SECONDA PROVA PARZIALE DI ANALISI MATEMATICA LA

Ing. Informatica (G-Z) ed Elettronica

(DOCENTE: Fabio Ancona)

A.A. 2002/2003, 19 Dicembre 2002

d32275

Cognome e Nome: ....

Matricola: ....

1	2	3
C	B	D

N.B. *Per ogni esercizio della prima parte indicare nella corrispondente casella numerata (della tabella riassuntiva in alto) la lettera della risposta scelta. Ogni risposta corretta vale 4 punti, ogni risposta sbagliata vale -1/2, ogni risposta non data vale 0 punti. L'esercizio n. 4 vale 8 punti.*

ESERCIZIO 1. Sia $x \mapsto \varphi(x;\, c)\,,\ \ x > 0,\ \ (c \in \mathbb{R})$ l'integrale generale dell'equazione

$$\dot{y} + y = -\frac{e^{-x}}{x^2}\,, \qquad x > 0\,,$$

e si consideri il limite $\ell(c) \doteq \lim_{x \to +\infty} e^x \cdot \varphi(x;\, c)\,.$ Allora si ha:

$\boxed{A}$ Non esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $\ell(c) = 0\,.$

$\boxed{B}$ Esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $\ell(c) = +\infty\,.$

$\boxed{\cancel{C}}$ Esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $\ell(c) = 1\,.$

$\boxed{D}$ Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 2. Si consideri la funzione $f(x) = \displaystyle\int_0^x \ln|1+t|\ dt\,,\ x \in \mathbb{R}.$ Stabilire quale delle affermazioni seguenti è corretta.

$\boxed{A}$ f non è derivabile in $x = 0\,.$

$\boxed{\cancel{B}}$ f è derivabile in $x = 0\,,$ e $f'(0) = 0\,.$

$\boxed{C}$ f è derivabile in ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}\,,$ e $f'(x) = \dfrac{\ln|1+x|}{1+x}\,.$

$\boxed{D}$ f non è derivabile in $x = -2\,.$

ESERCIZIO 3. Per ogni fissato $\alpha \in \mathbb{R}$, si consideri la funzione $f_\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} x\left(\sin\dfrac{1}{x}\right)^\alpha & \text{se} \quad x \neq 0\,, \\ 0 & \text{se} \quad x = 0\,. \end{cases}$$

Stabilire quale delle affermazioni seguenti è corretta.

- [A] Esiste $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $x_0 = 0$ è un punto critico di f_α.
- [B] Per qualunque $\alpha \in \mathbb{R}$ si ha $\lim_{x\to 0} f'_\alpha(x) = 0$.
- [C] Per qualunque $\alpha \in \mathbb{R}$ non esiste un intorno di $x_0 = 0$ in cui f_α è crescente.
- [X] Nessuna delle altre risposte è corretta.

ESERCIZIO 4. Si consideri la funzione definita da $f(x) = x\, e^{\frac{1}{\ln x}}$.

(i) Determinare eventuali asintoti (orizzontali, verticali, obliqui).

Asintoto verticale (unilatero): $x = 1$.

Non ci sono asintoti orizzontali od obliqui.

(ii) Stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

Monotona crescente su: $]0, e^{-1}]$ e su $[e, +\infty[$.

Monotona decrescente su: $[e^{-1}, 1[$ e su $]1, e]$.

(iii) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f.

Punto di minimo relativo: $x = e$.

Punto di massimo relativo: $x = e^{-1}$.

Non esistono punti di massimo o minimo assoluto.

(iv) Stabilire in quali intervalli la funzione è convessa ed in quali intervalli è concava.

Convessa su: $\left[e^{(1-\sqrt{2})}, 1\right[$ e su $\left]1, e^{(1+\sqrt{2})}\right]$.

Concava su: $\left]0, e^{(1-\sqrt{2})}\right]$ e su $\left[e^{(1+\sqrt{2})}, +\infty\right[$.

(v) Determinare eventuali punti di flesso di f.

Punti di flesso: $x = e^{(1-\sqrt{2})}$, $x = e^{(1+\sqrt{2})}$.

(vi) Tracciare il grafico probabile della funzione.