2	3	4

ESERCIZIO 1. Si consideri la curva piana γ di equazione (in coordinate polari) $\rho = \operatorname{sen}^2(\theta)$, $\theta \in [0, 2\pi]$.

(i) [*3 punti*] Si scriva una parametrizzazione della curva e si calcoli il versore tangente in un suo punto.

(ii) [*4 punti*] Si calcoli l'integrale di linea (curvilineo di 1^a specie)

$$\int_\gamma \frac{x}{\sqrt[3]{y^2}} ds =$$

ESERCIZIO 2. Si consideri la regione

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, 2\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1 + x^2 + y^2 \right\}.$$

(i) [*3 punti*] Scrivere una parametrizzazione della frontiera ∂D di D e tracciare un disegno qualitativo di D.

(ii) [*2 punti*] Determinare il versore normale uscente nei punti regolari della superficie ∂D.

(iii) [*6 punti*] Calcolare il flusso Φ del campo vettoriale $F(x, y, z) = (z, x^2 y, y^2 z)$ uscente da ∂D

$$\Phi =$$

ESERCIZIO 3. Si consideri l'insieme

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ (x-1)^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \ x \geq 1 + \sqrt{y^2 + z^2} \right\},$$

e la funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y, z) = \ln x$.

(i) [*3 punti*] Determinare la frontiera ∂D di D.

$\partial D =$

(ii) [*4 punti*] Calcolare gli estremi di f vincolati su ∂D:

e specificare i corrispondenti punti di massimo e minimo vincolato

(iii) [*2 punti*] Calcolare gli estremi di f

$\inf_D f =$ $\qquad\qquad$ $\sup_D f =$

e determinare la sua immagine:

$f(D) =$

ESERCIZIO 4. Si consideri l'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - 4y - 8\,e^{2x} = 0\,.$$

(i) [*4 punti*] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni)

$\phi(c_1, c_2; x) =$

(ii) [*2 punti*] Fissato $\alpha \in \mathbb{R}$, sia $x \mapsto \phi_\alpha(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y - 8\,e^{2x} = 0\,, \\ y(0) = 0, \qquad y'(0) = \alpha\,. \end{cases}$$

e si consideri il limite $\ell(\alpha) \doteq \lim_{x \to -\infty} \phi_\alpha(x)$. Determinare se esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\ell(\alpha) = 0$ ed in tal caso si fornisca la corrispondente soluzione

$\phi_\alpha(x) =$