

1 Studi di funzione

Tracciare il grafico (approssimativo) delle seguenti funzioni:

Esercizio 1.1. $f(x) = e^x \left(\frac{x+1}{x-1} \right)$

Esercizio 1.2. $f(x) = e^{-x}(|x^2 - 3| + 2x)$

Esercizio 1.3. $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2+x+4}{x+1}}$

Esercizio 1.4. $f(x) = xe^{\frac{x-2}{x+1}}$

Esercizio 1.5. $f(x) = \frac{x^3+1}{x+2}$

Esercizio 1.6. $f(x) = e^x(x+2)$

Esercizio 1.7. $f(x) = e^x(x^2 + 2x - 3)$

Esercizio 1.8. $f(x) = \log\left(\frac{x^2+2}{|x+3|}\right)$

Esercizio 1.9. $f(x) = \log\left[\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)}\right]$

Esercizio 1.10. $f(x) = x(\log|x|)^{\frac{3}{5}}$

Esercizio 1.11. $f(x) = x^2 - 8x + 4 \log|x-1|$

2 Serie

Studiare il carattere delle seguenti serie, eventualmente al variare dei parametri presenti:

Esercizio 2.1. $\sum \frac{\cos n}{n^2+1}$

Sol.: Convergente

Esercizio 2.2. $\sum 2^n \sin \frac{1}{3^n}$

Sol.: Convergente

Esercizio 2.3. $\sum \frac{(2n)!}{n^{2n}}$

Sol.: Convergente

Esercizio 2.4. $\sum \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^{n^2}$

Sol.: Divergente

Esercizio 2.5. $\sum (-1)^n \frac{2^n+n}{3^n+n^2}$

Sol.: Convergente

Esercizio 2.6. $\sum \left(\frac{\log n}{n}\right)^2$

Sol.: Convergente

Esercizio 2.7. $\sum \sin \frac{1}{n^\alpha}$

Esercizio 2.8. $\sum \frac{n+\log n}{e^{n^\alpha}}$

Esercizio 2.9. $\sum \frac{n^\alpha+2^n}{n^2+3^{n/\alpha}}$

Esercizio 2.10. $\sum (3-2\arctan n)(2\alpha+1)^{3n}$

Esercizio 2.11. $\sum \frac{e^{\alpha/n}}{2^{\sqrt[3]{n}-3n^\alpha}}$

Esercizio 2.12. $\sum \frac{n^\alpha+n^2}{n^{2\alpha}+n^3}$

Sol.: Convergente per $\alpha > 3/2$

Esercizio 2.13. $\sum (-1)^n \frac{n}{n^\alpha+n}$

Sol.: Converge per $\alpha > 1$ (assolutamente per $\alpha > 2$), diverge se $\alpha \leq 1$