PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA LA

Ing. Informatica (G-Z)

(DOCENTE: Fabio Ancona)

A.A. 2002/2003, 29 Ottobre 2002

d32135

Cognome e Nome: ....

Matricola: ....

1	2	3
C	D	B

N.B. *Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n. 4 vale 8 punti.*

ESERCIZIO 1. Fissati α, $\beta \in \mathbb{R}$, si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \alpha \ln x + \beta & \text{se} \quad x \in]1, 2[\,, \\ x & \text{se} \quad x \in]0, 1] \ \cup \ [2, +\infty[\,. \end{cases}$$

Si ha:

$\boxed{\text{A}}$ La funzione f è continua per tutte e sole le coppie della forma $(\alpha, 0)$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

$\boxed{\text{B}}$ Esistono infinite coppie di α, β per cui f è continua.

$\boxed{\cancel{\text{C}}}$ Esiste una sola coppia di α, β per cui f è continua.

$\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 2. Calcolare il modulo ed un argomento del numero complesso $z = \dfrac{1+i}{1-\sqrt{3}\,i}$.

$\boxed{\text{A}}$ $|z| = \sqrt{2}\,, \qquad \arg(z) = \dfrac{7\pi}{12}\,.$

$\boxed{\text{B}}$ $|z| = \dfrac{1}{2}\,, \qquad \arg(z) = \dfrac{\pi}{12}\,.$

$\boxed{\text{C}}$ $|z| = \dfrac{1}{2}\,, \qquad \arg(z) = -\dfrac{7\pi}{12}\,.$

$\boxed{\cancel{\text{D}}}$ $|z| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\,, \qquad \arg(z) = \dfrac{7\pi}{12}\,.$

ESERCIZIO 3. Sia $\{a_n\}_n$ una successione infinitesima definitivamente non nulla. Si ha:

$\boxed{\text{A}}$ La successione $\left\{\frac{\ln(1+a_n^2)}{a_n^5}\right\}_n$ è convergente a 1.

$\boxed{\text{X}}$ Se $a_n > 0$ per $n \in \{k^5 : k \in \mathbb{N}\}$, ed $a_n < 0$ per $n \in \mathbb{N} \setminus \{k^5 : k \in \mathbb{N}\}$, allora $\left\{\frac{\ln(1+a_n^2)}{a_n^5}\right\}_n$ è indeterminata.

$\boxed{\text{C}}$ La successione $\left\{\frac{\ln(1+a_n^2)}{a_n^5}\right\}_n$ è divergente a $+\infty$.

$\boxed{\text{D}}$ Se $a_n > 0$ per $n \in \{k^5 : k \in \mathbb{N}\}$, ed $a_n < 0$ per $n \in \mathbb{N} \setminus \{k^5 : k \in \mathbb{N}\}$, allora $\left\{\frac{\ln(1+a_n^2)}{a_n}\right\}_n$ è indeterminata.

ESERCIZIO 4. Si consideri la funzione definita da $f(x) = \dfrac{x^2 - 1 - \operatorname{sgn}(x)}{x^2 - x - 6}$.

(i) Determinare il dominio naturale e l'immagine di f:

$$\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2, 3\}, \qquad \mathrm{Im}(f) = \left]-\infty, \frac{1}{3}\right[\cup \left[\frac{144}{150}, +\infty\right[.$$

(ii) Determinare eventuali interesezioni della funzione con gli assi cartesiani:

asse x : $\quad x = \sqrt{2}$.

asse y : $\quad y = 1/6$.

(iii) Studiare il segno della funzione individuando l'insieme di positività:

$$\{f \geq 0\} =]-\infty, -2[\cup [0, \sqrt{2}] \cup]3, +\infty[.$$

(iv) Determinare eventuali punti di discontinuità a salto.

Punto di discontinuità a salto: $\quad x = 0$.

(v) Determinare eventuali asintoti (orizzontali, verticali, obliqui).

Asintoti verticali (bilateri): $\quad x = -2, \quad x = 3$.

Asintoto orizzontale (bilatero): $\quad y = 1$.

Non ci sono asintoti obliqui.

(vi) Tracciare il grafico probabile della funzione.