Esercizio 1. Calcolare i seguenti integrali (eventualmente utilizzando la formula di integrazione per sostituzione):

$$\int_0^1 x(x^2+4)^5\,dx\,;\quad \int_0^1 \frac{\sin x}{1+\cos x}\,dx\,;\quad \int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\,dx\,;\quad \int_1^{e^4} \frac{e^{\sqrt{\ln x}}}{x\sqrt{\ln x}}\,dx\,;$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x\,dx\,;\quad \int_1^2 \tan^2 x\,(1+\tan^2 x)\,dx\,;\quad \int_0^{\sqrt{\ln 2}} 3x\,e^{x^2}\,dx\,;\quad \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx\,;$$

$$\int_0^1 \cosh^2 x\,dx\,;\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin x}{x+\cos x}\,dx\,;\quad \int_0^{\frac{\pi^3}{64}} \frac{dx}{x^{\frac{2}{3}}\cos^2(x^{\frac{1}{3}})}\,;\quad \int_1^2 \frac{dx}{x\,(1-\ln^2 x)^{\frac{1}{2}}}\,;$$

$$\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}\,;\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\sin x}{(x-\cos x)^3}\,dx\,;\quad \int_0^{\frac{\pi^2}{16}} \frac{dx}{\sqrt{x}\,\cos^2(\sqrt{x})}\,;\quad \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}\,;$$

$$\int_2^{e^2} \frac{dx}{x\,(\ln x)^3}\,;\quad \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{\arcsin^2 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx\,;\quad \int_0^1 e^{(x^2-x)}(2x-1)\,dx\,;\quad \int_{\frac{\sqrt{\pi}}{2}}^{\sqrt{\frac{\pi}{3}}} \frac{x\,\cos^2 x}{\sin^2 x}\,dx\,.$$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti integrali (utilizzando la formula di integrazione per parti):

$$\int_0^1 x\sin x\,dx\,;\quad \int_1^2 \arctan x\,dx\,;\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x\,\sin x\,dx\,;\quad \int_0^1 x\,\arctan^2 x\,dx\,;$$

$$\int_0^2 x^2\,e^x\,dx\,;\quad \int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x\,dx\,;\quad \int_1^2 \frac{\ln(x+1)}{x^{\frac{3}{2}}}\,;\quad \int_1^2 \frac{x}{\cos^2 x}\,;\quad \int_1^2 \sin^2 x\,dx\,;$$

$$\int_1^e \ln^2 x\,dx\,;\quad \int_1^2 x^2\,\ln x\,dx\,;\quad \int_e^{e^e} \frac{\ln(\ln x)}{x}\,;\quad \int_1^{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}\,;\quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\,\cos^2 x\,dx\,.$$

Esercizio 3. Calcolare i seguenti integrali (utilizzando la formula di integrazione per funzioni razionali):

$$\int_1^2 \frac{1+x^2}{x+1}\,dx\,;\quad \int_1^2 \frac{x}{(x+1)(2x+1)}\,dx\,;\quad \int_1^2 \frac{dx}{x^2+x+1}\,;\quad \int_1^2 \frac{dx}{x\,(x+1)^2}\,dx\,;$$

$$\int_1^2 \frac{1+x}{x\,(1+x^2)}\,dx\,;\quad \int_1^2 \frac{2+x}{2x^2+4x+3}\,dx\,;\quad \int_2^3 \frac{dx}{x^3-x}\,;\quad \int_5^6 \frac{dx}{(x-2)(x+1)^2}\,;$$

$$\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x^4+1}\,;\quad \int_1^2 \frac{x+x^3}{x^4+x^2+16}\,dx\,;\quad \int_5^6 \frac{x^2-1}{(x-1)(3x+2)}\,dx\,;\quad \int_2^3 \frac{dx}{x^4-1}\,;$$

$$\int_0^3 \frac{5x+4}{(x^2+1)(x+3)}\,dx\,; \qquad \int_0^3 \frac{3x-1}{(x+5)(x+2)^2}\,dx\,; \qquad \int_5^6 \frac{2x^2+3}{(x-1)(x^2+3)}\,dx\,;$$

$$\int_3^4 \frac{x^2+3x}{(x-7)(x+2)^2}\,dx\,; \qquad \int_{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}}^{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}} \frac{x^2+2x+2}{x\,(x+1)(x+2)}\,dx\,; \qquad \int_2^3 \frac{x+1}{x^2(x-1)^2}\,dx\,.$$

Esercizio 4. Calcolare i seguenti integrali (utilizzando opportunamente la formula di integrazione per sostituzione, la formula di integrazione per parti e la formula di integrazione delle funzioni razionali):

$$\int_0^1 \frac{e^x-e^{-x}}{e^{2x}+2}\,dx\,; \qquad \int_0^1 \sqrt{x}\,\arctan(\sqrt{x}-4)\,dx\,; \qquad \int_1^e x\frac{\ln x}{x\,(2+\ln x)(1+\ln x)}\,dx\,;$$

$$\int_0^{16} \frac{dx}{x\,\sqrt{x+9}}\,; \qquad \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x\,(\cos^2 x+1)}\,; \qquad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(3-\sin x)(4-\cos^2 x)}\,dx\,;$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1+\tan x}\,; \qquad \int_1^2 \frac{dx}{\sinh^2(5x+1)}\,; \qquad \int_0^1 \sqrt{2-x^2}\,dx\,; \qquad \int_0^1 \sqrt{x^2+2x+3}\,dx\,;$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1+\sin x}\,; \qquad \int_0^1 \arctan\sqrt{x}\,dx\,; \qquad \int_0^{\log_3 2} \sqrt{3^x-1}\,dx\,; \qquad \int_0^1 \frac{dx}{1+e^x}\,;$$

$$\int_0^{e^{\frac{\pi}{2}}} \sin(\ln x)\,; \qquad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x}\,; \qquad \int_1^3 \frac{\ln x}{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+1)^2}\,dx\,; \qquad \int_0^1 \frac{dx}{\cosh^2(2x)}\,;$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}\,; \qquad \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos x-1}\,; \qquad \int_0^1 \frac{x\,\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx\,; \qquad \int_1^2 \frac{\ln(1+3x^2)}{x^3}\,dx\,.$$

Esercizio 5. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_{-1}^2 \operatorname{sgn}(x)\,dx\,; \qquad \int_{-1}^3 \ln(1+|x-1|)\,dx\,; \qquad \int_{-1}^3 \ln(1+|x-1|)\cdot\operatorname{sgn}(x-1)\,dx\,;$$

$$\int_{-1}^{2.1} \lfloor x\rfloor\,dx\,; \qquad \int_0^3 \sqrt{9-x^2}\cdot\operatorname{sgn}(x-2)\,dx\,; \qquad \int_{-1}^3 \frac{|x^2-2x|}{x-2}\,dx\,;$$

$$\int_{-\sqrt{2}}^1 f(x)\,dx \qquad \text{dove} \qquad f(x)=\begin{cases} 2-x^2 & \text{se} \quad x<0\,, \\ e^{-x} & \text{se} \quad x\geq 0\,; \end{cases}$$

$$\int_0^{2\pi} g(x)\,dx \qquad \text{dove} \qquad g(x)=\begin{cases} \sin x & \text{se} \quad x<\frac{\pi}{2}\,, \\ \cos x & \text{se} \quad x\geq \frac{\pi}{2}\,; \end{cases}$$

(come nell'esercizio 3 del Cap. 5, il simbolo $\lfloor\alpha\rfloor$ denota la parte intera di α) .

Esercizio 6. Stabilire per quali valori del parametro α convergono i seguenti integrali generalizzati:

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{x^\alpha + 1}\, dx\,; \quad \int_0^{+\infty} x^\alpha (x+1)^3\, dx\,; \quad \int_0^1 \frac{\sin x}{x^\alpha}\, dx\,; \quad \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x+1}-1}{(x^2+x)^\alpha}\, dx\,;$$

$$\int_0^1 \frac{\sin(x^\alpha)}{e^x - 1}\, dx\,; \quad \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x\,(\ln x)^\alpha}\,; \quad \int_0^{+\infty} \frac{x\,(x+1)^\alpha}{(1+x)^5 - 1}\, dx\,; \quad \int_0^1 \frac{dx}{x^2 (\sin x)^\alpha}\,.$$

Esercizio 7. Calcolare l'area della regione piana limitata compresa tra i grafici delle seguenti coppie di funzioni (si ricordi che, date due funzioni continue f, g, se poniamo $a \doteq \min\{x : f(x) = g(x)\}$, $b \doteq \max\{x : f(x) = g(x)\}$, allora l'area della regione piana limitata compresa tra i grafici di f e g è data da $\int_a^b |f(x) - g(x)|\, dx$):

(a) $f(x) = x, \qquad g(x) = x^3\,, \qquad x \in [0, +\infty[\,;$

(b) $f(x) = \sqrt{x}, \qquad g(x) = x^2\,, \qquad x \in [0, +\infty[\,;$

(c) $f(x) = x^3 - x, \qquad g(x) = 0\,, \qquad x \in \mathbb{R}\,;$

(d) $f(x) = x^3, \qquad g(x) = 3x - 2\,, \qquad x \in \mathbb{R}\,;$

(e) $f(x) = \dfrac{1}{x}, \qquad g(x) = -\dfrac{x}{2} + 3\,, \qquad x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\,;$

(f) $f(x) = \sin x, \qquad g(x) = \pi^2 - x^2\,, \qquad x \in \mathbb{R}\,;$

(g) $f(x) = \sin x, \qquad g(x) = \cos x\,, \qquad x \in [0, 2\pi]\,.$

Esercizio 8. Usando il secondo teorema findamentale del calcolo integrale, determinare le derivate delle seguenti funzioni:

(a) $f(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{\ln t}{t}\, dt\,, \qquad x \in \,]0, +\infty[\,;$

(b) $f(x) = \displaystyle\int_{-x}^2 e^{-t}\, dt\,, \qquad x \in \mathbb{R}\,;$

(c) $f(x) = \displaystyle\int_0^{e^x} \ln t\, dt\,, \qquad x \in \mathbb{R}\,;$

(d) $f(x) = \displaystyle\int_0^x |t|\, dt\,, \qquad x \in \mathbb{R}\,;$

(e) $\quad f(x)=\displaystyle\int_1^{\sqrt{|x|}}\frac{e^{-t}}{1+t^2}\,dt\,,\qquad x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}\,;$

(f) $\quad f(x)=\displaystyle\int_1^{\ln x}\frac{e^{2t}}{t}\,dt\,,\qquad x>1\,;$

(g) $\quad f(x)=\displaystyle\int_{\sin x}^{\cos x}\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}\,,\qquad x\in\,]0,\,\pi/2]\,;$

(h) $\quad f(x)=\displaystyle\frac{1}{x}\int_0^x t\,\sin^2 t\;dt\,,\qquad x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}\,;$

(i) $\quad f(x)=\displaystyle\int_0^x \sin\left(\frac{1}{t}\right)\,dt\,,\qquad x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}\,.$

Esercizio 9. Calcolare il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^x\sin(t^2)\;dt}{x^2}\,;\quad \lim_{x\to 0}\frac{\int_0^x\sin(t^2)\;dt}{\sin^3 x}\,;\quad \lim_{x\to 0}\frac{x-\int_0^x\cos^2 t\;dt}{x^3}\,;\quad \lim_{x\to 0}\frac{x\int_0^x\cos t^2\;dt}{1-\cos x}\,;$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2}t\,e^t\;dt}{e^{x^2}-x^2}\,;\quad \lim_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2}t\,e^t\;dt}{e^{x^2}-x^2-1}\,;\quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\int_0^x t\,e^{-\frac{1}{t^2}}\;dt}{x^2}\,;\quad \lim_{x\to+\infty}e^{-2x}\int_0^x\frac{e^t}{1+t^2}\,dt\,;$$

$$\lim_{x\to+\infty}e^{-x}\int_0^x\frac{e^{-t}}{1+t^2}\,dt\,;\quad \lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\int_0^x t\,\sin\left(\frac{1}{t}\right)\,dt\,;\quad \lim_{x\to+\infty}\int_1^x\frac{\arctan t}{t^2}\,dt\,;$$

$$\lim_{x\to+\infty}\int_0^x\frac{e^{2t}}{1+e^{4t}}\,dt\,;$$

(per calcolare gli ultimi due limiti si suggerisce di studiare il limite della funzione integrale dopo averne determinato l'espressione).

Esercizio 10. Studiare il grafico di ciascuna delle seguenti funzioni (discutendo i punti (i)-(vii) elencati nell'esercizio 13 del Cap. 7)

(a)

$$f(x)=\int_0^x\sqrt{t}\,e^{-t}\,dt\,.$$

(b)

$$f(x)=\int_0^x\frac{t^2}{1-e^{-t}}\,dt\,.$$

(c)

$$f(x) = \int_0^x t^2 \, e^{-t^2} \, dt \, .$$

(d)

$$f(x) = \int_x^{2x} e^{-t^2} \, dt \, .$$

(e)

$$f(x) = \int_0^x e^{-\frac{1}{t^2}} \, dt \, .$$

(f)

$$f(x) = \int_1^x \frac{t}{1+t^6} \, dt \, .$$

(g)

$$f(x) = \int_0^x \frac{\sin^2 t}{t^2} \, dt \, .$$

Esercizio 11. Si consideri la funzione $f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{\sin t}{t} \, dt$. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

$\boxed{\text{A}}$ f è derivabile in $x = 0$ e $f'(0) = 0$.

$\boxed{\text{B}}$ f è derivabile in $x = 0$ e $f'(0) = 1$.

$\boxed{\text{C}}$ f non è derivabile in $x = 0$.

$\boxed{\text{D}}$ $\lim_{x \to 0^+} f'(x) = +\infty$.

Esercizio 12. Si consideri la funzione $f(x) = \displaystyle\int_0^x e^{-|t|}\, dt$. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

$\boxed{\text{A}}$ f non è derivabile in $x = 0$.

$\boxed{\text{B}}$ f è derivabile in ogni $x \in \mathbb{R}$, e $f'(x) = -e^{-|x|}\operatorname{sgn}(x)$.

$\boxed{\text{C}}$ f è derivabile in ogni $x \in \mathbb{R}$ e $f'(x) = e^{-x}$.

$\boxed{\text{D}}$ f è derivabile in $x = 0$ e $f'(0) = 1$.

Esercizio 13. Data una funzione continua $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ tale che $\int_{-1}^{1} f(x)\, dx = 0$, stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

$\boxed{\text{A}}$ se f è pari, allora deve essere $\int_0^1 f(x)\, dx = 0$.

$\boxed{\text{B}}$ f deve essere dispari.

$\boxed{\text{C}}$ se denotiamo $m \doteq \min f$, $M \doteq \max f$, allora può essere $m \cdot M > 0$.

$\boxed{\text{D}}$ se f è pari, allora deve essere $f(x) = 0$ per ogni $x \in [-1, 1]$.

Esercizio 14. Data la funzione

$$f(t) = \begin{cases} 2 - t^2 & \text{se} \quad x > 0, \\ 1 + t + e^{-t} & \text{se} \quad x \leq 0, \end{cases}$$

si consideri la funzione $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\, dt$. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

$\boxed{\text{A}}$ F non è continua in $x = 0$.

$\boxed{\text{B}}$ F non è derivabile in $x = 0$.

$\boxed{\text{C}}$ F è derivabile due volte in $x = 0$.

$\boxed{\text{D}}$ F ammette derivata destra e sinistra in $x = 0$ e $F'_-(0) \neq F'_+(0)$.

Esercizio 15. Si consideri la funzione $f(x) = \int_0^x t \ln t\, dt$, e si denoti con $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di terzo grado, di punto iniziale $x_0 = 1$, che approsima f. Si ha:

$\boxed{\text{A}}$ $P_3(x) = \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{6}$.

$\boxed{\text{B}}$ $P_3(x) = -\frac{1}{4} + \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{6}$.

$\boxed{\text{C}}$ $P_3(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$.

$\boxed{\text{D}}$ $P_3(x) = (x-1) + \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{6}$.

Esercizio 16. Si consideri la funzione $f(x) = \displaystyle\int_0^x t^2\, e^{-\frac{1}{t^2}}\, dt$, e si denoti con $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di terzo grado, di punto iniziale $x_0 = 0$, che approsima f. Si ha:

A $P_3(x) = -x - \frac{1}{2x} + \frac{x^3}{3}$.

B $P_3(x) = -x + \frac{x^3}{3}$.

C $P_3(x) = -x + x^2$.

D $P_3(x) = 0$.

Esercizio 17. Data la funzione $f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{\cos^2 t}{2+t^2}\, dt$, stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

A f è invertibile, f^{-1} è derivabile in zero e si ha $(f^{-1})'(0) = 2$.

B f è invertibile, f^{-1} è derivabile in zero e si ha $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{2}$.

C f non è invertibile.

D f è invertibile e f^{-1} non è derivabile in zero.

Esercizio 18. Data la funzione $f(x) = \displaystyle\int_0^{e^{x^2}} \left(1 + \ln\left(\frac{1+t}{t}\right)\right) dt$, stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

A f ha un asintoto orizzontale.

B f ha massimo assoluto.

C f ha minimo assoluto.

D f ha un asintoto obliquo.

Esercizio 19. Data la funzione $f(x) = \displaystyle\int_0^{x^2-(\ln 4)\,x} \frac{1}{\cosh^2 t}\, dt$, stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

A f ha massimo e minimo assoluto.

B f ha minimo assoluto e $\min f = \frac{3}{5}$.

C f ha minimo assoluto e $\min f = 0$.

D f ha un asintoto obliquo.

Esercizio 20. Data una funzione continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, si consideri la funzione integrale $F(x) = \int_0^x f(t)\ dt$. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

$\boxed{\text{A}}$ Se f è derivabile e $f'(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$, allora $F(x) = \int_0^x f(t)\ dt$ è una funzione strettamente crescente.

$\boxed{\text{B}}$ Se f è dispari, allora $F(x) = \int_0^x f(t)\ dt$ è una funzione dispari.

$\boxed{\text{C}}$ Se $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è dispari, allora $F(x) = \int_0^{g(x)} f(t)\ dt$ è una funzione dispari.

$\boxed{\text{D}}$ Se $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è pari, allora $F(x) = \int_0^{g(x)} f(t)\ dt$ è una funzione pari.

Esercizio 21. Data una funzione continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, si consideri la funzione integrale $F(x) = \int_0^x f(t)\ dt$. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

$\boxed{\text{A}}$ Se $F(x) = \int_0^x f(t)\ dt$ ha un asintoto orizzontale, allora $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

$\boxed{\text{B}}$ Se f è dispari, allora $F'(0) = 0$.

$\boxed{\text{C}}$ Se $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$, allora $F(x) = \int_0^x f(t)\ dt$ ha un asintoto orizzontale.

$\boxed{\text{D}}$ Se f è pari, allora $F'(0) = 0$.

Esercizio 22. Data una funzione due volte derivabile $f : [0,\, 1] \to \mathbb{R}$ tale che $f(1) = 1$, $f'(1) = 3$, $\int_0^1 f(x)\ dx = 0$, stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

$\boxed{\text{A}}$ $\int_0^1 x^2 f''(x)\ dx = 0$.

$\boxed{\text{B}}$ $\int_0^1 x^2 f''(x)\ dx = 1$.

$\boxed{\text{C}}$ $\int_0^1 x^2 f''(x)\ dx = -1$.

$\boxed{\text{D}}$ $\int_0^1 x^2 f''(x)\ dx = 2$.

Esercizio 23. Data una funzione due volte derivabile $f : [0,\, 1] \to \mathbb{R}$ tale che $f(1) = -f(0)$, $\int_0^1 f(x)\ dx \neq 0$, $\int_0^1 f(x)\ dx \neq f(1)$, stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

$\boxed{\text{A}}$ $\int_0^1 x(x-1)\, f''(x)\ dx = 2\int_0^1 f(x)\ dx$.

$\boxed{\text{B}}$ $\int_0^1 x(x-1)\, f''(x)\ dx = 0$.

$\boxed{\text{C}}$ $\int_0^1 x(x-1)\, f''(x)\ dx = 2\int_0^1 f'(x)\ dx$.

$\boxed{\text{D}}$ $\int_0^1 x(x-1)\, f''(x)\ dx = -2\, f(1)$.

Esercizio 24. Date due funzioni due volte derivabili con derivata continua $f,\, g : [a,\, b] \to \mathbb{R}$, tali che $f(a) = f(b) = g(a) = g(b) = 0$, $\int_a^b f''(x)\, g(x)\ dx \neq 0$, $\int_a^b f''(x)\, g(x)\ dx \neq \int_a^b f(x)\, g(x)\ dx$, stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

$\boxed{\text{A}}$ $\int_a^b f(x)\, g''(x)\ dx = \int_a^b (f \cdot g)'(x)\ dx$.

$\boxed{\text{B}}$ $\int_a^b f(x)\, g''(x)\ dx = 0$.

$\boxed{\text{C}}$ $\int_a^b f(x)\, g''(x)\ dx = \int_a^b f(x)\, g(x)\ dx$.

$\boxed{\text{D}}$ $\int_a^b f(x)\, g''(x)\ dx = \int_a^b f''(x)\, g(x)\ dx$.

Esercizio 25. Data una funzione continua $f : [0,\, 1] \to \mathbb{R}$ che soddisfa la disuguaglianza $\int_0^1 (f(t))^2\ dt \neq \left(\int_0^1 f(t)\ dt\right)^2$, si consideri la funzione $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $g(x) = \int_0^1 (f(t) - x)^2\ dt$. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta.

$\boxed{\text{A}}$ g ha un punto di minimo assoluto in $x = \int_0^1 (f(t))^2\ dt$.

$\boxed{\text{B}}$ g non ammette minimo assoluto.

$\boxed{\text{C}}$ g ha un punto di minimo assoluto in $x = \int_0^1 f(t)\ dt$.

$\boxed{\text{D}}$ Il minimo assoluto di g è zero.

8.2 Soluzioni degli esercizi a risposta multipla

Es. 11 **B .**

Es. 12 **D .**

Es. 13 **A .**

Es. 14 **C .**

Es. 15 **B .**

Es. 16 **D .**

Es. 17 **A .**

Es. 18 **C .**

Es. 19 **B .**

Es. 20 **D .**

Es. 21 **B .**

Es. 22 **B .**

Es. 23 **A .**

Es. 24 **D .**

Es. 25 **C .**