

PRIMA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA LA

Ing. Elettronica

(DOCENTE: FABIO ANCONA)

A.A. 2002/2003, 31 Ottobre 2002

d32275

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3
C	B	D

N.B. Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n. 4 vale 8 punti.

ESERCIZIO 1. Se $\{a_n\}_n$ è una successione divergente a $+\infty$, allora la successione di terminale generale $b_n = \left(\frac{1+a_n}{a_n}\right)^{a_n^2}$ è:

- ☐ A convergente ad e .
- ☐ B convergente ad e^2 .
- ☒ C divergente a $+\infty$.
- ☐ D Non è possibile stabilire il comportamento della successione $\{b_n\}_n$ in base alle informazioni disponibili.

ESERCIZIO 2. Data una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta:

- ☐ A Se f è pari e continua a destra in $x = 0$, può essere discontinua in $x = 0$.
- ☒ B Se f è continua ed invertibile, allora f è strettamente monotona.
- ☐ C Se f è dispari, allora $f \circ f$ è pari.
- ☐ D Se f è invertibile, allora f è monotona.

ESERCIZIO 3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $z = (\sqrt{3} + i)^{127}$:

☐ A $z = 2^{127}(\sqrt{3} + i).$

☐ B $z = 2^{126}(\sqrt{3} + i).$

☐ C $z = 2^{127}(1 + \sqrt{3}i).$

☒ D $z = -2^{126}(\sqrt{3} + i).$

ESERCIZIO 4. Si consideri la funzione definita da $f(x) = \frac{\operatorname{sgn}(x) \cdot \left(e^{\frac{1}{x-1}} - 2\right)}{x^2 + 2x - 3}.$

- (i) Determinare il dominio naturale e l'intersezione dell'immagine di f con la semiretta positiva $[0, +\infty[$:

$$\operatorname{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{-3, 1\}, \quad \operatorname{Im}(f) \cap [0, +\infty[= [0, +\infty[.$$

- (ii) Determinare eventuali intersezioni della funzione con gli assi cartesiani:

$$\text{asse } x: \quad x = 1 + \frac{1}{\ln 2}, \quad x = 0.$$

$$\text{asse } y: \quad y = 0.$$

- (iii) Studiare il segno della funzione individuando l'insieme di positività:

$$\{f \geq 0\} =]-\infty, -3[\cup [0, 1[\cup \left]1, 1 + \frac{1}{\ln 2}\right].$$

- (iv) Determinare eventuali punti di discontinuità a salto.

$$\text{Punto di discontinuità a salto:} \quad x = 0.$$

- (v) Determinare eventuali asintoti (orizzontali, verticali, obliqui).

$$\text{Asintoti verticali (bilateri):} \quad x = -3, \quad x = 1.$$

$$\text{Asintoto orizzontale (bilatero):} \quad y = 0.$$

Non ci sono asintoti obliqui.

- (vi) Tracciare il grafico probabile della funzione.